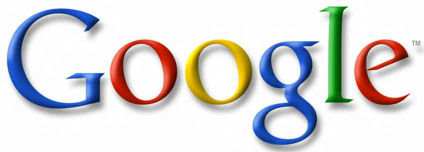




a.

ÖFVERSIGT

AF

FINSKA VETENSKAPS-SOCIETETENS

FÖRHANDLINGAR.

XXXIV.

1891—1892.

HELSINGFORS 1892.

Pris 5 mark.

ÖFVERSIGT

AF

FINSKA VETENSKAPS-SOCIETETENS

FÖRHANDLINGAR.

XXXIV.

1891—1892.



HELSINGFORS,
J. SIMELII ARFVINGARS BOKTRYCKERI-AKTIEBOLAG,
1892.

Innehåll.

Öfversigt af förhandlingarne vid Vetenskaps-Societetens: sammanträden:

		Sid.
Den 21 September 1891	. . . .	I.
„ 19 Oktober „	. . . .	III.
„ 16 November „	. . . .	IV.
„ 14 December „	. . . .	VI.
„ 18 Januari 1892	. . . .	VIII.
„ 15 Februari „	. . . .	IX.
„ 14 Mars „	. . . .	X.
„ 11 April „	. . . .	XIV.
„ 29 „ „	. . . .	XV.
„ 23 Maj „	. . . .	XVII.

Vetenskapliga Meddelanden:

Om natronkalk som torkningsmaterial vid Marsh'ska profvet, af *Gust. Komppa* . . . . 1.

Undersökningar öfver symmetrisk allyl-etyl-bernstenssyra, af *Edv. Hjelt* . . . . 7.

Undersökningar öfver geometriskt isomera allylmetylbernstenssyror, af *C. L. Wiklund* . . . . 11.

Angående ljusets reflexion från en plan spegel, af *S. Levänen* 17.

Lösning af matematiska uppgiften N:o 2 i årgång XVI, häft. 4, af Pedagogiska Föreningens Tidskrift, af *S. Levänen* 22.

Rotutdragning ur substitutioner, af *S. Levänen* . . . . 28.

Bidrag till experimentell bekräftelse af Bernoullis teorem, af *S. Levänen* . . . . 36.

Verkningar af magnesiumsulfat vid subkutan användning, af *K. Hällstén* . . . . 60.

Vergleich zwischen den Entladungsversuchen mit statischer Elektricität und solchen mit continuirlichen Strömen, von *Th. Homén* . . . . 88.

Om framställning af kristalliseradt kadmiumkarbonat, af *Aug. af Schultén* . . . . 98.

Bildas det svafvelsyra eller svafvelsyrlighet vid förbränning af svafvelhaltig lysgas, af *Uno Collan* . . . . 100.

Om talens delbarhet, af *S. Levänen* . . . . 109.

Einige Anwendungen der Theorie der elliptischen Functionen auf Aufgaben der Mechanik, von *Hj. Tallqvist* . . . . . 163.

Bidrag till kännedom af sydvestra Sibiriens insektfauna, af *R. Hammarström* . . . . 185.
Ftalidbildningen ur o-oxymetylbenzoesyra vid olika temperaturer, af *Edv. Hjelt* . . . . 196.
Notis om ett sätt att geometriskt interpretera elementen i de elliptiska integralerna, af *Edvard Selander* . . . . 203.
De astrofotografiska arbetena å observatoriet i Helsingfors från 1890 till våren 1892, af *Anders Donner* . . . . . . 211.
Om den molekylära attraktionen hos mättade ångor, af *K. F. Slotte* . . . . 225.
Några derivat af kapronitril, af *Claës Norstedt* och *H. A. Wahlforss* . . . . 233.
Bidrag till Enantylsyrans historia, IV, af *O. af Forselles* och *H. A. Wahlforss* . . . . 243.
Ein Beitrag zur Kenntnis der Autokatalyse, von *Uno Collan* 249.
Med anledning af en uppsats: Ftalidbildningen ur o-oxymetylbenzoesyra vid olika temperaturer af Edv. Hjelt, af *Uno Collan* . . . . 263.
Med anledning af en kritik af U. Collan, af *Edv. Hjelt* . . . . 267.
Verkningar af magnesiumsulfat på motoriska ledningsbanor i periferiska nervstammar och ryggmärgen, af *K. Hällstén* . . . . 271.
Zu der Festschrift „Fünf Suljekinschriften“, von *Aug. Tötterman* . . . . 278.
Om felslagning af ett septum hos en Edwardsia, af *K. M. Levander* . . . . 291.
Berättelse öfver Finska Vetenskaps-Societetens Meteorologiska Centralanstalts värksamhet under året 1891, af *E. Biese* 295.
Sammandrag af de klimatologiska anteckningarne i Finland år 1891, af *Ad. Moberg* . . . . 309.
En metod för upplösande af tal i faktorer, af *S, Levänen* . . 334.

Finska Vetenskaps-Societetens årshögtid den 29 April 1892.

I. Ordförandens helsningstal . . . . 377.
II. Årsberättelse, afgifven af Societetens ständige sekreterare 379.
III. Om Malthusianismen och dess ställning till befolkningsfrågan. Föredrag af *K. E. F. Ignatius* . . . . 386.
IV. Den nya elektrokemiska teorin. Föredrag af *Edv. Hjelt* 410.

Förteckning öfver skrifter, som blifvit till Finska Vetenskaps-Societeten förärade ifrån den 25 Maj 1891 till den 23 Maj 1892, af *Ad. Moberg* . . . . 423.



Öfversigt af förhandlingarne vid
Finska Vetenskaps-Societetens sammanträden.

Den 21 September 1891.

Genom cirkulär från *Bohemica scientiarum, litterarum et artium Academia* i Prag underrättades Societeten om den nyligen skedda stiftelsen af denna akademi, som är afsedd att utgöra en centralhärd för de litterära och vetenskapliga sträfvandena i Böhmen, samt inbjöds att bivista dess första högtidliga sammanträde.

Från Vetenskaps-Akademien i Brüssel hade ingått ett tillkännagifvande derom, att sekreterarebefattningen vid akademien efter förre innehafvaren Liagres frånfälle öfvertagits af hr Edmond Marchal.

Såsom svar på Societetens skrifvelse af de 25 nästvikne Maj meddelade Öfverstyrelsen för lots- och och fyrinrättningen i bref af den 10 Juni att, emedan samtliga lotsverket tillhöriga ångbåtar under seglationstiden äro fullt upptagna af tjenstesysselsättningar och andra uppdrag, ingen af dem kunde ställas till meteorologiska centralanstaltens förfogande, men att hinder icke mötte för direktorn eller assistenten vid sagde anstalt att, ifall så önskades, åtfölja vederbörande lotsfördelningschefer å deras visitationsresor.

Hr Lemström anmälde till införande i Öfversigten ett arbete af docenten TH. HOMÉN met titel: Vergleich der Entladungsversuche mit statischer Electricität mit continuirlichem Strome.

Hr E. Hjelt meddelade likaledes för Öfversigten följande tre uppsatser:

1) Om natronkalk som torkningsmedel vid Marsh'ska profvet, af GUST. KOMPPA;

2) Undersökningar öfver symmetrisk allyl-etyl-bernstenssyra, af E. HJELT samt

3) Undersökningar öfver geometriskt isomera allyl-metylbernstenssyror, af C. L. WIKLUND.

Hr A. Donner anmälde följande fem af docenten S. LEVÄNEN inlemmade uppsatser, af hvilka förf. önskade få den första införd i Acta och de öfriga i Öfversigten, nemligen:

1) En symmetrisk lösning af likheter af 2:dra, 3:dje och 4:de graden;

2) Sätt att bestämma π samt att finna värdet af en vinkel och förhållandet emellan två sträckor;

3) Rotutdragning ur substitutioner;

4) Angående ljusets reflexion från en plan spegel, samt

5) Lösning af matematiska uppgiften N:o 2 i årgång. XXI, häft. 4 af Pedagogiska Föreningens Tidskrift;

och beslöt Societeten att de båda förstnämnda uppsatserna skulle hänskjutas till matematisk-fysiska sektionens granskning, hvaremot de tre öfriga omedelbart godkändes till införande i Översigten.

Sekreteraren meddelade att, enligt tillkännagifvande från komitén för Helmholtz-festen, öfverlemnandet af marmorbysten och af urkunden öfver Helmholtz-stiftelsen komme att ega rum först den 2 November, till hvilken dag äfven andra för jubilaren tillämnade hedersbetygelser blifvit uppskjutna, samt hemställde huruvida icke Societeten vid detta tillfälle ville bringa den frejdade vetenskapsmannen sin hyllning, förslagsvis genom hans inväljande till hedersledamot i Societeten. Med anledning häraf framställdes ett förslag i detta syfte af hrr Lemström och Sundell, hvilket förslag, jemlikt stadgarne, bordlades till nästa sammanträde.

Föräringar till Societetens bibliotek hade under sommarens lopp ingått från nedannämnda samfund och personer: Vetenskaps-akademierna i St Petersburg, Berlin, München, Amsterdam, Paris och Turin, Antropologiska och Etnografiska Föreningen vid Universitetet i St Petersburg, Geografiska Sällskapet och Geologiska komitén i St Petersburg, Observatorium i Pulkova, Gelehrte Estnische Gesellschaft och Naturforscher-Gesellschaft samt Universitetet i Dorpat, Société Imp. des Naturalistes i Moskwa, Société physico-mathématique i Kasan, Kongl. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien och Kongl. Biblioteket i Stockholm, Meteorologiska Observatorium i Upsala, Videnskabs-Selsskabet och Universitetsbiblioteket i Christiania, Videnskabernes Selskab och Carlberg Laboratoriet i Köpenhamn, Observatorium och Universitetet i Kiel, Naturvissenschaftlicher Verein i Bremen, Verein für Erdkunde, K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Fürstlich-Jablonowski'sche Gesellschaft samt Astronomische Gesellschaft i Leipzig, Deutsche Seewarte i Hamburg, Verein für Naturwissenschaft i Braunschweig, Gewerbeschule i Bistritz, Physisch-medicinische Societät i Erlangen, Statistisches Landesamt i Stuttgart, Naturforschender Verein i Brünn, K. K. Geologische Reichsanstalt, Anthropologische Gesellschaft, Zoolo-

gisch-botanische Gesellschaft och Naturhistorisches Hofmuseum i Wien, Académie des Sciences i Krakau, Verein für Naturkunde i Kassel, Universitetsbiblioteket i Strassburg, Verein für Chemnitzer Geschichte i Chemnitz, Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft i Königsberg, Medicinisch-Naturwissenschaftliche Gesellschaft i Jena, Verein der Ärtzte in Steiermark i Graz, Naturhistorischer Verein i Bonn, K. Gesellschaft der Wissenschaften i Göttingen, Meteorologische Station i Bremen, Société Archéologique i Agram, Studentföreningen i Budapest, Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften i Görlitz, Société de physique et d'histoire naturelle i Genève, Ecole polytechnique i Delft, Société Hollandaise des Sciences ochFondation de P. Teyler van der Hulst i Harlem, Société Malacologique de Belgique i Brüssel, Société géologique de Belgique i Liége, Musée Guimet, Société de géographie och Société mathématique de Franee i Paris, Société des Sciences i Nancy, Société Linnéenne de Normandie i Caen, Scuola Normale Superiore i Pisa, Accademia Reale dei Lincei i Rom, Circolo matematico i Palermo, Royal Society, Royal Astronomical Society och Zoological Society i London, West Hendon House Observatory i Sunderland, Royal Society och Royal Irish Academy i Dublin, Smithsonian Institution, U. S. Naval Observatory och The Signal Officer i Washington, American Academy of Arts and Sciences i Boston, Canadian Institute i Toronto, Yale University i New- Haven (Conn.), Museum of Comparative Zoology i Cambridge, Academy of Natural Sciences i Philadelphia, Kansas Academy of Science i Topeka, California Academy af Sciences i San Francisco, Johns Hopkins University i Baltimore, Redaktionen för Revista Argentina de Historia natural och Instituto geográfico i Buenos Aires, Magnetiska och meteorologiska observatorium i Batavia, Asiatic Society of Bengal i Calcutta, Asiatic Society of Japan i Yokohama, College of Science i Tokyo, Royal Society of New South Wales och Linnean Society i Sydney, Straits Branch of the Royal Astronomical Society i Singapore, Finsk-Ugriska Sällskapet, Finlands geologiska undersökning, Finska Läkarsällskapet, Geografiska Föreningen, Redaktionen för Finsk Tidskrift, Finska Litteratursällskapet, Svenska Literatursällskapet samt Statistiska Centralbyrån härstädes, äfvensom från Hrr Emile Lemoine i Paris, O. A. Pihl i Christiania och K. G. Leinberg i Jyväskylä.

Den 19 Oktober 1891.

Genom nådigt reskript af den 7 innevarande Oktober meddelades Societeten till kännedom, att Hans Kejserliga Majestät funnit godt i nåder bevilja från den 1 Januari 1891 ett tillskott

med 2,500 mark i det på Meteorologiska Centralanstaltens stat upptagna tryckningsanslag.

På tillstyrkan af matematisk-fysiska sektionen godkändes de vid senaste sammanträde till dess granskning hänskjutna tvenne uppsatserna af docenten Levänen till intagning i Societetens skrifter.

Hr Moberg anmälde att direktorn Biese inom behörig tid till honom inlemnat kassaförslag öfver meteorologiska centralanstaltens medel för andra och tredje qvartalet innevarande år.

Till hedersledamot i Vetenskaps-Societeten utsågs enhälligt professorn vid Universitetet i Berlin och ledamoten af Vetenskaps-Akademien derstädes HERRMANN LUDVIG FERDINAND VON HELMHOLTZ.

Föräringar till Societetens bibliotek hade ingått från Vetenskaps-Akademierna i Berlin, München och Paris, K. Finska Hushållningssällkapet i Åbo, Dr Sievers härstädes, K. Ryska Geografiska Sällskapet i St Petersburg, Société Ouralienne d'amateurs des Sciences naturelles i Jekaterinenburg, K. Vetenskaps-Societeten i Upsala, K. Vetenskaps och Vitterhets samhället i Göteborg, Universitetet i Christiania, Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft i Jena, Universitetet i Kiel, K. Sächsische Gesellschaft der Wissenchaften i Leipzig, Verein für Chemnitzer Geschichte, Académie des Sciences i Krakau, Ecole Polytechnique i Delft, Société géologique de Belgique i Brüssel, Société de géographie i Paris, R. Accademia dei Lincei i Rom, Circolo matematico i Palermo, Royal Society i London, Literary and Philosophical Society i Manchester, Royal Society of Canada i Montreal, Royal Society of New South Wales i Sydney samt New Zealand Institute i Wellington.

Den 16 November 1891.

Societeten hade fått emottaga ett så lydande nådigt reskript:

ALEXANDER den tredje, Kejsare och Sjelfherrskare öfver hela Ryssland, Tsar af Polen, Storfurste till Finland etc. etc. etc.

Till Finska Vetenskaps-Societeten.

På derom hos Oss gjord underdånig framställning hafva Vi funnit godt att, för bearbetning och publikation af observationsmaterial från de meteorologiska stationerna i landsorten och fyrbåkarna samt tryckning af meteorologiska cen-

tralanstaltens årsböcker afvensom till aflönande af biträde vid ledningen af redaktions- och tryckningsarbetet, bevilja ett anslag till belopp af 13,400 mark årligen, att utgå under loppet af fyra år, räknadt från och med år 1891, med sammanlagdt 53,600 mark; hvilket, samt att detta anslag i staten observerats under femte hufvudtiteln och Eder meteorologiska centralanstalt, Eder till kännedom härigenom meddelas. Helsingfors den 14 Oktober 1891.

Enligt Hans Kejserliga Majestäts Eget beslut
och i Dess Höga Namn,
Dess tillförordnade Senat för Finland.

Detsamma åtföljdes af en skrifvelse från Ecklesiastik-Expeditionen af samma dag, hvari meddelades att Kejserliga Senaten vid af ärendet skedd slutlig föredragning förordnat, att af det sålunda beviljade anslaget må årligen användas 11,000 mark för bearbetning och utgifvande af det från och med år 1881 tillkomna observationsmaterialet från landsortsstationerna och fyrbåkarna samt tryckningen af centralanstaltens årsböcker äfvensom 2,400 mark till aflönande af en extra assistent vid sagda anstalt såsom biträde åt direktorn för ledningen af redaktions- och tryckningsarbetet.

Med anledning häraf beslöts att tryckningen af årsboken genast finge påbörjas, hvaremot ärendet i öfrigt hänsköts till meteorologiska utskottet, som förty egde inkomma med förslag till erforderliga åtgärder för bearbetningen och tryckningen af de från landsortsstationerna och fyrbåkarna inkomna meteorologiska observationerna.

Från Societetens nyligen utsedde hedersledamot, professorn verkl. geheimerådet von Helmholtz hade ingått en skrifvelse, hvari han betygade Societeten sin tacksamhet för den honom härigenom visade utmärkelsen.

Die Schweizerische entomologische Gesellschaft i Bern anhöll i bref af den 4 dennes att få inträda i skriftutbyte med Societeten, hvartill bifölls.

Sekreteraren anmälde att han i Societetens arkiv funnit ett förségladt konvolut, som enligt derå gjord anteckning inlemnats till Societeten den 2 Mars 1848 af Dr Gustaf Crusell „för att försäkra sig om prioriteten till några fysikaliskt terapeutiska åtgärder“, samt hemställde till Societeten hvad dermed borde göras. Enligt Societetens beslut öppnades konvolutet och befanns innehålla särskilda anteckningar, hvilka öfverlemnades till naturalhi-

storiska sektionen, som egde afge yttrande om deras möjliga publikation.

Hr LEMSTRÖM anmälde sin afsigt att i akterna publicera en afhandling med titel: Sur les kilogrammes en laiton doré, confectionnés á Paris en 1870.

Hr HÄLLSTÉN anmälde för Öfversigten ett arbete med titel: Werkningar af magnesium-sulfat vid subkutan användning.

Föräringar till Societetens bibliotek hade ingått från Finska Läkaresällskapet, Industristyrelsen och Geografiska Föreningen härstädes, Vetenskaps-akademierna i St Petersburg, Wien och Brüssel, Société mathématique i Moskwa, Svenska akademien i Stockholm, Universitetet i Upsala, Verein für Erdkunde i Leipzig, Naturforschende Gesellschaft i Zürich, Académie des Sciences i Krakau, K. K. Geologische Reichsanstalt i Wien, Société Archéologique i Agram, Osservatorio Marittimo i Triest, R. Accademia dei Lincei i Rom, Musée Taylor i Harlem, Royal Astronomical Society och Zoological Society i London, Royal Irish Academy i Dublin, Royal Society i Edinburgh, Universitetet i Lille, Société entomologique i Brüssel, Smithsonian Institution i Washington, Boston Society of Natural History, Academy af Natural Sciences i Philadelphia, Museum af Comparative Zoology i Cambridge, Nova Scotian Society of Natural Sciences i Halifax samt Redaktionen för Revista Argentina de historia natural i Buenos Aires.

Den 14 December 1891.

Från Dr Bielenstein i Kurland, som är sysselsatt med utgifvandet af ett större arbete om gränserna för den lettiska folkstammen och dess språk i närvarande tid och i 13:de århundradet, hade anländt en skrifvelse, deri nämnda arbete utbjöds till prenumeration till nedsatt pris. Societeten beslöt att öfverlemna skrifvelsen till Historiska Samfundet, som saken syntes närmast intressera.

Lotsåldermannen Johan Öhman, som allt sedan början af år 1866 å Utö lotsplats anställt vattenhöjdsobservationer för Societetens räkning, anmälde i bref af den 17 November att han i anseende till sin höga ålder (78 år) icke kunde fortsätta med dem längre än till detta års utgång. Societeten beslöt att i skrifvelse till Öhman betyga honom sin erkänsla för den möda och omsorg han under $^1/_4$ sekel användt på dessa observationer.

På framställning af hr Neovius godkändes följande af dr HJ TALLQVIST inlemnade afhandling till intagning i Öfversigten: Einige Anwendungen der Theorie der elliptischen Functionen auf Aufgabender Mechanik.

Friherre AF SCHULTÉN anmälde, likaledes för Öfversigten, en uppsats „om framställning af kristalliseradt kadmiumkarbonat.

Hr LEMSTRÖM omnämnde ett egendomligt ljusfenomen, liknande artificiella norrskenasstrålar, som observerats ofvanom de elektriska lamporna i Uleåborg. Närmare redogörelse härom skulle framdeles meddelas i Öfversigten.

Meteorologiska Utskottet, till hvars utlåtande Societeten hänskjutit frågan om bearbetningen och utgifvandet af de sedan 1881 från landsorts-stationerna och fyrbåkarna inkomna meteorologiska observationerna, förordade, i protokollsutdrag af den 10 dennes, att sagda arbete skulle öfverlemnas till meteorologiska centralanstalten, hvars direktor egde öfvervaka dess utförande, samt att åtgärd måtte vidtagas för tillsättande af den extra assistent, som jemlikt Kejserliga Senatens i ämnet meddelade föreskrift finge antagas direktorn till biträde för ledningen af ifrågavarande beräkningar. Med bifall härtill beslöt Societeten anslå berörde extra-assistent-befattning ledig att ansökas inom 30 dagar.

I sammanhang härmed beslöts hos guvernören i Nylands län anhålla om utanordning af det för sagde arbeten beviljade anslaget för år 1891, utgörande 13,400 mark, att till direktorn Biese utbetalas.

På framställning af meteorologiska utskottet förordnades assistenten Heinrichs att inspektera meteorologiska stationen vid Wärtsilä bruk, der ombyte af observator nyligen egt rum.

Åt direktorn Biese beviljades en veckas tjenstledighet, räknadt från den 23 innevarande December, och förordnades assistenten Heinrichs att derunder förestå hans tjenst.

Till medlemmar i meteorologiska utskottet under nästkommande år utsågos hrr MOBERG, LEMSTRÖM och NEOVIUS och till suppleanter i samma utskott hrr LINDELÖF och A. DONNER.

Till revisorer för granskningen af Societetens och meteorologiska centralanstaltens räkenskaper återvaldes hrr MOBERG och ELMGREN.

Föräringar till Societetens bibliotek hade ingått från Finska Läkaresällskapet, Geografiska Föreningen och Svenska Literatursällskapet härstädes, Comité géologique i St Petersburg, Société des naturalistes i Kiew, K. K. Geologische Reichsanstalt i Wien, Nassauischer Verein für Naturkunde i Wiesbaden, K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften i Leipzig, Historischer Verein i Graz, Verein für Kunst und Alterthum i Ulm, Vetenskaps-Akademien i Turin, R. Accademia dei Lincei i Rom, Société de géographie i Paris, Smithsonian Institution i Washington, Essex Institute i Salem, Academy of Natural Sciences i Philadelphia, Society of Natural History i Boston, U. S. Department

of Agriculture och The Weather Bureau i Washington, Johns Hopkins University i Baltimore samt Commissão Geographico e Geologico i São Paulo.

Den 18 Januari 1892.

Med anledning af den snart begynnande redaktionen af äldre observationer föreslog direktor Biese i skrifvelse af den 15 i denna månad, att inspektion af en del stationer, från hvilka för observationernas bearbetning erforderliga uppgifter ännu saknades och hvilka komme att utväljas omedelbart efter det extra assistenten tillträdt sin befattning, finge företagas utan Societetens vidare hörande, dock efter anmälan hos meteorologiska utskottet. Till denna framställning fann Societeten godt bifalla.

En af direktorn Biese tillika ingifven reseräkning å Fmk. 312: 90 för inspektion af stationerna i Mariehamn och Nikolaistad samt en räkning af assistenten Heinrichs å Fmk. 284: 92 för inspektion af stationen å Wärtsilä bruk skulle insändas till Finans-Expeditionen med anhållan om förordnande angående medlens utbetalning.

Friherre af Schultén anmälde ett arbete af magister Uno Collan med titel: Bildas det svafvelsyra eller svafvelsyrlighet vid förbränning af svafvelhaltig lysgas? samt förordade dess införande i Öfversigten, hvartill Societeten biföll.

En af docenten S. Levänen inlemnad uppsats „om talens delbarhet“ godkändes på framställning af hr A. Donner till intagning i Öfversigten.

Friherre Palmén anmälde ett arbete af mag. R. Hammarström med titel: Bidrag till kännedom af sydvestra Sibiriens insektfauna, som likaledes skulle ingå i Öfversigten.

Hr Lemström gjorde ett tillägg till sin föregående notis om det i Uleåborg observerade norrskensartade fenomenet vid de elektriska gatulamporna. Sedermera ingångna upplysningar hade lemnat ytterligare stöd för den åsigten att fenomenet berodde på luftelektriciteten och sålunda vore af enahanda beskaffenhet, som de af finska polarexpeditionen ofvanom några fjelltoppar iakttagna, på artificiel väg framkallade polarljusstrålarna. Åtgärd hade vidtagits om spektroskopisk undersökning af fenomenet, när det åter komme att visa sig.

Till införande i Acta anmälde hr Homén en af honom författad afhandling med titel: En säregen hos tre syskon under form af progressiv dementia uppträdande sjukdom i samband med utbredda blodkärlsförändringar (antagligen lues hereditaria tarda).

Hr Moberg anmälde att direktor Biese till honom öfverlemnat kassaförslag öfver meteorologiska centralanstaltens inkomster och utgifter för 1891 års fjerde qvartal.

Till afgörande upptogs frågan beträffande besättandet af den temporära extra assistentbefattningen vid meteorologiska centralanstalten, hvilken befattning inom ansökningstidens utgång ansökts af filosofiemagistern Uno Brynolf Roos, filosofiekandidaten Ernst Leonard Lindelöf och f. d. studeranden Gustaf Ferdinand af Hällström.

Sedan ansökningshandlingarna jemte meteorologiska utskottets i ärendet afgifna utlåtande upplästs, beslöt Societeten att till extra assistent vid meteorologiska centralanstalten antaga filosofiekandidaten E. L. LINDELÖF.

Föräringar till Societetens bibliotek hade ingått från Finska Läkaresällskapet och Geografiska Föreningen härstädes, Bestyrelsen för Åbo stads historiska museum, Redaktionen för Antiqvarisk Tidskrift i Stockholm, Österreichische Gradmessungs-Commission och Zoologisch-botanische Gesellschaft i Wien, Vetenskaps-Akademien i München, Forstakademien i Eberswalde, Astronomische Gesellschaft och K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften i Leipzig, Académie des Sciences i Krakau, Société Archéologique i Agram, Société Hollandaise des Sciences i Harlem, Société de géographie i Paris, R. Accademia dei Lincei i Rom, Royal Society och Meteorological Office i London, Department of Agriculture och The Weather Bureau i Washington, Museum of comparative Zoology i Cambridge samt Instituto Geografico Argentino i Buenos Aires.

Den 15 Februari 1892.

Från Société de géographie i Paris hade ingått ett tillkännagifvande att dess ordförande hr De Quatrefages de Bréau den 12 nästvikne Januari aflidit.

Redaktionen för en i St Petersburg på ryska språket utkommande naturvetenskaplig tidskrift hade genom ett cirkulär anhållit om särskilda uppgifter beträffande bl. a. Finska Vetenskaps-Societeten och dess arbeten. Åt sekreteraren öfverlemnades att vidtaga de åtgärder, som häraf kunde föranledas.

I två särskilda skrifvelser af den 22 Januari hade Finans-Expeditionen i Kejserliga Senaten meddelat Societeten, att Guvernören i Nylands län anmodats låta till direktorn Biese och assistenten Heinrichs utbetala de uti deras senast inlemnade reseräkningar upptagna beloppen.

Hr KARSTEN hade insändt en af honom författad afhandling med titel: Finlands Mögelsvampar (Hyphomycetes Fennici), hvilken enligt hans tillika uttalade önskan skulle införas i Bidragen.

Sekreteraren anmälde en af lektorn dr E. SELANDER in-

sänd „notis om ett sätt att geometriskt interpretera elementen i de elliptiska integralerna“ samt förordade dess intagning i Öfversigten, hvartill bifölls.

Till vidare åtgärd företogs frågan om bestämmandet af arbetstiden för den vid meteorologiska centralanstalten nyligen anstälde extra assistenten. Härvid anmälde hr Moberg att meteorologiska utskottet vid förnyad behandling af ärendet funnit någon särskild föreskrift i antydt afseende från dess eller Societetens sida icke påkallad, enär det ankom på utskottet att tillse att det arbete, som ålåg extra assistenten, varder inom faststäld tid och med det för ändamålet beviljade anslaget utfördt, utan ansett det kunna öfverlemnas åt direktorn att efter samråd med extra assistenten anordna arbetet på sätt lämpligast syntes. Detta förslag godkändes af Societeten.

Beträffande de vetenskapliga föredragen vid Societetens förestående årshögtid beslöts att dessa enligt vedertagen ordning skulle besörjas af de då afgående och tillträdande ordförandena.

Hr O. Hjelt öfverlemnade till Societetens bibliotek ett exemplar af sitt nyligen utgifna arbete: Svenska och Finska Medicinalverkets historia 1663-1812, I delen. Föräringar till biblioteket hade för öfrigt ingått från Sällskapet för Finlands geografi, Svenska Literatursällskapet, Societas pro fauna et flora fennica och Juridiska Föreningen härstädes, Domkapitlet i Borgå, K. Finska Hushållningssällskapet i Åbo, Kejs. Ryska Geografiska Sällskapet i St Petersburg, Fysikaliska Observatorium i Tiflis, Bergens Museum, Ungerska Vetenskaps-akademien i Budapest, Astronomische Gesellschaft, K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften och Fürstlich-Jablonowski'sche Gesellschaft i Leipzig, K. K. Naturhistorisches Hofmuseum i Wien, Académie des Sciences i Krakau, Société Hollandaise des Sciences i Harlem, Société de géographie och Société mathématique de France i Paris, R. Accademia dei Lincei i Rom, Circolo matematico i Palermo, Royal Astronomical Society i London, Royal Irish Academy i Dublin, Department of Agriculture och U. S. Naval Observatory i Washington, Johns Hopkins University i Baltimore, Canadian Institute i Toronto, Museum of Comparative Zoology i Cambridge, Revista Argentina de Historia Natural i Buenos Aires, College of Sciences i Tokyo samt Royal Society of New South Wales i Sydney.

Den 14 Mars 1892.

Faculté des Sciences i Marseille hade öfversändt första häftet af sina „Annales“ jemte ett cirkulär, hvari uttalades önskan att inträda i skriftbyte med Societeten. Förslaget antogs af Societeten.

Direktor Biese hade inlemnat en reseräkning å Fmk. 224: 40 för nyligen verkstäld inspektion af meteorologiska stationen i Uleåborg, och skulle densamma insändas till Finans-Expeditionen med anhållan om åtgärd till beloppets utanordnande.

Öfverstyrelsen för lots- och fyrinrättningen underrättade i bref af den 18 Februari att lotsåldermannen *Abraham Lind,* som härintills anstält vattenhöjdsobservationer vid Lypörtö lotsplats, förklarat sig ej kunna fortsätta med dessa observationer, utan öfverlemnat deras anställande från innevarande års början åt lotslärlingen vid nämnda lotsplats *Johan Viktor Sjögren,* hvilken förklarat sig villig att dem ombesörja. Till denna anordning biföll Societeten, under förutsättning att Sjögren blifvit af sin företrädare behörigen instruerad i saken, och egde han förty påräkna det härför vanliga arvodet 48 mk. för år, sålänge observationerna af honom ordentligt utfördes. Härom skulle bemälde Öfverstyrelse i bref undersättas.

Friherre Palmén anmälde ett af dr V. F. Brotherus inlemnadt arbete med titel: „Enumeratio muscorum Caucasi“ och förordade dess intagning i Acta, hvartill Societeten samtyckte.

Hr Reuter inlemnade likaledes till införande i Acta en af honom författad afhandling med titeln: Monographia generis Reduvius Fabr. Lam.

Hr Moberg anmälde att han jemte hr Elmgren enligt erhållet uppdrag verkställt granskning af Vetenskaps-Societetens och Meteorologiska Centralanstaltens räkenskaper för år 1891 samt aflemnade deröfver följande

Revisionsberättelse.

Vid anstäld granskning af Finska Vetenskaps-Societetens och Meteorologiska Centralanstaltens räkenskaper för år 1891 hafva undertecknade revisorer befunnit desamma vara af följande innehåll:

1. *Finska Vetenskaps-Societetens Kassa.*

Behållning från år 1890		12,639: 50
Inkomster:		
Statsanslaget för Vetenskaps-Societeten	15,000: —	
„ för Mekaniska verkstaden	2,500: —	
„ för Limnigrafen i Hangö	200: —	
Vinst på utlottade obligationer	150: —	
Influtna räntor	334: 15	18,184: 15
	Summa	30,823: 65

Utgifter:

Tryckning och häftning af Societetens skrifter	10,665: 20	
Litografering och träsnitt till d:o d:o	952: —	
Mekaniska verkstaden	2,500: —	
Hyra för lokalen	2,000: —	
Arvoden och löner	1,100: —	
Limnigrafen	150: —	
Vattenhöjdsmätningar	288: —	
För öfversättning och korrekturläsning	125: —	
„ renskrifning	18: —	
„ annonser	50: 73	
„ frakter och postporto	67: 20	
„ inbindning till bibliotheket	316. —	
„ biträde vid d:o	66: —	
Diverse expenser	37: 92	18,336: 05
Behållning till år 1892		12,487: 60
	Summa	30,823: 65

2. *Statsrådet L. Lindelöfs Donationsfond.*

Behållning från 1890	2,266: 55	
Upplupen ränta	130: 60	2,397: 15
Behållning till år 1892		2,397: 15

3. *Anslaget för polarexpeditionen.*

Behållning från år 1890		2,899: 46
Utgift: för litografering af kurvor	40: —	
Behållning till år 1892	2,859: 46	2,899: 46

4. *Meteorologiska Centralanstaltens Kassa.*

Behållning ifrån år 1890		1,436: 34
Inkomster:		
Statsanslaget för år 1891	19,500: —	
Extraanslag för tryckning	2,500: —	
„ för telegrafister	600: —	22,600: —
		24,036: 34
Utgifter:		
Amanuensens lön	2,000: —	
Arvode för observatörer, kartograf och räknebiträden	9,123: 90	
Arvode för observatörer i landsorten	2,899: 55	
Tryckningskostnader	2,757: 05	
Inköp och reparation af instrumenter	1,836: 03	
Böcker och tidskrifter	94: 56	
Expenser och diverse	821: 43	
Ved och ljus	535: 05	
Underhåll af byggnaderna	194: 30	
Vaktmästarens lön	800: —	
Arvode åt telegrafisterna	600: —	21,661: 87
Behållning till år 1892		2,374: 47
	Summa	24,036: 34

5. *Anslag för bearbetning och tryckning af landsortsobservationerna.*

Statsanslaget för år 1891		13,400 —
Utgift: För bearbetning af fyrbåksobservationer	384: —	
Behållning till år 1892	13,016: —	13,400: —

Emedan vid granskning af dessa räkenskaper ingen anledning till anmärkning förekommit, tillstyrka vi full decharge för redovisaren i afseende å Vetenskaps-Societetens fonder samt att redovisningen för Meteorologiska Centralanstalten måtte af Societeten godkännas. Helsingfors, den 29 Februari 1892.

Ad. Moberg. **S. G. Elmgren.**

I enlighet med revisorernes tillstyrkan fann Societeten godt bevilja skattmästaren full decharge för förvaltningen af Societetens fonder under år 1891 samt godkände redovisningen för meteorologiska centralanstalten, och skulle denna redovisning insändas till Kammar-Expeditionen i Kejserliga Senaten.

Emedan Societeten ännu ej fått emottaga de medel, hvilka genom en år 1881 påbörjad insamling i landet influtit till bildande af en vetenskaplig s. k. Nordenskiöldsfond, hvars vård och användning skulle ställas under Vetenskaps-Societetens inseende, och hvilka medel af den för ändamålet tillsatta komitén varit deponerade hos ledamoten i samma komité framlidne kommerserådet Carl Wilhelm Sundman, uppdrog Societeten åt sekreteraren att af Sundmans sterbhus söka utfå dessa medel med tillhörande redovisning samt öfverlemna dem till Societetens skattmästare att förvaltas jemte Societetens öfriga tillgångar.

Ett af friherre Palmén och hr Norrlin undertecknadt förslag till inväljande af två nya ledamöter i Societeten upplästes, och beslöts att deröfver inhemta naturhistoriska sektionens utlåtande.

Föräringar till Societetens bibliotek hade ingått från Finska Läkaresällskapet, K. Finska Hushållningssällskapet, Société Impériale des Naturalistes i Moskwa K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften i Leipzig, K. K. Geographische Gesellschaft, Anthropologische Gesellschaft och K. K. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus i Wien, Académie des Sciences i Krakau, Académie des Sciences, Ecole polytechnique, Société de géographie och Musée Guimet i Paris, Académie des Sciences et Lettres i Montpellier, Faculté des Sciences i Marseille, Société des Sciences physiques et mathématiques i Bordeaux, Société des Sciences naturelles i Cherbourg, Société Linnéenne i Lyon, Société des Sciences i Nancy, R. Accademia dei Lincei i Rom, Johns Hopkins University i Baltimore samt Museum of Comparative Zoology i Cambridge.

Den 11 April 1892.

Sekreteraren anmälde att han enligt Societetens uppdrag vidtagit åtgärd om utbekommande af de till „Nordenskiöldsfonden för vetenskapliga forskningsresor“ influtna medel, hvilka af konsuln G. Sundman senast varit på öppen deposition insatta i Finlands Bank, samt att denne numera till Societetens sekreterare och kassör öfverlemnat ett öfver nämnda insättning den 7 Mars 1890 utfärdadt bevis, utvisande att fonden då utgjorde Fmk. 18,884: 95, bestående för det mesta af Nordiska Aktiebankens depositionsbevis à 4 %. Med anledning häraf fann Societeten godt befullmäktiga sin kassör, assessorn N. Chr. Westermarck, att å Finlands Bank lyfta och qvittera sagde medel, hvarjemte åt ordföranden och sekreteraren öfverlemnades att i samråd med kassören bestämma om deras placering.

Finans-Expeditionen meddelade i bref af den 18 nästvikne Mars en utanordning af direktorn Bieses senast inlemnade reseräkning å Fmk. 224: 40.

Hr Moberg anmälde att meteorologiska utskottet den 24 nästvikne Mars verkställt inventering af meteorologiska centralanstaltens kassa och öfriga egendom, hvaröfver protokoll inlemnades till Societeten, samt att direktorn Biese till honom aflemnat kassaförslag öfver sagde anstalts medel för innevarande års andra qvartal.

En af arkitekten Schjerfbeck inlemnad räkning å Fmk. 150, utgörande Vetenskaps-Societetens andel i kostnaden för eskissritning m. m. till den projekterade byggnaden för vetenskapliga föreningar, godkändes af Societeten.

Till införande i Öfversigten anmälde hr E. Hjelt en af honom författad uppsats med titel: Ftalidbildningen ur o-metylbenzoesyra vid olika temperaturer.

Hr Sundell tillkännagaf att han numera slutfört bearbetningen af åskväderobservationerna för sistlidet år, hvarom berättelse skulle ingå i Bidragen samt utdelas till vederbörande observatörer. På hr Sundells framställning beslöts att observationerna skulle fortsättas äfver under innevarande år.

Hr A. Donner redogjorde för fortgången af de astrofotografiska arbetena å härvarande astronomiska observatorium under sistlidet år, hvaraf en resumé meddelades för Öfversigten.

Direktorn E. Biese hade inlemnat en „Berättelse öfver Finska Vetenskaps-Societetens meteorologiska centralanstalts verksamhet under året 1891,“ som skulle införas i Öfversigten.

Till ledamöter i Finska Vetenskaps-Societeten i dess naturalhistoriska sektion invaldes e. o. professorn i entomologi vid Kejserliga Alexanders-Universitetet, fil. doktorn John Reinhold

Sahlberg samt professorn i botanik vid samma universitet, fil. doktorn Fredrik Emil Wolmar Elfving; och skulle kallelsebref till dem i vanlig ordning utfärdas.

Hr Reuter öfverlemnade till Societetens bibliotek 31 af honom under senare åren dels i inhemska dels i utländska tidskrifter publicerade uppsatser. Föräringar till biblioteket hade dessutom ingått från Finska Läkaresällskapet, Kejserliga Finska Hushållningssällskapet, Finska Historiska Samfundet och Geografiska Föreningen härstädes, Vetenskaps-Akademierna i Berlin, München, Paris och Turin, Kejs. Ryska Geografiska Sällskapet, Fysikaliska Centralobservatorium och Comité géologique i St Petersburg, Société Imp. des Naturalistes i Moskwa, Museum i Tromsö, Kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften i Leipzig, Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften i Görlitz, Historischer Verein i Augsburg, Kais. Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher i Halle, Académie des Sciences i Krakau, Naturforschende Gesellschaft i Zürich, Société de physique et d'histoire naturelle i Genève, Société Royale des Sciences i Liège, Société de géographie och Société mathématique de France i Paris, Société Linnéenne de Normandie i Caen, R. Accademia dei Lincei i Rom, Royal Society och Royal Astronomical Society i London, Bureau of Education och Weather-Bureau i Washington, Johns Hopkins University i Baltimore, Museum of comparative Zoology i Cambridge, Instituto geografico Argentino i Buenos Aires samt Linnean Society of New South Wales i Sydney.

Den 29 April 1892.

Sedan hr Hjelt tillträdt ordförande-befattningen, anställdes val af viceordförande för det nu ingående arbetsåret, och tillföllo dervid samtliga närvarandes röster hr Homén.

Från interimsstyrelsen för Nordenskiölds-fonden hade till Societeten anländt en af ordföranden i samma styrelse W. Spåre uppsatt sålydande skrifvelse:

Till Finska Vetenskaps-Societeten.

Då vår frejdade landsman, Professorn Friherre Adolf Erik Nordenskiöld, efter utförandet af den berömda Vegaexpeditionen — Europas och Asiens omsegling — firad och beundrad öfverallt under sin återfärd, första gången besökte sitt gamla fädersland i Januari 1881, möttes han äfven här med samma hänförelse. — Finlands hufvudstad beredde honom ett festligt emottagande och Finska Vetenskaps- Societeten bevisade honom storartade hedersbetygelser.

Då föddes tanken att äfven hela vårt land borde bevisa denna vår store landsman någon hans idrott värdig medborgerlig ärebetygelse genom någon stiftelse, hvarvid minnet af denna, genom honom utförda, bragd af verldshistorisk betydelse kunde fästas, och ansågs det lämpligaste sättet derför vara att genom allmän subskription öfver hela landet insamla

medel till stiftande af en „Nordenskiölds-fond för vetenskapliga forskningsresor", hvilken, sedan den uppnått ett ändamålet någorlunda motsvarande belopp, skulle lemnas till Finska Vetenskaps-Societeten, som efter pröfning egde af fondens räntor utgifva reseanslag åt intresserade och dertill kompetente finske män, för att bereda dem tillfälle att deltaga i större vetenskapliga expeditioner till företrädesvis utom Europa belägna trakter och sålunda äfven bereda vårt land en plats inom det universella vetenskapliga forskningsområdet, och borde under Nordenskiölds lifstid hvarje gång vid anslagets bortgifvande, då så ske kan, hans utlåtande inhemtas, samt Nordenskiölds söner i likhet med finske män anses berättigade att dermed ihågkommas.

För att förverkliga denna idé ansågs lämpligast inbjuda ett antal af landets mest ansedde män till ett sammanträde i Helsingfors, för att öfverlägga och besluta i ämnet samt utsända inbjudningslistor i afsigt att bereda hvarje finsk medborgare tillfälle att genom bidrag till fonden deltaga i stiftelsen. Sedan ett sådant möte samma år i Februari egt rum i Helsingfors, vid hvilket tillfälle detta förslag föredrogs, och sedan detsamma till sina ofvannämnda hufvudprinciper vunnit mötets godkännande, tillsattes en Interimsstyrelse, hvilken egde ombesörja penninge-insamlingen och fondens förvaltning samt vidtaga alla dermed förenade åtgärder och bestyr, bestående af undertecknad Walfrid Spåre, som ordförande, samt undertecknad L. Lindelöf och n. m. aflidne Kommerserådet C. W. I. Sundman. Till kassaförvaltare utsågs inom Interimsstyrelsen Kommerserådet C. W. I. Sundman.

Sedan Interimsstyrelsen hos Generalguvernören utverkat vederbörligt tillstånd för ändamålet, utsändes inemot ett tusen inbjudningslistor till allmänheten att deltaga i subskriptionen, daterade den 5 Mars 1881 samt undertecknade af inalles 29 personer, bestående såväl af vid mötet närvarande som ock några andra personer, hvilka genom korrespondens erhållit del af samt förenat sig i företaget, och ett likalydande upprop af samma dag meddelades allmänheten genom landets förnämsta tidningar.

Då derefter listor med bidrag började till Interimsstyrelsen återkomma, lemnades såväl dessa som ock dem bilagda penningesummor till kassaförvaltaren C. W. I. Sundman, hvarjemte redovisning öfver de influtna medlen, med utsättande af hvarje enskild gifvares namn, bidragets belopp, samt slutsumman af samtliga bidrag publicerades i tidningarna till allmänhetens kännedom. Vid hvarje ny dylik redovisning tillades senaste slutsumman och derefter summan af hela insamlingens belopp och i början af hvarje nytt år tillades till slutsumman äfven den under föregående året upplupna räntan. Sålunda fortgick insamlingen oafbrutet under många år intill fondens kassaförvaltares Kommerserådet Sundmans under vintern 1889 inträffande sjukdom och derpå följande död.

Sedan det numera, efter derom gjorda såväl skriftliga som muntliga påminnelser, lyckats förmå aflidne Kommerserådet Sundmans bo att utlemna den blifvande Nordenskiöldska fondens medel, uppgående jemte räntor för närvarande till ett belopp af Fmk 20,954 (Tjugutusen niohundra femtiofyra) och 57 (femtiosju) penni, hafva undertecknade i Interimsstyrelsen qvarstående medlemmar derefter ej velat öfvertaga ansvaret af de insamlade medlens förvaltande, utan funnit det lämpligast att, ehuru insamlingen ännu ej kan anses vara slutförd, så mycket mer som ännu ett ej obetydligt antal listor icke återkommit ifrån personer, hvilka för stiftelsen varit intresserade och hvilkas namn äro en borgen för att de påtagligen ej skola försumma att ännu insända bidrag, — dock nu redan öfverlemna det ofvannämnda penningebelop-

pet i Finska Vetenskaps-Societetens vård, med vördsam anhållan, att Vetenskaps-Societeten ville dessa medel emottaga för att tillsvidare förvalta och och på fördelaktigaste sätt förränta; — förbehållande oss likväl att först, sedan alla med denna insamling förenade ännu oafslutade göromål och anordningar blifvit slutförda, så fort ske kan, öfverlemna såväl hela den blifvande Nordenskiölska fonden för vetenskapliga forskningsresor, som dertill hörande handlingar till Finska Vetenskaps-Societetens slutliga fullständiga disposition och förvaltning i enlighet med de grunder, som i den vid insamlingens början till allmänheten aflåtna och i landets tidningar jemväl intagna skrifvelsen i ämnet af den 5 mars 1881 finnas angifna.

Slutligen anhålla vi förbindligast att denna af oss nu i dag aflåtna skrifvelse jemte den Nordenskiölda fondens medel må i alla tider bevaras hos Vetenskaps-Societeten.

Helsingfors, den 11 April 1892.

Walfrid Spåre. **L. Lindelöf.**

Efter uppläsningen af denna skrifvelse beslöts att densamma skulle förvaras bland Societetens handlingar.

Med anledning af ett från *K. K. Hofbibliotheket* i Wien ingånget förslag om utbyte af Societetens skrifter mot dublettt exemplar af arbeten i sagda bibliotek öfverlemnades åt bibliotekarien att efter granskning af katalogen öfver de erbjudna dubletterna föreslå de nummer deri, som för Societeten vore önskvärda att erhålla, för den händelse att det ifrågasatta utbytekomme till stånd.

Till införande i Öfversigten antogs, på framställning af friherre Palmén, en uppsats af hr K. M. Levander „om felslagning af ett septum hos en Edwarsia."

Den 23 Maj 1892.

Ungerska Vetenskaps-Akademien tillkännagaf genom ett cirkulär, att dess ledamot J. Budenz den 15 nästvikne April aflidit.

Öfverstyrelsen för lots-och fyrinrättningen anmälde i bref af den 3 i denna månad, att åldermannen vid Utö lotsplats inom Åbo lotsfördelning *Alfred Brunström* förklarat sig villig fortsätta vattenhöjdsobservationerna derstädes efter förre åldermannen *J. Öhman,* som vid senaste års utgång afsagt sig detta uppdrag. Societeten fann godt antaga Brunström för ifrågavarande uppdrag mot det härför bestämda arvodet af 48 mark för år.

I bref af den 7 dennes underrättade samma Öfverstyrelse, att för vattenståndsmätaren vid Hangö båkland en ny kista vore behöflig, samt hemstälde huruvida Vetenkaps-Societeten ville bestrida kostnaden för densamma, hvilken beräknats till 300 mark. Då vattenhöjdsmätningarna vid fyrbåkarna med dertill hörande

apparater emellertid hitrills bekostats af lotsverket, ansåg Societeten, i enlighet med meteorologiska utskottets derom nu afgifna utlåtande, sig böra gifva ett afböjande svar å berörda hemställan, med uttalande tillika af den önskan, att Lotsstyrelsen måtte benäget draga försorg om apparatens iståndsättande.

Sedan bibliotekarien jemte hr Estlander numera granskat den från K. K. Hofbiblioteket i Wien meddelade förteckningen öfver der befintliga dubletter samt antecknat de arbeten, som syntes kunna ega värde för Societeten, beslöts att Societeten i utbyte mot dessa arbeten skulle erbjuda Hofbiblioteket sina skrifter för de senare åren jemte framdeles utkommande fortsättning af dem.

En af dr K. F. SLOTTE inlemnad afhandling „Om den molekylära attraktionen hos mättade ångor" godkändes på framställning af hr Sundell till intagning i Öfversigten.

Hr WIIK anmälde till införande i Acta ett af honom författadt arbete, innehållande „Utkast till ett kristallokemiskt mineralsystem. I. Silikaterna."

Till införande i Öfversigten godkändes, på anmälan af hr Lemström, följande tvenne uppsatser: Bidrag till Enantylsyrans historia, IV, af O. AF FORSELLES och H. A. WAHLFORSS, samt Några derivat af kapronitril af CLAËS NORSTEDT och H. A WAHLFORSS.

Hr E. HJELT anmälde till införande i Öfversigten en uppsats af prof. K. A. R. TÖTTERMAN med titel: Till festskriften „Fünf Suljekinschriften," samt för egen del „Undersökningar öfver reaktionshastigheten vid laktonbildningsprossen, II," afsedd att publiceras i Acta.

Friherre af Schultén redogjorde för tvenne af hr UNO COLLAN inlemnade uppsatser: 1) Ein Beitrag zur Kenntniss der Autokatalyse och 2) Med anledning af en uppsats: „Ftalidbildningen ur o-oxymetylbenzoesyra vid olika temperaturer af Edv. Hjelt," samt förordade deras införande i Öfversigten, hvartill Societeten biföll.

Hr E. Hjelt förbehöll sig att med anledning af den i sistberörda uppsats ingående kritiken få ett genmäle infördt i Öfversigten.

Hr HÄLLSTEN meddelade för Öfversigten en af honom författad uppsats om „Verkningar af magnesiumsulfat på motoriska ledningsbanor i periferiska nervstammar vid ryggmärgen" samt till införande i Bidragen en uppsats med titel: Matériaux pour servir à la connaissance des crânes des peuples germaniques trouvés en Finlande. Crânes trouves dans la paroisse de Storkyro, gouvernement de Wasa, par K. HÄLLSTÉN et P. THUNEBERG.

Föräringar till Societetens bibliotek hade ingått från Finska Läkaresällkapet, Svenka Literatursällskapet, Industristyrelsen, Kejs.

Finska Hushållningssällskapet i Åbo, Arkeologiska Kommissionen och Kejs. Ryska Geografiska Sällskapet i St. Petersburg, Gelehrte estnische Gesellschaft och Naturforscher-Gesellschaft i Dorpat, Meteorologiska Observatorium i Upsala, K. Norske Videnskabernes Selskab i Throndhjem, K. K. Geologische Reichsanstalt och Verein zur Verbreitung naturvissenschaftlicher Kenntnisse i Wien, Germanisches Nationalmuseum i Nürnberg, Naturwissenschaftlicher Verein i Greifswald, Oberhessische Gesellschaft für Natur-und Heilkunde i Giessen, Naturhistorischer Verein i Bonn, Würtembergische Kommission für Landesgeschichte i Stuttgart, Vetenskaps-Akademien i München, Société Archéologique i Agram, Kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Fürstlich-Jablonowski'sche Gesellschaft och Astronomische Gesellschaft i Leipzig, Astronomiska Observatorium i Kiel, Académie des Sciences i Krakau, Société Hollandaise des Sciences i Harlem, Société mathématique de France och Société de Géographie i Paris, Vetenskaps-Akademien i Turin, R. Accademia dei Lincei i Rom, Circolo matematico i Palermo, Royal Astronomical Society och Zoological Society i London, Smithsonian Institution, U. S. Naval Observatory, Bureau of Ethnology och Weather Bureau i Washington, Academy of Natural Sciences i Philadelphia, Academy of Natural Sciences i Minnesota, Johns Hopkins University i Baltimore, samt från hrr J. O. I. Rancken och O. M. Reuter.

Ordföranden hr. E. Hjelt yttrade följande, för hvilket han anhöll om plats i protokollet:

„Den 29 April 1867 valde Societeten till sin ständige sekreterare den man, som ännu bekläder denna post. Ett qvart sekel har således förgått sedan Societetens främsta hedersuppdrag ombetroddes statsrådet LINDELÖF. Såsom Societetens nuvarande ordförande begagnar jag mig af detta tillfälle, då statsrådet Lindelöf begynner sitt 26 verksamhets år såsom sekreterare i Societeten, att för honom uttrycka Societetens erkänsla för hans arbete i dess tjenst under denna långa tid. De qvalifikationer, som fordras af en sekreterare i ett samfund sådant som Vet. Societeten, äro icke ringa och de personer äro icke många, hos hvilka de alla finnas förenade. Betydande vetenskapliga förtjenster, en framskjuten ställning i den vetenskapliga verlden, mångsidiga insigter, praktisk begåfning, förfarenhet i adminiistativa värf äro nödvändiga vilkor för den, som väl skall fylla en sådan plats. Societeten måste skatta sig lycklig att i statsrådet Lindelöf hafva egt en skreterare, som besitter dessa qvalifikationer i rikaste mått och hos hvilken dessa varit parade med ett aldrig tröttnande intresse för Societeten och dess verksamhet. Statsrådet Lindelöf har under de förflutna tjugufem åren varit den

ledande mannen inom vårt samfund och Societeten känner sig djupt tacksam för allt hvad statsrådet Lindelöf under denna tid och för dess syften verkat. Societeten hoppas, att den ännu länge måtte för sekreteraregöromålen få njuta förmånen af statsrådet Lindelöfs bepröfvade skicklighet och varma intresse för Societeten."

Sekreteraren tackade Societeten och dess ordförande för det vänliga erkännande honom sålunda kommit till del för hans visserligen allvarliga om ock ofullkomliga bemödanden att fylla den vigtiga plats, hvarmed Societeten behedrat honom.

L. Lindelöf.



Vetenskapliga Meddelanden.

Om natronkalk som torkningsmaterial vid Marsh'ska profvet.

Af

Gust. Komppa.

Af särskilda orsaker har jag upptagit frågan om natronkalkens användbarhet vid Marsh'ska profvet till närmare ompröfning. För ändamålet anställde jag följande försök:

Förprof: Till tvänne Marsh'ska apparater, den ena försedd, till torkning för de utvecklade gaserna, med ett 55 cm. långt och 2 cm. vidt klorkalciumrör och den andra med ett likadant innehållande natronkalk, infördes 40 gr. zink (arsenikfri från firman Kahlbaum i Berlin), 50 cc. utspädd svafvelsyra (1 vol. $H_2 SO_4$ och 4 vol. $H_2 O$) och 2 cc. mycket utspädd platinakloridlösning. Sedan luften blifvit utdrifven upphettades rörena till glödning på vanligt sätt. Efter en half timme tillsattes 25 cc. af samma svafvelsyra. Reaktionen fortgick ungefär en timme; derunder hade **icke** någon arsenikspegel bildats. Under försöket hade c:a 12 gr. zink löst sig i hvardera apparaten. Sedan jag på detta sätt hade öfvertygat mig om, att de reagensier, hvilka jag sedermera använde, voro *arsenikfria,* öfvergick jag till de egentliga försöken.

Försök 1. Utfördes såsom profförsöket med den skilnad att af en arseniklösning [1]), som innehöll 0,000833 gr. arseniktrioxid ($As_2 O_3$) pro cc. infördes sedan rören förut upphettats till glödning under 5 minuters tid. I apparaten med

[1]) Erhållen ur Fowlers lösning (inneh. 0,833 % $As_2 O_3$) sålunda att 10 cc. utspäddes med vatten till 100 cc.

klorkalciumröret bildades inom 15 minuter en *stark, ogenomskinlig* spegel, som ej mera tilltog i styrka, ehuru upphettningen fortsattes ytterligare 45 minuter, medan apparaten med natronkalk såsom torkmaterial inom 15 min. endast gaf en *svag* och *fullkomligt genomskinlig*, som ej heller mer tilltog i styrka ehuru gasutvecklingen fortgick lika länge som i förstnämnda apparat.

Försök 2. Zink, svafvelsyra och platinakloridlösning som vid föregående prof. Reaktionen fick fortgå i 20 min. utan att någon spegel bildades. Derefter infördes i hvardera apparaten 25 cc. svafvelsyra (af samma koncentration som förut), hvilken innehöll 0,0001 gr. $As_2 O_3$ [1]). Inom en kvart timme erhölls i det med klorkalciumrör förbundna kapillarröret en *tydlig* arsenikspegel, som under de följande tre kvart timmarna blef delvis *ogenomskinlig.* I röret med natronkalk erhölls deremot inom samma tid *ingen* spegel.

Försök 3. Utfördes som föregående. Reaktionen fick försiggå 10 min. innan arseniklösningen, som innehöll 0,0002 gr. $As_2 O_3$ blandad med 25 cc. svafvelsyra, inhälldes. Härvid erhölls inom en kvart timme i apparaten med klorkalcium en *alldeles ogenomskinlig* arsenikspegel, hvilken ytterligare tilltog under närmaste tid. Deremot gaf röret med natronkalk *hvarken förr eller senare någon* spegel. Profven fingo inalles gå 1 timme.

Försök 4. Liksom försök 3, endast att arsenikmängden utgjorde 0,0004 gr. ($As_2 O_3$). Apparaten med klorkalciumröret gaf en *mäktig* och *svart* spegel, den med natronkalkröret *ingen* spegel.

Försök 5. Utfördes såsom föregående, endast att 0,0006 gr. $As_2 O_3$ användes. Kalciumkloridröret gaf en *stark* arsenikspegel, hvaremot natronkalkröret *ingen* spegel.

Försök 6. Kvantiteterna liksom förut. Med sjelfva apparaten företogs den förändring, att klorkalcium- och natronkalkrörens längd endast utgjorde 30 cm., yttre diametern

---

[1]) 10 cc. af den förut nämda lösningen utspäddes med vatten till 83,3 cc.; så att hvarje cc. innehåller 0,0001 gr. $As_2 O_3$.

liksom förut 2 cm. Den tillsatta arsenikmängden utgjorde 0,0001 gr. ($As_2 O_3$) i hvardera apparaten. I det med klorkalciumrör förenade röret erhölls en *tydlig, delvis ogenomskinlig* spegel, hvaremot röret med natronkalk gaf *ingen* spegel.

Försök 7. Utfördes såsom föregående, med den skilnad att arsenikmängden utgjorde 0,0002 gr. ($As_2 O_3$). I klorkalciumröret bildades en *svart, ogenomskinlig* spegel, hvaremot natronkalkröret *icke* gaf *någon* spegel.

Försök 8. Som föregående, men arsenikmängden var 0,0005 gr. ($As_2 O_3$). Klorkalciumröret gaf en *lång, svart* spegel; natronkalkröret *ingen* spegel.

Försök 9. Såsom föregående[1]), endast att 0,0007 gr. $As_2 O_3$ tillfördes i hvardera apparaten. Klorkalciumröret gaf en *lång* och *svart* spegel, medan natronkalkröret denna gång lämnade en *svag* och *genomskinlig.*

Försök 10. Liksom förut, med den skilnad att klorkalciumröret innehöll en mindre mängd kaliumhydrat närmast till utvecklingsflaskan; det andra torkröret var till hälften fyldt med natronkalk, till andra hälften med klorkalcium. Det först nämda röret gaf med 0,0004 gr. $As_2 O_3$ en *svart* och *ogenomskinlig* spegel. Det andra röret åter lemnade med samma arsenikmängd *ingen* spegel.

Försök 11. Det dels med natronkalk dels med klorkalcium fyllda röret gaf med 0,0006 gr. $As_2 O_3$ en *ogenomskinlig* spegel. Vid detta försök och vid följande anställdes ej vidare parallelförsök med torkrör innehållande endast klorkalcium.

Försök 12. Genom det med klorkalcium jemte natronkalk fyllda röret leddes en mycket stark vätgasström. För detta ändamål användes 4 cc. af platinakloridlösningen i stället för 2 cc. Med 0,0001 gr. $As_2 O_3$ erhölls dervid *ingen* spegel.

Försök 13. Alldeles såsom föregående, men med 0,0004 gr. $As_2 O_3$; härvid erhölls en *svag, genomskinlig* men *lång* spegel.

---

[1]) Vid detta och följande försök användes endast 30 gr. zink, hvilket likväl icke är af någon betydelse för utgången af försöken

För att utröna huruvida arseniken verkligen stannat i natronkalken anställdes följande försök:

5 gr. ren, icke ännu använd natronkalk pulveriserades fint och uppslammades i 25 cc. vatten samt försattes med 50 cc. svafvelsyra (af samma koncentration som förut) och kokades en längre tid. Lösningen affiltrerades, afdunstades på vattenbad till c:a 50 cc., filtrerades ånyo och infördes i en Marsh-apparat, hvars torkrör var fyldt med klorkalcium. Efter en timme hade *icke* ännu *någon* spegel bildat sig.

Då deremot natronkalken från det 30 cm. långa, flere gånger använda torkröret behandlades på samma sätt, erhöll man en *tydlig* arsenikspegel. Häraf framgår tydligt, att arseniken absorberats af natronkalken.

För att förvissa mig derom, att natronkalk öfverhufvud eger förmågan att absorbera arsenik, utförde jag ytterligare följande försök, men använde härtill en natronkalk af annan härstamning än den som vid ofvannämda försök blifvit använd.

Ett 30 cm. långt och 2 cm. vidt rör fylldes med densamma och användes såsom torkrör. Ur 0,0001 gr. As_2 O_3 erhölls *ingen* spegel. 0,0006 gr. gaf en *svag, genomskinlig* och *lång* spegel (strömmen mera stark).

För att bevisa att kaliumhydroxiden, som ofta användes såsom ett svafvelsyra, svafvelväte och antimon borttagande ämne i ett torkrör, icke absorberar arsenik, använde jag ett endast med kaliumhydrat fyldt 30 cm. långt rör såsom torkrör. 0,0001 gr. As_2 O_3 gaf dervid en lika stark spegel som klorkalciumröret under samma förhållanden.

Af ofvananförda försök framgår till full evidens, att *natronkalk icke bör användas såsom torkmaterial vid Marsh'ska profvet,* emedan den absorberar arsenik. På hvilket sätt arsenikvätet sönderdelas af natronkalk är tills vidare svårt att afgöra, men antagligen oxideras detsamma under frigörandet af väte till arseniksyrlighet eller arseniksyra, som sedan bindes af alkalit.

Genom den utredning, som ofvan vunnits, förklaras de många differenser i utlåtanden angående tygers och tapeters

arsenikhalt, hvilka egt rum mellan agrikultur- och handelskemiska laboratorium i Helsingfors och undersökningsstationen härstädes, på ett tillfredsställande sätt. Det har nämligen under de senaste åren upprepade gånger förekommit, att samma tyg- eller tapetprof i det förstnämnda laboratoriet förklarats för arsenikfria, medan de å undersökningsstationen befunnits vara arsenikhaltiga. Då den metod, som vid bestämningen användts, för öfrigt varit alldeles lika, utom att Marsh's apparat vid agrikultur- och handelskemiska laboratorium [1]) egde natronkalk som torkmaterial, men klorkalcium användes vid undersökningsstationen, så låg den tanke nära till hands, att natronkalk förmår absorbera arsenik ur de afgående gaserna. Detta har nu också tydligen framgått af undersökningen.

Ur densamma kunna ännu följande slutsatser dragas:

Längden af natronkalkskiktet utöfvar icke något större inflytande på arsenikabsorptionen; medan gränsen för natronkalkens absorptionsförmåga i ett 55 cm. långt rör ligger, när gasströmmens hastighet är som vanlig, vid en arsenikmängd af 0,0006—0,00083 gr. (se försöken 1 och 5), nedgår densamma för ett 15 cm. långt rör till 0,0004—0,0006 gr. (se försöken 10 och 11). Mycket mera inverkar här, som naturligt är gasströmmens hastighet (jemför försöken 12 och 13 med 10).

Kaliumhydrat eger icke förmågan att absorbera arsenik (se sid. 4). Detta bekräftar en uppgift af Otto [2]), enligt hvilken införandet af kalihydrat i klorkalciumröret rekommenderas.

Då en arsenikhalt af något mindre än 0,1 mgr. $As_2 O_3$ utgör det gränsvärde [3]), som Kejs. förordningen af den 14

---

[1]) Äfven andra kemister här i landet och i Sverige hafva, enligt hvad jag hört omtalas, användt natronkalk.

[2]) Dragendorff. Ermittelung von Gifte 1876; sid 336.

[3]) Uti försöken 2 och 6 användes denna arsenikmängd och den ur apparaten med klorkalciumrör erhållna spegeln visade sig hvardera gången ogenomskinlig.

Februari 1888 förutsätter uti 100 kv. centm. tyg och 200 kv. centm. tapet, för att deras försäljning skall vara förbjuden, måste åtminstone fyra gånger den tillåtna mängden arsenik ingå i ett tapet eller tygprof innan någon nämnvärd spegel erhålles, i fall man använder natronkalk till en längd af endast 15 cm. i torkröret; häraf framgår att arsenikanalyser, vid hvilka natronkalk kommit till användning som torkningsmaterial icke äro tillförlitliga. Samtliga vid förutnämda försök erhållna arsenikspeglar hafva bevarats.

Helsingfors, den 20 September 1891.



Undersökningar öfver symmetrisk allyl-etyl-bernstenssyra.

Af

Edv. Hjelt.

I sammanhang med tidigare arbeten öfver alkylsubstituerade bernstenssyror har jag redan för någon tid sedan framstält och undersökt symmetrisk allyl-etyl-bernstenssyra, ehuru undersökningens resultat först nu offentliggöres.

För syrans framställning användes malonsyreestermetoden. Dels framstäldes först butenyltrikarbonsyreester, hvari allyl infördes, dels bereddes allylmalonsyreester, hvilken behandlades med natrium och bromsmörsyreester. Den förra vägen visade sig ändamålsenligare.

54,7 gr. butenyltrikarbonsyreester (272°—279°) infördes i en lösning af 4,6 gr. natrium i 80 gr. alkohol, hvarefter 40 gr. jodallyl tillsattes. Sedan reaktionen slutförts genom upphettning på vattenbad, afskildes den bildade estern på vanligt sätt och destillerades. Af 60 gr. rå olja öfvergick under

200°	10 gr.
200—260°	2 »
260—282°	5 »
282—290°	27 »
290—295°	9 »

Den rena estern kokar vid omkring 290° under ringa sönderdelning. Den mellan 282° och 291° öfverdestille-

rande andelen förtvålades med konc. kalihydrat, hvarefter *allyl-etyl-trikarbonsyran* frigjordes genom tillsats af saltsyra. Efter upprepad kristallisation visade syran smältpunkten 123°.

0,1994 gr. gaf 0,3855 gr. CO_2 och 0,1225 gr. H_2O
0,2514 gr. gaf 0,4867 gr. CO_2 och 0.1503 gr. H_2O

	I	II	Ber f. $C_{10} H_{14} O_6$
C	52,7	52,8	52,2
H	6,8	6,6	6,1

För framställning af den tvåbasiska syran upphettades trikarbonsyran till 150°, till dess kolsyreutvecklingen upphört, hvarefter massan upplöstes i kokande vatten. Ur lösningen erhöllos tvenne syror med allyl-etyl-bernstenssyrans sammansättning, en svårlösligare och högre smältande samt en lättlösligare och lägre smältande, af hvilka den förra i analogi med förhållandet hos öfriga symmetriska dialkylbernstenssyror bör betecknas såsom *parasyran*, den senare såsom *antisyran*. Genom fraktionerad kristallisation kunde de tvenne syrorna åtskiljas. *Parasyran* visade en smältpunkt af 163—166°, *antisyran* af 108—111°.

0,1956 gr. parasyra gaf 0,414 gr. CO_2 och 0,1456 gr. H_2O
0,165 gr. antisyra gaf 0,3504 gr. CO_2 och 0,1089 gr. H_2O

			Ber f. $C_9 H_{14}O_4$
C	57,85	57,9	58,1 %
H	8,0	8,0	7,5 »

Parasyran kristalliserar i små rombiska blad, hvilka lösa sig i 110 delar vatten vid 20°. *Antisyran* kristalliserar i små asymmetriska taflor och löser sig i 37 delar vatten

Syrornas ledningsförmåga har godhetsfullt blifvit bestämd af fil. mag. U. Collan, som deröfver meddelat följande:

Parasyran:

v	μ	100 m.	100 k.
16	—	—	—
32	30,96	8,85	0,02685
64	43,08	12,31	0,02700
128	59,08	16,88	0,02677
256	79,05	22,81	0,02633
512	105,29	30,08	0,02527
1024	135,81	38,80	0,02402
2048	168,52	48,15	0,02183

$\mu \infty = 350$ K = 0,02687

Antisyran:

v	μ	100 m.	100 k.
16	25,37	7,25	0,03542
32	35,65	10,18	0,03606
64	49,21	14,06	0,03594
128	66,70	19,06	0,03588
256	89,09	25,45	0,03394
512	116,26	33,22	0,03228
1024	146,63	41,89	0,02949
2048	173,37	49,51	0,02371

$\mu \infty$ 350 K = 0,03583

Antisyran är således starkare än parasyran, såsom äfven förhållandet är hos dietylbernstenssyrorna. Hvardera allyl-etyl-bernstenssyran har en jämförelsevis hög affinitätskonstant, antisyran har bland de bekanta substituerade bernstenssyrorna den högsta näst mesobenzyl-etyl-bernstenssyran.[1])

Upphettas parasyran till en dess smältpunkt något öfverstigande temperatur, anhydriseras den, ehuru icke synnerligen lätt. Ur produkten erhålles vid inverkan af vatten antisyra; endast en obetydlig mängd parasyra återbildas. Antisyran öfvergår lättare i anhydrid, hvarur samma syra

[1]) se Bischoff o. Walden. Ber. d. d. ch. Ges. 1890 s. 1954.

regenereras. Upphettas parasyran med acetylklorid, löser den sig, men vid inverkan af vatten regenereras den fullständigt. Antisyrans öfverförande i parasyra genom upphettning med saltsyra i tillslutet rör lyckas icke utan uppkommer härvid en gummiartad produkt.

Vid syrornas behandling med bromväte och lösningarnas uppvärmning med vatten och likaså vid syrornas uppvärmning med utspädd svafvelsyra, erhölls vid extraktion med eter laktonsyror. De ur de olika syrorna erhållna produkterna voro icke identiska. Vid undersökningen af dessa produkter framträdde emellertid komplicerade förhållanden, hvilka med de jämförelsevis ringa materialmängder, hvaröfver jag förfogade, icke kunde närmare utredas.



Undersökningar öfver geometriskt isomera allylmetylbernstenssyror.

Af

C. L. Wiklund.

Forskningar på den moderna stereokemiens område hafva på senare tider haft att uppvisa en mängd resultat, hvilka icke synas stå i öfverensstämmelse med den af *Le Bel* och *van't Hoff* grundlagda teoretiska förklaringen. Så t. ex. förutsätter teorien för föreningar af typen



a b c C — C a b c

fyra modifikationer: tvänne optiskt aktiva och tvänne inaktiva, den ena af dessa dock spjälkbar. Och på samma sätt för föreningar af typen



a b c C — C á b c

tvänne aktiva och tvänne inaktiva, båda spjälkbara, modifikationer. Emellertid existera ett antal föreningar af nämda sammansättningar, hvilka man icke lyckats bringa i samklang med anförda teori och som sålunda i väsentlig mon synas niskränka dennas allmängiltighet. Hit höra de af *Bischoff*, *Hjelt*, *Walden* och andra studerade dialkylbernstenssyrorna. Ett stort antal sådana föreningar hafva redan blifvit framstälda och närmare undersökta, men i intet fall hafva flere än tvänne modifikationer af dem med bestämdhet kunnat erhållas, hvilka hvardera varit optiskt inaktiva. Äfven hafva de af *Bischoff* och *Walden* företagna spjälkningsförsöken förblifvit utan resultat.

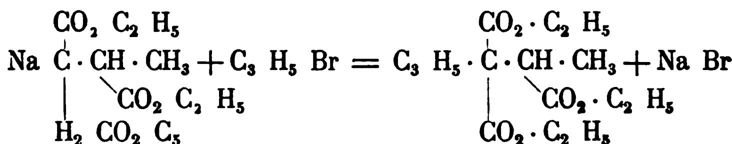
Det var sålunda a priori högst sannolikt att de af mig framställda och studerade allylmetylbernstenssyrorna, hvilka i det följande närmare beskrifvas, skulle förhålla sig på enahanda sätt. Så var äfven fallet. Endast de tvänne optiskt inaktiva modifikationerna kunde uppvisas. Dessa skilja sig från hvarandra hufvudsakligast med afseende å kristallform, löslighet och smältbarhet. Den ena modifikationen kan genom upphettning öfverföras i den andra.

Om också sålunda undersökningen i detta hänseende icke bringat något nytt i dagen, kan densamma dock försvara sin plats såsom lemnande ett ytterligare bidrag till antalet af de föreningar, hvilka i antydda afseenden äro af en så stor betydelse.

Ett särskildt intresse erbjuder för öfrigt denna omättade förening därutinnan, att ur densamma tvänne stereoisomera laktonsyror kunna.erhållas i likhet med hvad fallet är med de af *Hjelt* framställda allylmetylbernstenssyrorna.[1])

För framställning af ifrågavarande syra användes malonsyreestermetoden.

Genom inverkan af natrium alkoholat och α-brompropionsyreester, framstäld enligt *Zelinsky's* metod uppå malonsyreester erhölls propenyltrikarbonsyreester. För vidare bearbetning upptogs den mellan 265—275° C. öfverdestillerande delen af sistnämnda ester. Denna behandlades med den beräknade mängden natrium alkoholat, hvarefter allylbromid i något öfverskott tillfogades. Reaktionen försiggick under stark uppvärmning. Massan upphettades en längre tid på vattenbad tills den antagit neutral reaktion och alkoholöfverskottet afdunstat. Den enligt likheten



[1]) Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft 1889 XXII 2906.

bildade *allylpropenyltrikarbonsyreestern* afskildes med vatten, separerades och torkades. Vid destillation af 48,2 gram rå ester öfvergingo

under	200° C	2,8	gram
mellan	200—270°	4,4	»
»	270—275°	4,9	»
»	275—285°	18,9	»
»	285—295°	11,6	»

Vid förnyad destillation af de 3 sista portionerna erhölls mellan 278—288° 27,4 gram, hvaraf 11,4 gr. mellan 283—285° (bar. ståndet 764,8 mm.). Sp. v. hos sistnämda portion var vid 17,5° 1,0623.

Den mellan anförda temperaturgränser, 278—288°, öfverdestillerande delen försattes i och för esterns förtvålning med 3 gånger den teoretiska mängden koncentrerad kalihydrat och något alkohol samt uppvärmdes en längre tid på vattenbad. Sedan förtvålningsprocessen tilländalupit, behandlades reaktionsmassan med saltsyra i öfverskott. Genom utskakning med eter och efter dennas afdunstning erhölls den råa *allylpropenyltrikarbonsyran*, som omkristalliserades ur vatten. Denna i varmt vatten, alkohol och eter lättlösliga, i t. o. m. varm benzol ytterst svårlösliga syra smälter under utveckling af koldioxid vid inemot 150°.

Vid analys af syran erhöllls följande resultat:

0,2243 gram gåfvo 0,4145 g. CO_2 och 0,1190 g. H_2 O.

	Funnet:	Beräknadt för $C_9 H_{12} O_6$
C	50,4	50,0 pct.
H	5,9	5,6 »

För framställning af *allylmetylbernstenssyran* upphettades trikarbonsyran på oljebad till 150—155°. Det bildades under afgifvandet af koldioxid och något vatten en olja (anhydrid af 2 bas. syran), som efter kokning med vatten öfvergick i motsvarande syra. Lösningen lemnades att afsvalna, hvarvid kristaller med en smältpunkt om inemot 130° ut-

föllo. Genom upprepad omkristallisering kunde densamma dock höjas till 147—148°. Kristallerna utgöras af rätvinkliga prismer. Ur återstoden erhöllos efter moderlutens afdunstning nållika strålformigt grupperade kristaller, som smälta vid 86—87°. Den bildade tvåbasiska syran kunde på detta sätt åtskiljas i tvänne olika modifikationer: en högre och en lägre smältande. Den förra, *para*syran, öfvergick efter upphettning till c. 160° i den lägre smältande, *anti*syran.

Några andra modifikationer än dessa bägge kunde icke i moderluten upptäckas. Båda ega de allylmetylbernstenssyrans $C_8 H_{12} O_4$ sammansättning, såsom af följande analysresultat synes.

I 0,2119 g (Sp. 147°) gaf 0,4332 g CO_2 och 0,1360 g H_2O
II 0,1998 g (Sp. 86°) gaf 0,4111 g CO_2 och 0,1292 g H_2O
III 0,2179 g » » » 0,4445 » » » 0,1393 » » »

	Funnet:			Beräknadt för
	I	II	III	$C_8 H_{12} O_4$
C	55,7	56,1	55,6	55,8 pct.
H	7,1	7,2	7,1	7,0 »

De båda syrornas isolering från hvarandra grundar sig på deras olika löslighet i vatten. 100 delar vatten af vanlig rumtemperatur lösa nämligen 1,52 delar af den högre och 4,7 delar af den lägre smältande syran. Ännu större är skilnaden i löslighet uti kokande vatten, dock blef denna icke kvantitativt bestämd. Med afseende å andra lösningsmedel kunde icke sådana skiljaktigheter bemärkas.

Följande salter blefvo undersökta:

Parasyran med smältpunkt 147—148°.

Kalciumsaltet $C_8 H_{10} O_4 Ca + H_2O$ erhålles vid syrans neutralisering med kalciumkarbonat och lösningens afdunstning på vattenbad, i form af bladiga kristaller, lättlösliga i vatten, hvilka icke utfalla vid lösningens uppvärmning.

0,1012 gr. förlorade i vigt vid 110° 0,0087 gram
0,2298 gr. gåfvo 0,1377 Ca SO_4

	Funnet:		Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Ca + H_2 O$
H_2O	8,6	—	7,9 pct.
Ca	—	17,6	17,5 »

Bariumsaltet $C_8 H_{10} O_4 Ba + H_2 O$ erhålles likaledes genom syrans neutralisation med bariumkarbonat. Det utgöres af i vatten lättlösliga bladiga kristaller.

0,2528 g. gåfvo 0,1790 g. Ba SO_4
0,3442 g. gåfvo 0,2582 g. Ba SO_4

	Funnet:		Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Ba + H_2 O$
Ba	41,6	42,4	42,15 pct.

Kopparsaltet $C_8 H_{10} O_4 Cu$ utfaller som en grönblå flockig fällning, då natriumsaltet försättes med kopparsulfat.

0,2000 gåfvo 0,0688 g. Cu O

	Funnet:	Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Cu$
Cu O	34,4	34,0 pct.

Silfversaltet $C_8 H_{10} O_4 Ag_2$ är pulverformigt, temligen svårlösligt och mörknar vid ljusets inverkan. Det utfaller vid tillsats af silfvernitrat till syrans neutrala saltlösningar.

0,2378 g. gåfvo 0,1331 g. Ag

	Funnet:	Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Ag_2$
Ag	56,0	56,0 pct.

Antisyran med smältpunkt 86—87°.

Calciumsaltet $C_8 H_{10} O_4 Ca + H_2 O$ erhålles genom att syran, löst i kallt vatten, neutraliseras med kalciumkarbonat hvarefter lösningen uppvärmes till kokning, då saltet afskiljer sig som ett pulver.

0,1038 g. förlorade i vigt vid 110° 0,008 g. och gaf 0,0609 g. Ca SO_4

0,3134 g. gåfvo 0,1896 g. Ca SO_4

	Funnet:		Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Ca + H_2 O$
Ca	17,3	17,1	17,5 pct.
H_2O	7,7	—	7,9 »

Bariumsaltet $C_8 H_{10} O_4 Ba + 2 H_2 O$ är mycket lättlösligt och erhållas på samma sätt som motsvarande salt af parasyran.

0,3572 g. gåfvo 0,2424 g. Ba SO_4
0,2626 g. gåfvo 0,1775 g. Ba SO_4

	Funnet:		Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Ba + 2 H_2 O$
Ba	39,9	39,7	40,0 pct.

Kopparsaltet $C_8 H_{10} O_4 Cu$ utgöres af ett ljusgrönt pulver, som erhålles genom fällning med kopparsulfat.

0,2402 g. gåfvo 0,0810 Cu O

	Funnet:	Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Cu$
Cu O	33,7	34,0 pct.

Silfversaltet $C_8 H_{10} O_4 Ag_2$ erhålles genom inverkan af silfvernitrat på neutrala saltlösningar som en hvitflockig svårlöslig fällning.

0,2522 g. gåfvo 0,1418 g. Ag

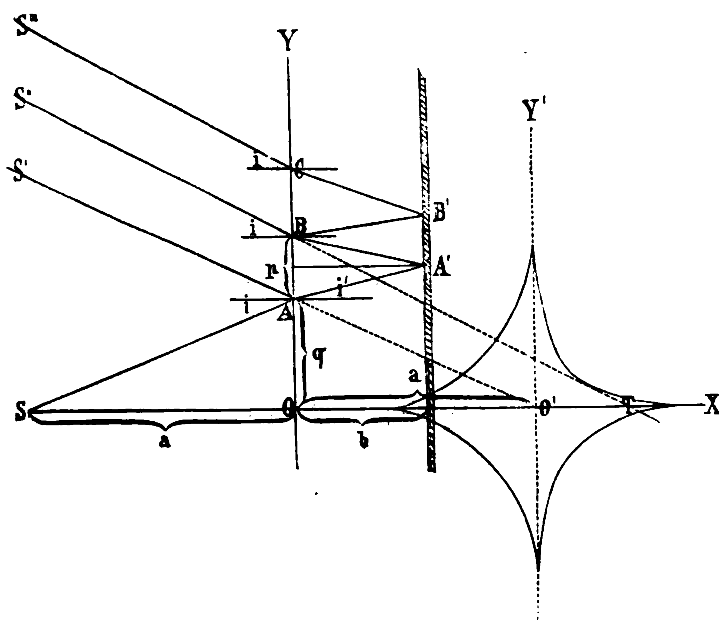
	Fnnnet:	Beräknadt för $C_8 H_{10} O_4 Ag_2$
Ag	56,3	56,0 pct.

Slutligen framställdes äfven de mot dessa syror svarande *laktonsyror* genom de resp. syrornas uppkokning med lika volymdelar koncentrerad svafvelsyra och vatten. Reaktionsmassan utskakades med eter, hvarvid paralaktonsyran omedelbart efter eterns afdunstning afskiljde sig och efter omkristallisation visade en smältpunkt om 127°. Antilaktonsyran utföll först efter en längre tid i form af nållika kristaller. Dess smältpunkt är 62°. — En närmare undersökning af dessa syror blef af mig icke utförd. —

Vid utförandet af ofvanbeskrifna undersökning har Herr Professor *Hjelt* beredvilligt handledt mig med värdefulla upplysningar och råd, för hvilket jag vid detta tillfälle ber att få uttala min varmaste tacksägelse.

Angående ljusets reflexion från en plan spegel.

Af S. Levänen.



Låt ovanstående figur föreställa en plan spegel. Från punkten S utgår strålen SA, som delvis återkastas från spegelns främre yta i riktning af AS', en annan del tränger in i glaset, träffar spegelns bakre yta i A', återkastas därifrån och tränger slutligen ut från glaset i riktning BS" ∥ AS'. Att vid B en ny återkastning af en del af ljuset mot bakre väggen o. s. v. sker, behöfva vi väl ej framhålla. Vi skola

uppställa ekvationen för strålen BS″, betraktad såsom en obegränsad rät linje, hänförd till det rätvinkliga axelsystemet OX & OY. Nu är

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} p &= 2\,b\,\mathrm{tg}\,i', \\ q &= a\,\mathrm{tg}\,i \end{aligned}\right.$$

samt

$$OT = r = (p+q)\,\mathrm{cotg}\,i = a + 2\,b\,\frac{\mathrm{tg}\,i'}{\mathrm{tg}\,i}$$

och således ekvationen för strålen BS″ eller räta linjen s″ T

$$(2)\qquad \frac{x}{r} + \frac{y}{p+q} = 1,$$

$$\frac{x\,\mathrm{tg}\,i}{a\,\mathrm{tg}\,i + 2\,b\,\mathrm{tg}\,i'} + \frac{y}{a\,\mathrm{tg}\,i + 2\,b\,\mathrm{tg}\,i'} = 1,$$

$$x\,\mathrm{tg}\,i + y = a\,\mathrm{tg}\,i + 2\,b\,\mathrm{tg}\,i',$$

$$(3)\qquad (x-a)\,\mathrm{tg}\,i + y = 2\,b\,\mathrm{tg}\,i'.$$

Flyttas origo stycket a på den positiva x-axeln eller utbytes koordinatsystemet mot det nya systemet O′X & OY′, erhålles ekvationen

$$(4)\qquad x\,\mathrm{tg}\,i + y = 2\,b\,\mathrm{tg}\,i'.$$

Betecknas med μ brytningsexponenten för ljuset från luft i glas, är

$$(5)\qquad \sin i = \mu \sin i'.$$

Tänka vi nu att infallsvinkeln i varierar kontinuerligen från 0° till 90° och från 0° till —90°, få vi alla strålar BS″, belägna i samma plan, hvilka uppkomma af alla från S utgående och i antydda plan belägna ljusstrålar. Strålarna BS″ tangera eller enveloppera en kroklinje, jämväl belägen i förenämda plan. Samtliga strålar AS′ synas utgå från den fasta punkten O′. Vi skola då söka enveloppen till den rörliga räta linjen

$$(6)\qquad \begin{cases} x \operatorname{tg} i - 2b \operatorname{tg} i' = -y, \\ \sin i = \mu \sin i'. \end{cases}$$

Genom differentiation i afseende på *i* och *i'* erhålles

$$\frac{x}{\cos^2 i}\, di = \frac{2\,b}{\operatorname{sos}^2 i'}\, di',$$

$$\cos i\; di = \mu \cos i'\; di',$$

hvaraf genom division

$$\frac{x}{\cos^3 i} = \frac{\frac{2\,b}{\mu}}{\cos^3 i'}$$

eller

$$\frac{x^{1/3}}{\cos i} = \frac{\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3}}{\cos i'}.$$

Den sökta kroklinjens ekv. erhålles, om *i* och *i'* elimineras ur ekvationerna

$$(7)\qquad \begin{cases} x \operatorname{tg} i - 2\,b \operatorname{tg} i' = -y, \\ \sin i = \mu \sin i', \\ \dfrac{x^{1/3}}{\cos i} = \dfrac{\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3}}{\cos i'}. \end{cases}$$

Produkten af de de två senaste ekvv. ger

$$x^{1/3} \operatorname{tg} i = \mu \left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} \operatorname{tg} i',$$

hvilken i förening med den första ger

$$x^{2/3} = \frac{2\,b \operatorname{tg} i' - y}{\mu \left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} \operatorname{tg} i'},$$

hvaraf

$$\operatorname{tg} i' = \frac{-y}{\mu\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} x^{2/3} - 2\,b}.$$

Vidare fås

$$\operatorname{tg} i = \frac{-\mu\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} y}{x^{1/3}\left(\mu\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} x^{2/3} - 2\,b\right)}$$

och således

$$\sin^2 i = \frac{\mu^2\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{2/3} y^2}{x^{2/3}\left(\mu\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} x^{2/3} - 2\,b\right)^2 + \mu^2\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{2/3} y^2},$$

$$\sin^2 i' = \frac{y^2}{\mu\left(\left(\frac{2\,b}{\mu}\right)^{1/3} x^{2/3} - 2\,b\right)^2 + y^2}.$$

Insättes dessa värden i ekvationen

$$\sin^2 i = \mu^2 \sin^2 i',$$

erhålles efter en lätt hyfsning

$$(8) \qquad \left(\frac{x}{\frac{2\,b}{\mu}}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{\frac{2\,b}{(\mu^2-1)^{1/2}}}\right)^{2/3} = 1.$$

Denna kroklinje är väl känd och utgör *evolutan* till en ellips, hvars axlar hafva till hvarandra förhållandet af

$$\frac{2\,b}{(\mu^2-1)^{1/2}} \cdot \frac{2\,b}{\mu} = \frac{\mu}{(\mu^2-1)^{1/2}} = 1{\cdot}249, \text{ om } \mu = 1{\cdot}67.$$

Enveloppen för strålen CS‴ erhålles, om i föregående ekv. (7) i stället för 2 b skrifves 4 b, för strålen DS^{IV} skrifves 6 b o. s. v.

Af det föregående följer att de från spegeln utkommande strålarne icke synas divergera från en och samma punkt bakom spegeln, utan de äro normaler till ellipser (rättare revolutionsellipsoider), hvilkas dimensioner bero af spegelns tjocklek och ljusets brytningsexponent.

Det intresserar oss likväl icke att här ingå i en mera detaljerad utläggning af det optiska fenomen,[1]) som här varit i fråga; vi ville endast visa tillvaron af en intressant kroklinje inom den på dylika linjer rika optiken och hvilken vi icke sett observerad i litteraturen[2]).

[1]) Vi vilja endast påpeka det lätt observerade fenomen att, då ett brinnande ljus hålles framför en tjock spegel, ser man däraf i spegeln en hel rad af bilder, af hvilka de aflägsnare blifva mer och mer ljussvaga.

[2]) Denna fråga har först väkts af Prof. A. F. Sundell.



Lösning af matematiska uppgiften n:o 2 i årgång XVI, häft. 4, af Pedagogiska Föreningens Tidskrift.

Af S. Levänen.

Uppgiften lyder:

Ellipsen och hyperbeln synas, såsom bekant, under en rät vinkel från hvarje punkt på en cirkelperiferi samt parabeln likaså från hvarje punkt på en rät linie. Hvilka kroklinjer i allmänhet hafva denna egenskap?

Meningen i uppgiften, beträffande koniska sektioner, är den, att det ges en cirkel, som är så belägen i koniska sektionens plan, att från hvarje punkt på denna cirkels periferi kunna till kroklinjen dragas två tangenter, hvilka äro vinkelräta mot hvarandra. Denna cirkel är koncentrisk med kon. sektionen och tangeras af dennas styrlinjer. För parabeln urartar i fråga varande cirkel till en rät linje, dess styrlinje. Frågan är nu den, om förenämda egenskap uteslutande tillkommer de anförda kroklinjerna eller om icke dessa utgöra endast en underafdelning af en allmännare klass af kroklinjer, hvilka äga egenskapen i fråga. Frågan är besvarad, så snart vi lyckats uppställa den allmännaste ekvation för en kroklinje, som utgör *enveloppen* till ett rätlinjigt och rätvinkligt linjepar, hvars topp beskrifver en cirkelperiferi. Till några i kroklinjernas historia kända linjer, utom koniska sektioner, tyckes problemet icke leda.

I. *Kroklinjer, hvilka synas under en rätvinkel från en cirkelperiferi eller envelopperas af ett rätvinkligt linjepar, hvars topp beskrifver denna cirkelperiferi.*

Må cirkelns ekvation vara

$$(1) \qquad x^2 + y^2 = r^2$$

samt ekationerna för två mot hvarandra vinkelräta linjer

$$(2) \qquad \begin{cases} y = px + f(p), \\ y = -\dfrac{1}{p}x + f\left(-\dfrac{1}{p}\right), \end{cases}$$

däri p betecknar en variabel parameter och f en tillsvidare obekant funktionsform. Ur dessa fås

$$(3) \qquad \begin{cases} x = \dfrac{f(p) - f\left(-\dfrac{1}{p}\right)}{p + \dfrac{1}{p}}, \\ y = \dfrac{\dfrac{f(p)}{p} - \dfrac{f\left(-\dfrac{1}{p}\right)}{-\dfrac{1}{p}}}{p + \dfrac{1}{p}}, \end{cases}$$

hvilka, insatta i (1), gifva till bestämmande af funktionen f ekvationen

$$(4) \qquad \frac{\dfrac{f^2(p)}{p}}{p + \dfrac{1}{p}} + \frac{\dfrac{f\left(-\dfrac{1}{p}\right)}{-\dfrac{1}{p}}}{-\left(p + \dfrac{1}{p}\right)} = r^2.$$

Nu är

$$\frac{\dfrac{f^2\left(-\dfrac{1}{p}\right)}{-\dfrac{1}{p}}}{-\left(p + \dfrac{1}{p}\right)} = \left| \begin{array}{c} p = -\dfrac{1}{p} \\ \dfrac{f^2(p)}{p + \dfrac{1}{p}} \end{array} \right.$$

d. v. s., vänstra membrum uppkommer af det högra, om häri i stället för p substitueras $-\frac{1}{p}$, hvarför, om man sätter

$$(5) \qquad \frac{\frac{f^2(p)}{p}}{p+\frac{1}{p}} = \varphi(p),$$

ekv. (4) kan skrifvas enklare så:

$$(6) \qquad \varphi(p) + \varphi\left(-\frac{1}{p}\right) = r^2.$$

Uppgiften reducerar sig således därtill, att finna en funktion, som uppfyller villköret (6), d. v. s. en funktion, hvilken genom argumentets öfvergång från p till $-\frac{1}{p}$ antager motsatt värde, på en konstant term när. En sådan funktion han man tänka sig bygd af en godtycklig funktion, hvars argument är en sådan funhtion af p, att det ej ändrar värde, när p förbytes till $-\frac{1}{p}$ och en faktor, jämväl funktion af p, hvilken vid utbyte af p mot $-\frac{1}{p}$ antager motsatt värde. De enklaste funktioner med dessa egenskaper äro resp. $\left(p-\frac{1}{p}\right)^{\pm 1}$ och $\left(p+\frac{1}{p}\right)^{\pm 1}$. Ekvationen (6) satisfieras således af

$$(7) \qquad \varphi(p) = \left(p+\frac{1}{p}\right)^{\pm 1} \cdot \mathrm{F}\left(p-\frac{1}{p}\right) + \frac{1}{2} r^2,$$

hvilken funktionsform F än må beteckna. För att likväl få $f(p)$ under enklare form, sätta vi

$$(8) \qquad \varphi(p) = \frac{\mathrm{F}\left(p-\frac{1}{p}\right)}{p+\frac{1}{p}} + \frac{\frac{1}{p} r^2}{p+\frac{1}{p}},$$

hvilken jämväl satisfierar (6). Ur (5) och (8) följer nu

$$(9)\qquad f(p) = \pm\sqrt{p\,\mathrm{F}\left(p-\frac{1}{p}\right)+r^2}.$$

Den ena af komponenterna i det först sökta linjeparet representeras följaktligen af hvilkendera som hälst af de parallella räta linjer, hvilkas ekvv. utgöras af dubbelekvationen

$$(10)\qquad y = px \pm\sqrt{p\,\mathrm{F}\left(p-\frac{1}{p}\right)+r^2}.$$

Det är nu klart, att den sökta kroklinjen kan helt enkelt uppfattas såsom envelopp till hvilkendera komponenten i linjeparet (2) som hälst och således till hvilkendera som hälst af räta linjerna (10). Men som dessa senare äro parallella med hvarandra, kan man i stället för den ena af dem taga det af dem sammansatta linjeparet, hvars ekv. är

$$(11)\qquad p^2x^2 - 2pxy + y^2 = p\,\mathrm{F}\left(p-\frac{1}{p}\right) + r^2 \quad [1]$$

och hvilken för sin rationella form är att föredragas framför (10). Kroklinjen utgöres följaktligen af enveloppen till det rörliga linjeparet (11), däri p är en variabel parameter och F betecknar en arbiträr funktion, och finnes, såsnart formen för F är gifven, enligt de vanliga reglerna för enveloppers bestämmande.

Ex. Sättes

$$\mathrm{F}\left(p-\frac{1}{p}\right) = \mathrm{C}^2\left(p-\frac{1}{p}\right) + \mathrm{C}'^2,$$

erhålles

$$p^2(x^2-\mathrm{C}^2) - 2p\,(xy+\mathrm{C}'^2)\,y^2 - r^2 + \mathrm{C}^2 + 0,$$

hvartill enveloppen är

$$(x^2-\mathrm{C}^2)\,(y^2-r^2+\mathrm{C}^2) = (xy+\mathrm{C}'^2)^2$$

[1]) Ett linjepars ekv. är = produkten af komponenternas ekavationer, då i dem hvardera samtliga termer äro samlade till samma membrum.

eller

12) $(r^2-C^2)\,x^2+C^2y^2+2\,C'^2\,xy = C^2\,(r^4-C^2)-C'^4$,

hvilken representerar en *konisk sektion med medelpunkt* och för $C' = 0$ antager sin enklaste form

$$\frac{x^2}{C^2} + \frac{y^2}{r^2-C^2} = 1.$$

II. *Kroklinjer, hvilka synas under en rätvinkel från en rätlinje eller envelopperas af ett rätvinkligt och rätlinjigt linjepar, hvars topp beskrifver denna räta linje.*

Tages denna till y-axel, bör enligt ekv. (3)

$$\frac{f(p)-f\left(-\frac{1}{p}\right)}{p+\frac{1}{p}} = x = 0$$

och följakligen

(13) $$f(p) = f\left(-\frac{1}{p}\right).$$

Denna ekv. satisfieras af

(14) $$f(p) = F\left(-\frac{1}{p}\right),$$

hvarför den sökta kroklinjen är enveloppen till räta linjen

(15) $$y = px + F\left(p-\frac{1}{p}\right),$$

däri, liksom förut, p är en variabel parameter och F en arbiträr funktion.

Ex. För

$$F\left(p-\frac{1}{p}\right) = C\left(p-\frac{1}{p}\right)-C',$$

erhålles

$$p^2(x+C)-p(y+C')-C=0,$$

hvartill enveloppen är

$$-C(x+C)=\frac{(y+C')^2}{4}$$

eller

(16) $$(y+C')^2=-4Cx-4C^2,$$

parabelns ekvation, hvilken genom tranformationen $y=y'-C'$, $x=-x'-C$ reduceras till

$$y^2=4Cx.$$



Rotutdragning ur substitutioner.

Af

S. Levänen.

I substitutionsteorin brukar man icke utförligare behandla rotutdragningen eller radikationen, troligen därför, att de frågor, som hittills blifvit lösta medels denna teori, ledt endast till de aldra enklaste fall af radikation. Likväl är detta räknesätt i formelt hänseende ganska anmärkningsvärdt på grund af den mångtydighet, som resultatet i vissa fall kan hafva. Vi erkänna genast att vi icke uttömt teorin för i fråga varande operation eller uppstält allmängiltiga lagar för densamma. Vår afsikt med detta meddelande är också att fästa uppmärksamheten på ämnet genom att ur åtskilliga såsom exempel valda substitutioner utdraga en viss rot och visa huru många olika värden resultatet vis-à-vis en omfattande klass af substitutioner kan hafva, för att därigenom uppmuntra intresserade läsare till att utforska den lagbundenhet, som häri sannolikt förefinnes, men som för oss är obekant. Vi skola inleda vår undersökning med speciella exempel. Antag att

$$(1) \qquad s^5 = (abc)\,(defg),$$

däri (abc) och $(defg)$ beteckna cykliska substitutioner af de inom ( ) inneslutna bokstäfverna af resp. 3:dje och 4:de ordningen. Deras produkt, betraktad såsom en enda s:n (= substitution) är då af $3 \cdot 4 = 12$:te ordningen[1]), och det frågas, hvilken s:n, s, är så beskaffad, att dess 5:te potens (d·v·s·s:n, multiplicerad 4 gånger med sig själf) är lika med den gifna,

[1]) Vi förutsätta att läsaren är bekant med begynnelsegrunderna af substitutionsteorin, hvilka lätt kunna inhämtas t. ex. ur *Petersén, Theor. d. algebr. Gleichungen, Kopenhag. 1878*, eller *Serret, Algèbre supérieure, Paris 1885.*

irreguljära s:n $(abc)(defg)$? Vi behöfva endast bestämma ett helt och positift tal x så, att

(2) $$s^{5x} = s^{12y+1},$$

däri y jämväl beteckar ett helt tal. Ty nu är

$$s^{12y+1} = (s^{12})^y \cdot s = s,$$

och således

(3) $$s = s^{5x},$$

d. v. s. den obekanta s:n, s, utgör en viss potens, med ett positift hellt tal till exponent [1]), af s^5 eller af s:n $(abc)(defg)$. För detta ändamål fordras endast, att

$$5x = 12y + 1,$$

eller

(4) $$5x - 12y = 1.$$

Denna diofantiska likhet kan nu lösas med hela och positiva tal. Man har näml.

(5) $$\begin{cases} x = 5 + 12t, \\ y = 2 + \ \ 5t, \end{cases}$$

då t betecknar hvilket positift helt tal som hälst. Taga vi det minsta värdet på x, näml. 5, få vi

$$(s^5)^5 = s^{25} = s^{2 \cdot 12} \cdot s = s = (abc)^5 (defg)^5 = (abc)^{3+2} (defg)^{4+1} =$$
$$= (abc)^2 (defg)^1 = (acb)(defg), \text{ d. v. s.}$$

(6) $$s = (acb)(defg),$$

hvilket resultat är rätt, såsom verifikationen utvisar.

Vi taga vidare exemplet

(7) $$s^{17} = (ab)(cde)(fghij).$$

---

[1]) Negativa helttals exponenter behöfva icke nödvändigt uteslutas, emedan det är klart, att en negativ exponent alltid kan ersättas af en positiv sådan. Är t. ex. $s^n = 1$, kan s^{-a} skrifvas $= s^{kn} s^{-a} = s^{kn-a}$ däri k alltid kan väljas så, att $kn - a$ blir ett positift helt tal.

Vi skola då bestämma x ur likheten

(8) $$17\,x - 2\cdot 3\cdot 5\,y = 1,$$

hvilken gifver

(9) $$x = 53,$$

och således

$$(s^{17})^{53} = s^{3\,\cdot\,30}\cdot s = s = (ab)^{53}\,(ced)^{53}\,(fghij)^{53} =$$
$$= (ab)^1\,(cde)^2\,(fghij)^3 = (ab)\,(ced)\,(figjh),$$

eller

(10) $$s = (ab)\,(ced)\,(figjh).$$

Är slutligen

(11) $$s^{23} = (abcd)\,(efghi)\,(jklmno),$$

har man att lösa likheten

(12) $$23\,x - 60\,y = 1,$$

hvarur fås

(13) $$x = 47$$

och

$$(s^{23})^{47} = s = (abcd)^3\,(efghi)^2\,(jklmno)^5 = (adcb)\,(egifh)\,(jonmlk),$$

d. v. s.

(14) $$s = (adcb)\,(egifh)\,(jonmlk).$$

Man inser lätt, att dessa exempel tillåta, etthvart, endast en lösning. Detta är fallet med hvarje *oregelbunden* s:n, d. v. s. en s:n, som utgöres af en produkt af flere cykliska s:r, A, B, $C\ldots$, hvilka äro af sinsemellan olika ordningar, såvida den i fråga satta rotutdragningen öfverhufvud är möjlig. Antag att cyklernas ordningstal äro α, β, $\gamma\ldots$ och dessas minsta gemensamma dividend n, då är produkten $ABC\ldots$ en s:n af ordningen n. Antag vidare att härur skall utdragas p^{te} roten, d. v. s., att man har att lösa likheten

(15) $$s^p = ABC\cdots$$

i afseende på s. Då bör x bestämmas ur likheten

(16) $$px - ny = 1,$$

hvarefter man har

(17) $$s = (ABC\cdots)^x = A^{\alpha'} B^{\beta'} C^{\gamma'}\cdots,$$

däri $\alpha', \beta', \gamma' \cdots$ beteckna de rester, som erhållas vid divisionen af $\alpha, \beta, \gamma \cdots$ med x. Vilkoret för uppgiftens möjlighet är nu, att *p och n äro relativa primtal,* ty i motsatt fall kan likheten (16) icke lösas med hela tal.

Är den s:n, som skall radiceras, delvis eller fullständigt *regelbunden,* erhålles alltid enligt föregående metod *en* lösning, såvida uppgiften är möjlig, hvarför fortfarande uppfyllandet af nyssnämda vilkor är erforderligt. Men som en regelbunden s:n kan skrifvas såsom en potens af en cyklisk s:n, samt därförinnan i de särskilda cyklerna bokstäfver kunna cykliskt förskjutas och faktorer kommuteras, erhålles i vissa händelser ett stort antal olika lösningar. Vi skola visa detta på några exempel.

(18) $$s^2 = (ace)(bdf).$$

Enligt föregående metod fås en lösning

(19) $$s_1 = (aec)(bfd).$$

Men nu är

$$(ace)(bdf) = (acbdef)^2$$

och således jämväl

(20) $$s^2 = (abcdef)^2,$$

hvaraf följer ett annat värde på s:

(21) $$s_2 = (abcdef).$$

Emellan s_1 och s_2 äger följande relation rum:

(22) $$s_1 = s_2^4.$$

Men nu kan (18) äfven skrifvas

(23) $$s^2 = (cea)(bdf) = (cbedaf)^2$$
$$= (eac)(bdf) = (ebadcf)^2,$$

hvaraf erhållas följande ytterligare värden på s:

$$(24) \qquad \begin{cases} s_3 = (cbedaf) = (afcbed), \\ s_4 = (ebadcf) = (adcfeb). \end{cases}$$

Man kunde förmoda att än ytterligare nya värden på s skulle erhållas därigenom, att jämväl bokstäfverna i cykeln (bdf) framskjutas samt att faktorerna (ace) och (bdf) kommuteras, men man skall finna att därigenom icke erhållas andra värden än de redan funna fyra.

Likheten

$$(25) \qquad s^3 = (ab)(cd)(ef) = (acebdf)^3$$

ger enligt den första metoden

$$(26) \qquad s_1 = (ab)(cd)(ef)$$

samt genom omedelbar rotutdragning

$$(27) \qquad s_2 = (acebdf).$$

Men som bokstäfverna i hvarje cykel tillåta två omställningar samt de tre cyklerna kunna kommuteras på 6 olika sätt kan man vänta sig inalles $8 \cdot 6 = 48$ olika lösningar. Dessa äro potenser af hvarandra. Vidare, om s_n är en lösning, är jämväl s_n^{-1} en lösning. Vi skola anteckna några ytterligare lösningar:

$$(28) \qquad \begin{cases} s_3 = s_2^{-1} = (afdbec), \\ \qquad s_4^3 = (ba)(cd)(ef) = (bceadf)^3, \\ \qquad s_4 = (adfbce), \\ s_5 = s_4^{-1} = (aecbfd), \\ \qquad s_6^3 = (cd)(ab)(ef) = (caedbf)^3, \\ \qquad s_6 = (caedbf) = (aedbfc), \\ s_7 = s_6^{-1} = (acfbde), \\ s_8^3 = (ab)(ef)(dc) = (aedbfc)^3, \\ s_8 = s_7^{-1} = (aedbfc), \\ \qquad \text{o. s. v.} \end{cases}$$

Likheten

$$(29) \qquad s^2 = (abc)(def)$$

(30)
$$\begin{cases} s_1 = (acb)(dfe), \\ s_2 = (adbecf), \\ s_3 = (afbdce), \\ s_4 = (aebfcd). \end{cases}$$

Likheten

(31) $$s^2 = (abc)(def)(ghi)(jkl) = (adgjbehkcfil)^4,$$

kan ha högst $3^4 \times 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 = 1945$ lösningar. Man finner emellertid att dessa icke alla äro olika. Vi tro att endast följande 25 äro distinkta:

(32)
$$\begin{cases} s_1 = (acb)(dfe)(gih)(jlk), \\ s_2 = (adbecf)(gjhkil), \\ s_3 = (adbecf)(glhjik), \\ s_4 = (adbecf)(gkhlij), \\ s_5 = (aebfcd)(gjhkil), \\ s_6 = (aebfcd)(glhjik), \\ s_7 = (aebfcd)(gkhlij), \\ s_8 = (afbdce)(gjhkil), \\ s_9 = (afbdce)(glhjik), \\ s_{10} = (afbdce)(gkhlij), \\ s_{11} = (agbhci)(djekfl), \\ s_{12} = (agbhci)(dlejfk), \\ s_{13} = (agbhci)(dkelfj), \\ s_{14} = (ahbicg)(djekfl), \\ s_{15} = (ahbicg)(dlejfk), \\ s_{16} = (ahbicg)(dkelfi), \\ s_{17} = (aibgch)(djekfl), \\ s_{18} = (aibgch)(dlejfk), \\ s_{19} = (aibgch)(dkelfj), \\ s_{20} = (ajbkcl)(dgehfi), \\ s_{21} = (ajbkcl)(gdheif), \\ s_{22} = (ajbkcl)(gfhdie), \\ s_{23} = (albjck)(dgehfi), \\ s_{24} = (albjck)(gdheif), \\ s_{25} = (albjck)(gfhdie). \end{cases}$$

Likheten

(33) $$s^6 = (abcd)(efgh) = (aebfcgdh)^2$$

har de 4 lösningarna

$$(34)\quad \begin{cases} s_1 = (aedhcgbf), \\ s_2 = (afdechbg)\ ^{1)}, \\ s_3 = (agdfcebh) = s_1^5, \\ s_4 = (ahdgcfbe) = s_2^5. \end{cases}$$

Äfven digniteter med bruten exponent af en s:n kunna ha en reell betydelse. Vi skola illustrera detta med endast ett exempel. Antag

$$(35)\qquad s^6 = (ac)(bd)(eg)(fh) = (aebfcgdh)^4.$$

Vi kunna skrifva detta

$$\left(s^{\frac{3}{2}}\right)^4 = (aebfcgdh)^4$$

och således

$$(36)\qquad s^{\frac{3}{2}} = (aebfcgdh).$$

Härur fås genom kvadrering

$$(37)\qquad s^3 = (abcd)(efgh)$$

samt genom rotudragning

$$(38)\qquad s = (adcb)(ehgf).$$

Likheten

$$(39)\qquad s^3 = (abc)(def) = (adbecf)^2$$

kan icke lösas.

Öfre gränsen för antalet olika värden, som en rot ur en s:n kan hafva, bestämmes af det tal, som anger på hura många olika sätt en s:n kan skrifvas, utan att dess substitutionsvärde förändras. Dessa olika sätt bestå däruti, att bokstäfverna i cyklerna förskjutas cykliskt samt dessa permuteras sinsemellan. Innehåller därför en s:n n bokstäfver, fördelade på m_1 cykler med n_1 bokstäfver, m_2 cykler med n_2 bokstäfver.... m_ω cykler med n_ω bokstäfver, så att.

---

[1]) Man har näml. enl. (33) $s^3 = (aebfcgdh)$ och följ. $(s^3)^3 = s^9 = s = (aebfcgdh)^3 = (afdechbg)$. De öfriga erhållas genom omställning af bokstäfverna i faktorscyklerna.

(40) $$n = m_1 n_1 + m_2 n_2 + \cdots + m_\omega n_\omega,$$

uttryckes i fråga varande antal af talet

(41) $$M = m_1 ! \, m_2 ! \cdots m_\omega ! \, n_1^{m_1} n_2^{m_2} \cdots n_\omega^{m_\omega}.$$

En rot kan aldrig ha flere än $M + 1$ värden.

Såsom af föregående exempel synes, är det värkliga antalet värden ett mycket nyckfullt tal, hvilket emellertid måste bindas af en bestämd lag. Den ärade läsaren uppmanas till utforskande af denna lag.

P. S. Substitutionsteorin är rik på svåra och ännu olösta frågor. Förnämsta orsaken härtill är den, att produkten af substitutioner i allmänhet icke är kommutativ, på grund hvaraf substitutionskalkylen har att kämpa med samma svårigheter som kvaternionkalkylen. Vi anföra såsom exempel likheten $STS = U$, hvarur s:n S skall bestämmas, då T och U äro bekanta s:r samt produkten STS icke är kommutativ.



Bidrag

till

Experimentell bekräftelse af Bernoullis teorem.

Af

S. Levänen.

I. Sätt att experimentelt bestämma talet π, eller förhållandet emellan cirkelns periferi och dess diameter.

1. I ett nyligen härstädes utkommet arbete[1]: *Sannolikhetskalkylen i korthet framställd af D:r Edvard Selander* behandlas följande problem (sid. 45):

Buffons nålproblem. Ett plan är genom parallela, ekvidistanta räta linier indeladt i remsor, en fin cylindrisk nål, hvars längd 2 r *är mindre än afståndet* a *emellan två konsekutiva paraller, kastas godtyckligt på planet. Hvilken är sannolikheten utt nålen träffar en af delnings linierna?*

Räkningen ger för denna sannolikhet σ uttryket

$$\sigma = \frac{4r}{a\pi}. \qquad (1)$$ [2]

„På experimentell väg, säger förf., har föregående resultat bestyrkts. Poblemet är äfven så tillvida kuriöst som man genom upprepade tillräkligt talrika försök kunde från förhållandet emellan de gynsamma och möjliga fallen sluta till talet π, om detta ej annars vore gifvet".

[1]) Ingår ursprungligen såsom bihang i *Årsberättelse för Wiborgs svenska lyceum för läseåret 1890—91.*

[2]) Skulle i stället för en nål användas en skifva med omkretsen L, hvilken aldrig traffar flera än en parallell i sänder, gäller formeln äfven för denna händelse, blott i stället för $4r$ sättes L.

Sättes $4r = a$ eller utgör nålens längd precis hälften af afståndet emellan de parallella linjerna, blir

$$(2) \qquad \sigma = \frac{1}{\pi}.$$

Antag att man i själfva värket gjort ett mycket stort antal k försök eller kast, i det man låter nålen från lämplig höjd k gånger fritt nedfalla på linjerna och därvid räknar antalet träff t emellan nålen och någon af linjerna, så är enligt *Bernoullis teorem* med en viss grad af approximation

$$(3) \qquad \sigma = \frac{t}{k} = \frac{1}{\pi}$$

samt

$$(4) \qquad \pi = \frac{k}{t}.$$

Emedan detta kuriösa problem kunde intressera någon läsare af ofvananförda arbete och förmå honom att själf på detta sätt söka finna värdet på π, tillåta vi oss att här anföra de resultat, hvartill vi kommit, då vi för 22 år tillbaka sysselsatte oss med problemet i fråga. Vi uppdrogo på ett halft pappersark 6 parallella och *ekvidistanta* (denna bestämning är af yttersta vikt) räta linjer samt förfärdigade af trä (tort virke) en prismatisk „nål", 2 mm tjock och bred, med väl jämnade ändytor, och hvars längd så noga som möjligt gjordes $= {}^1/_2$ afståndet emellan två konsekutiva paralleller på pappret. Denna nål eller sticka läto vi fritt falla på papperet med parallellerna, som låg på skrifbordet, från en alns höjd (eller däromkring) och antecknade antalet „bom" och „träff", hvarvid iakttogs att dessa senare, om en af stickans ändkanter skar en parallell, hänfördes, efter ögonmått, till stickans axel eller midtellinje, hvilken representerar den i uppgiften omtalade fina cylindriska nålen. Summa bom och träff gaf antalet „kast" k. På $1^1/_2$ timme kunde 1000 kast medhinnas. Vi använde äfven medhjälpare vid detta arbete. Under loppet af en sommar (år 1869) samlade vi sålunda inalles 30,000 kast. Dessa blefvo likväl icke

alla utförda med samma apparat, t. o. m. ekvidistansen och stickans längd och form (ibland begagnades en cylindrisk sticka, hvilken emellertid har den olägenheten, att den rullar på pappèret och därigenom ofta faller utom området för parallellsystemet) varierades tills de lämpligaste dimensionerna blefvo funna. Försöksmaterialet är därför något inhomogent, hvilken omständighet delvis torde förklara de oregelbundenheter, hvilka visa sig i synnerhet i början af följande tabell (kolumnen 4 & 8), som upptager några af de erhållna resultaten och därpå grundade uträkningar.

1. Kast k.	2. Träff t	3. $\frac{k}{\pi}$	4. $t-\frac{k}{\pi}$	5. $r(t)$	6. $\frac{k}{t}$	7. $\pi-\frac{k}{t}$	8. $r(\pi)$
278	103	88	+15	± 5	2.7	+ 0.4416	± 0.1859
843	308	213	95	9	2.7	0.4416	0.1068
2041	646	650	— 4	14	3.159	— 0.0174	0.0686
3541	1116	1127	13	19	3.173	0.0314	0.0521
4911	1540	1563	23	22	3.188	0.0464	0.0442
5439	1719	1731	12	23	3.164	0.0224	0.0421
6702	2157	2133	+24	26	3.107	+ 0.0346	0.0374
7531	2396	2397	— 1	27	3.144	— 0.0024	0.0357
8023	2548	2554	6	27	3.148	0.0064	0.0346
9576	3051	3048	+ 3	31	3.139	+ 0.0026	0.0317
10000	3170	3183	—13	31	3.154	— 0.0129	0.0310
12031	3827	3830	3	34	3.148	0.0064	0.0283
15206	4841	4840	+ 1	39	3.167	0.0254	0.0251
20000	6366	6366	0	44	3.1416	+ 0.00010	0.0219
22788	7253	7254	— 1	47	3.133	+ 0.0086	0.0205
23920	7614	7597	+17	49	3.1469	— 0.0053	0.0200
24215	7711	7707	4	49	3.1403	+ 0.0013	0.0199
25000	7959	7958	1	50	3.14109	0.00050	0.0196
26000	8275	8276	— 1	51	3.1417	— 0.0001	0.0192
28313	9016	9012	+ 4	52	3.1402	+ 0.0014	0.0184
30000	9550	9549	1	54	3.14136	0.00023	0.0179

Talen i kolumn. 5 i föregående tabell angifva *sannolika* eller *medianafvikelsen* för träff, uträknad enligt formeln

$$(5)\quad r(t) = 0.476937\sqrt{2k\frac{1}{\pi}\left(1-\frac{1}{\pi}\right)}\cdot\sqrt{k}\ ^{1)} = \{0.49719-1\}\sqrt{k} = 0.31419\sqrt{k}.$$

Så är t. ex. för 30,000 kast $r(t) = 54$ och betyder att vid detta antal kast kan antalet erhållna träff skilja sig från det teoretiska antalet träff $\frac{k}{\pi} = \frac{k}{3.14159}$ (kolumn. 3) med ett tal, som med lika sannolikhet kan vara < 54 som > 54. De värkliga afvikelserna för träff (kolumn. 4) äro likväl, med undantag af talen i tabellens början, samtligen mindre än medianafvikelsen.

Genom differentiation af likheten (1) erhålles

$$(6)\qquad d\pi = 2\pi\, dm - \pi\frac{dt}{t},\ ^{2)}$$

däri dm beteknar felet i bestämningen af förhållandet emellan stickans längd och ekvidistansen eller afståndet emellan två konsekutiva paralleller. Sättes $dt = r(t)$, erhålles formeln

$$(7)\qquad r(\pi) = \frac{\pi\, r(t)}{t} = \frac{\{0.49149\}}{\sqrt{k}} = \frac{3.10094}{\sqrt{k}},$$

enligt hvilken talen i kol. 8 äro beräknade, hvilka angifva sannolika eller medinafelet i den motsvarande kvoten $\frac{k}{t}$ (kol. 6), hvilken utgör ett approximeradt värde på π. Så uttrycker talet 0.0179 för 30,000 kast, att det däremot sva-

[1]) Antages i början π alldeles obekant, väntar man med uträkningarna tills några tusen kast blifvit gjorda och π därigenom blifvit bestämdt med den ringa grad af noggranhet (t. ex. på 2 decimaler), som i fråga varande kakyler erfordra.

[2]) Den senare termen i detta uttryck har värdet $= -\pi^2\frac{dt}{k} = -9.87\frac{dt}{k}$, som låter bedöma inflyttndet af dt på det erhållna värdet på π.

rande värdet 3.14136 på π afviker från det riktiga värdet därå med ett tal, som till sitt absoluta belopp lika lätt kan vara större som mindre än talet 0.0179. Kolumn 7 anger differensen emellan $\pi = 3.14159$ (3.1416) och det ur motsvarande kast och träff härledda värdet på π. Som synes håller sig denna differens i allmänhet under medianafvikelsen.

Af vår tabell framgår att i fråga varande metod att bestämma π är tämligen opraktisk, enär man endast ytterst långsamt närmar sig ett gränsvärde. Det erfordras minst 20,000 kast för att få andra dicimalen i π riktig. Först 96 miljarder kast gifva ett medianfel, som icke öfverstiger en enhet i 5:te decimalen. Har man fått ett vist antal decimaler riktiga, fordrar teorin (formeln (7)) 100 gånger så många kast, som gifvit detta resultat, för att få den följande decimalen riktig [1]. Men om ock felet i fråga, som orsakas af felet i träffens antal, genom ett tillräkligt antal kast kan reduceres under hvarje grad af litenhet, så är detsamma icke fallet med felkällan $2\pi\, dm$, hvilket såsom oberoende af kastens antal är konstant samt kan vara ganska stort, emedan stickans längd i förhållande till afståndet emellan parallellerna, hvilket afstånd icke engång kan vara exakt detsamma emellan alla parallellerna, kan endast groft närmelsevis, så noggrant näml. som sinnena det tillåta, bestämmas. Häraf följer att metoden ger ett tal, som med växande antal kast konvergerar mot ett gränsvärde, hvilket skiljer sig från det värkliga π med $2\pi\, dm$. Denna metod ger således icke noggrannare resultat än hvarje annan sinlig metod, t. ex. försöket att medels små passareöppningar rektifiera en cirkelperiferi. Den omvända uppgiften att bestämma m kan däremot lösas med hvarje önsklig grad af noggranhet, blott π, såsom också är fallet, är kändt med motsvarande noggranhet.

---

[1]) Redan ett jämförelsevis litet antal kast kan gifva π med stor approximation. För att inse detta behöfver man endast erinra sig kedjebråks konvergenterna: $\frac{22}{7}, \frac{233}{106}, \frac{355}{113} \cdots$, af hvilka redan den trdje i ordningen ger π riktigt med 6 decimaler.

2. Ett sätt att finna π på ett 45 gånger snabbare sätt, än ofvanstående metod gör det, består däri, att man i stället för ett enkelt parallellsystem begagnar ett dubbelt sådant, hvari de båda systemen äro vinkelräta mot hvarandra och följaktligen dela planet i likastora kvadrater. Med träff förstås då nålens träffande af hvilken linje som hälst hörande till det ena eller andra systemet af paralleller eller af två linjer på engång. Betecknas liksom förut ekvidistansen (som är densamma för hvartdera linjesystemet) med a, stickans längd med $2r \leqq a$ samt antalet kast och träff med k och t, gifver räkningen vid handen att

(8) $$\frac{t}{k} = \frac{8ar - 4r^2}{a^2\pi}.$$ [1])

Göres stickans längd $= a$, blir formeln

(9) $$\frac{t}{k} = \frac{3}{\pi}$$

och

(10) $$\pi = 3\frac{k}{t}.$$

Vidare erhålles ur (8)

(11) $$d\pi = \frac{2}{3}\pi\, dm - \frac{\pi\, dt}{t},$$

däri $m = \frac{2r}{a}$. Beteckna vi för enkelhetens skuld endast $-\frac{\pi\, dt}{t}$ med $d\pi$, fås

(12) $$d\pi = -\{0.51718\}\frac{dt}{k} = -3.29\frac{dt}{k},$$

som visar, huru stort inflytande felet i träffen har på det erhållna värdet på π.

---

[1]) Skulle ekvidistansen icke vara densamma för hvartdera parallellsystemet, utan vore den a för det ena och b för det andra, samt stickans läng $2r$, hade man $\frac{t}{k} = \frac{4(a+b)r - 4r^2}{\pi ab}$ (*Laplace*, *Théor. anal. des probabil.*).

Medianafvikelsen $r(t)$ för träffen samt medianfelet $r(\pi) = \frac{\pi\, r(t)}{t}$ för det mot t träff svarande värdet på π erhålles ur formlerna

$$(13)\quad \begin{cases} r(t) = 0.476937\sqrt{2k\frac{3}{\pi}\left(1-\frac{3}{\pi}\right)} = \{0.14591-1\}\sqrt{k} = \\ \qquad 0.13993\sqrt{k}, \\ r(\pi) = \frac{\{0.66309-1\}}{\sqrt{k}} = \frac{0.4604}{\sqrt{k}}. \end{cases}$$

Magister Alfred Heinrichs har på vår uppmaning sistlidne sommar enligt denna metod utfört 10,000 kast. Parallellsystemet utgjordes af vattenlinjerna i ett halft ark godt skrifpapper, hvarpå hvar fjärde linje såväl på längden som på bredden betecknades såsom parallell. Vidare uppdragning af linjer förekom icke. Ekvidistansen emellan linjerna befans, såvidt det med passare kunde pröfvas, vara exakt. Stickan utgjordes af en af tort björkvirke förfärdigad parallelipied af 1 □ mm:s genomskärning, hvars längd noga afpassades lika med ekvidistansen. I kritiska fall, d. v. s då ändan af stickan skar en parallell, ansågs endast då träff föreligga, när stickans axel med sin ändpunkt tangerade en parallell. Likaså, om stickan föll längs en parallell, antecknades träff endast, då axeln ansågs ligga vertikalt ofvanom parallelln. Följande tabell innehåller försöken och de på desamma grundade och af Mag. Heinrichs enligt ofvanstående formler värkstälda uträkningarna.

[k = kast, t = träff, $\frac{3k}{\pi}$ = teoret. träff, $r(t)$ = medianfelet i t, $\frac{3k}{t}$ = det erhållna värdet på π, $r(\pi)$ = medianfelet för detta värde, $\pi - \frac{3k}{t}$ = skilnaden emellan π med 5 decimaler och det erhållna värdet.]

k	t	$\frac{3k}{\pi}$	$t - \frac{3k}{\pi}$	$r(t)$	$\frac{3k}{t}$	$\pi\left(\frac{3k}{t}\right)$	$\pi - \frac{3k}{t}$
100	94	95	— 1	± 1	3.191	±0.046	— 0.0499
200	188	191	— 3	2	3.191	0.032	— 0.0499
400	380	382	— 2	3	3.158	0.023	— 0.0163
700	667	668	— 1	4	3.148	0.017	— 0.0069
1000	955	955	0	4	3.1413	0.015	+ 0.0002
1500	1436	1433	+ 3	5	3.134	0.012	+ 0.0079
2000	1912	1910	+ 2	6	3.138	0.0010	+ 0.0035
2600	2484	2483	+ 1	7	3.140	0.009	+ 0.0015
3000	2859	2865	— 6	8	3.148	0.008	— 0.0064
3500	3336	3342	— 6	8	3.147	0.008	— 0.0059
4000	3811	3820	— 9	9	3.149	0.007	— 0.0072
4500	4291	4297	— 6	9	3.1411	0.007	— 0.0046
5000	4770	4775	— 5	10	3.1416	0.006	— 0.0031
5500	5250	5252	— 2	10	3.1428	0.006	— 0.0013
6000	5727	5730	— 3	11	3.1430	0.006	— 0.0015
6500	6205	6207	— 2	11	3.1427	0.006	— 0.0011
7000	6682	6685	— 3	12	3.1422	0.006	— 0.0007
7500	7161	7162	— 1	12	3.1420	0.005	— 0.0005
8000	7639	7639	0	13	3.1417	0.005	— 0.0009
8500	8114	8117	— 3	13	3.1427	0.005	— 0.0012
9000	8598	8594	+ 4	13	3.1402	0.005	+ 0.0013
9500	9076	9072	+ 4	14	3.1401	0.005	+ 0.0014
10000	9550	9549	+ 1	14	3.1413	0.0046	+ 0.0002

3. Den enklaste apparat för bestämmandet af π genom nål- eller stick-kastning utgöres af en på godt papper uppritad cirkelperiferi, t. ex. af 20 cm:s diameter, samt en därtill uppdragen diameter. En rak, af godt virke förfärdigad prismatisk eller cylindrisk sticka (af $1^1/_2$ mm:s diameter och godtycklig längd, t. ex. lika lång som cirkeln diameter) fälles fritt från en höjd af 30 à 40 cm på papperet med cirkeln, hvilket bör ligga slätt och horisontalt på ett bord. Stickan tänkes likväl vara af obegränsad längd och endast de kast därmed tagas i beräkning, vid hvilka stickan, tänkt förlängd om så behöfves, skär cirkelperiferin. Af sådana kast kallas de träff, vid hvilka stickan eller dess förlängning skär den uppritade diametern [1]). De öfriga af dessa kast kallas bom. Antalet bom (b) och träff (t) är lika med antalet kast (k). Sannolikheten för träff är = förhållandet emellan dubbla diameterns och periferins längder $= \frac{2}{\pi}$. Enligt Bernoullis teorem är således

$$(1) \qquad \frac{t}{k} = \frac{2}{\pi}$$

och följaktligen

$$(2) \qquad \pi = \frac{2k}{t}$$

samt

$$(3) \qquad d\pi = -\{0.69327\}\frac{dt}{k} = -4.95\frac{dt}{k}.$$

Medianafvikelserna $r(t)$ i träffen och $r(\pi)$ i det erhållna värdet på π äro

$$(4) \qquad \begin{cases} r(t) = \pm\{0.51110-1\}\sqrt{k} = \pm 0.324\sqrt{k}, \\ r(\pi) = \pm\frac{\{0.20437\}}{\sqrt{k}} = \pm\frac{1.601}{\sqrt{k}}, \end{cases}$$

[1]) Diametern kan äfven undvaras. Ty träffas denna af stickan träffas äfven de bägge däremot svarande halfcirklarne af densamma. Half, cirklarne kunna markeras medels två diametralt motsatta punkter på cirkelperiferin, hvilka punkter kunna med tillhjälp af passare allena ganska noggrant markeras på periferin. Här må vi tillägga att kast på en kvadrat med omskrifven eller inskrifven cirkel också kunna tjäna till att ur enkla formler finna värdet på π

af hvilka synes, att metoden konvergerar långsammare än den senast beskrifna med mot hvarandra vinkelräta parallellsystem, hvilken torde vara den snabbaste bland samtliga dylika metoder, men konvergerar dock hastigare än metoden med det enkla parallelsystemet, då stickans längd utgör hälften af ekvidistansen. Är stickans längd därmed lika, blifva formlerna för denna metod i denna händelse exakt desamma, som de ofvananförda.

I följande tabell äro sammanstälda 10,000 kast jämte det approximativa värdet $\frac{2k}{t}$ på π. Vid träff anger det undre talet det teoretiska antalet träff $= \frac{2k}{\pi}$. Bom $= b$, träff $= t$, kast $= k = b + t$.

b	t	k	$\frac{2k}{t}$
70	120	190	3.17
131	250	381	.05
266	490	756	.09
354	646 / 637	1000	.095
584	1016 / 1019	1600	.149
733	1267 / 1273	2000	.157
916	1592	2508	.151
1079	1921 / 1910	3000	.123
1464	2601 / 2588	4065	.125
1720	2995 / 3002	4715	.147
1856	3244	5100	.144
2185	3815 / 3820	6000	.145
2383	4170 / 4172	6553	.143

b	t	k	$\frac{2k}{t}$
2540	4460 } 4456 }	7000	3.139
2726	4774 } 4775 }	7500	.142
2906	5094 } 5093 }	8000	.14095
3066	5359 } 5363 }	8425	.144
3224	5619 } 5630 }	8843	.147
3271	5729 } 5730 }	9000	.1419
3410	5990 } 5984 }	9400	.139
3636	6364 } 6366 }	10000	.1427 } ± 0.0160 }

För att medianfelet för det erhållna värdet på π skall nedgå till $\pm$ 0.001 erfordras 2,563,000 kast. Det teoretiska antalet träff 6,366 på 10,000 kast ger på π värdet 3.14169. Minkas eller ökas det teoretiska antalet med 1, fås värdena 3.14121 och 3.14119, hvaraf synes att 10,000 kast kunna gifva π riktigt högst med 3 dicimaler. I detta afseende är det upplysande att betrakta konvergenterna: $\frac{3}{1}, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{102573}{32650}, \ldots$ i utvecklingen af 3.14159265 i kedjebråk, hvilka återgifva π rätt med 0, 2, 3, 6 och 7 decimaler. Häraf ses att ett jämförelsevis litet antal kast kan tillfälligtvis ge π riktigt med ganska många decimaler, men dessa äro icke varaktiga, enär vid fortsatta kast andra, oriktiga decimaler, uppsträda i deras ställe. De riktiga decimalerna blifva varaktiga först efter efter ett mycket stort antal kast, såsom de emot medianfelet af bestämd storlek svarande talen utvisa.

Magister Heinrichs har också försökt sig på i fråga varande problem. Hans resultat innehålles i följande tabell:

k	t	$\frac{2k}{\pi}$	$\frac{2k}{t}$
291	181	185	3.22
585	371	372	3.15
907	576	577	3.149
1203	771	766	3.120
1555	991	990	3.138
1905	1211	1213	3.146
2000	1276	1273	3.134

Anm. 1. **Utföras kasten, i stället för en diameter, på en korda, som med den genom dess ena ändpunk gående diametern bildar vinkeln v, finnes**

(1) $$\frac{t}{k} = \frac{2 \cos v}{\pi}$$

och

(2) $$\cos v = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{t}{k} \cdot$$

Häraf fås en metod att medels stickkastning och en enda passareöppning bestämma storleken af en tecknad vinkel. Man uppritar en godtycklig cirkelperiferi, som går genom vinkelns spets och har sin medelpunkt på dess ena ben. Det andra benet blir då den korda i cirkeln, hvilken vid kastandet skall träffas af stickan. Af antalet kast k och motsvarande antal träff t beräknas sedan vinkeln v enligt formeln (2).

Ex. Vid ett försök erhöllos på 2,640 kast 975 träff. Med dassa tal erhålles $v = 49^\circ\ 7'$. Genom mätning, utförd medels passare på cirkelperiferin, befans denna vinkel utgöra $49^\circ\ 9'$.

Anm. 2. **Föregående uppgifter äro specialfall af det allmänna problemet att genom stickkastning på en sluten kroklinje bestämma längden af dess omkrets i förhållande till omkretsen hos en annan sluten kroklinje. Är näml. L omkretsen af en sluten kroklinje, som inom sig innesluter (med föröfrigt godtyckligt läge) en annan sluten kroklinje, hvars omkrets är l, så har man för sannolikheten σ att en godtyckligt uppdragen rät linje, som träffar omkretten L, jämväl träffar omkretsen l (Selander, anf. arb. sid. 40) uttrycket.**

$$\sigma = \frac{l}{L} \cdot$$

Ersätttas de godtyckligt uppdragna räta linjerna af stickkast, är, om t träff på k kast emellan stickan (eller dess förlängning) och omkretsen l förekomma,

$$\frac{t}{k} = \frac{l}{L},$$

samt

$$L = \frac{k}{t} \cdot l$$

Ersättes den inre kroklinjen af en rätlinjig sträcka af längden r, är

$$L = 2 \frac{k}{t} \cdot r,$$

enligt hvilken formel L erhålles uttryckt i r eller i rätlinjigt längdmått med obegränsad noggranhet med växande antal kast.

Såsom synes af hvarje särskildt sätt, som i det föregående blifvit användt, för att bestämma π, erhålles det archimediska värdet (3.14) på detsamma jämförelsevis lätt, hvartill orsaken är att söka i dess enkla vanliga bråkforn $\left(\frac{22}{7}\right)$. Det är bestämmandet af de följande decimalerna, som erfordrar ett i svindlande progression (100 : 1) växande antal kast.

4. Af problem, hvilka leda till bestämmande af π, vilja vi ytterligare anföra följande.

Två likastora halfcirklar äro stälda såsom Figg. 1—3

Fig. 1.

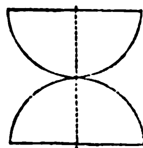
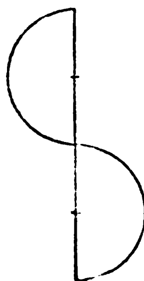


Fig. 2.



Fig. 3.



utvisa, huru stor är sannolikheten att en på måfå uppdragen rätlinje, som träffar den ena halfcirkeln, jämväl träffar den andra halfcirkeln? För Fig. 1. t. ex. är

$$\frac{t}{k} = \frac{\pi - 2}{\pi + 2}$$

och således

$$\pi = 2\,\frac{k+t}{k-t}.$$ [1]

II. Experimentell bestämning af storleken af en vinkel och förhållandet emellan tvänne sträckor.

Vi skola nu utveckla ett problem, som är intressant därigenom, att det leder till en metod att med möiligast enkla hjälpmedel bestämma storleken af en vinkel. Problemet lyder:

1. *Att endast genom att kasta en nål eller sticka upprepade gånger och således utan något som hälst vinkelmätningsinstrument (passaren inberäknad) bestämma storleken af en tecknad vinkel.*

Afskäres af den gifna vinkeln en godtycklig △, hvars sidor må betecknas med a, b, c och motstående vinklar med A, B, C, finnes lätt för sannolikheten $\sigma(ab)$ att med en godtyckligt uppdragen rät linje, hvilken skär △, träffa sidoparet ab, uttrycket

$$\sigma(ab) = \frac{a+b-c}{a+b+c} = \frac{s-c}{s}.$$ [2]

Likaså är

$$\sigma(ac) = \frac{a+c-b}{a+b+c} = \frac{s-b}{s},$$

$$\sigma(bc) = \frac{b+c-a}{a+b+c} = \frac{s-a}{s}.$$

Ersättas godtyckligt uppdragna räta linjer med stickkast (så-

[1]) Ställas halfcirklarne emot hvarandra så, att diametrarna sammanfalla, erhålles den händelse, som blifvit behandlad sid. 9. För Fig. 2 är sannolikheten för träff hälften mindre än för Fig. 1. Huru stor är sannolikheten för träff för Fig. 3?

[2]) Af de räta linjer, som tänkas fullständigt betäcka △:s plan, träffa själva △ ett antal, som är proportionelt med $a + b + c$. Sidorna a och b träffas af ett antal linjer, som är proportionelt med $a + b$. Men af dessa träffa endast det antal, som är proportionelt med $a + b - c$, sidoparet ab, hvaraf ofvanstående sannolikhet följer.

dana de förut blifvit beskrifna) och antalet träff på k kast, som med stickan göres af sidoparen ab, ac, bc, betecknas med $[ab]$, $[ac]$, $[bc]$, har man

(1) $$[ab] + [ac] + [bc] = k$$

samt enligt Bernoullis teorem

$$\sigma(ab) = \frac{[ab]}{k},$$

$$\sigma(ac) = \frac{[ac]}{k},$$

och följakligen $$\sigma(bc) = \frac{[bc]}{k},$$

(2) $$\left\{\begin{aligned} \frac{a}{s} &= \frac{[ab]+[ac]}{k} = 1 - \frac{[bc]}{k}, \\ \frac{b}{s} &= \frac{[ab]+[bc]}{k} = 1 - \frac{[ac]}{k}, \\ \frac{c}{s} &= \frac{[ac]+[bc]}{k} = 1 - \frac{[ab]}{k}, \\ \frac{[ab]}{s-c} &= \frac{[ac]}{s-b} = \frac{[bc]}{s-a} = \frac{k}{s}. \end{aligned}\right.$$

Man får nu

$$\sigma(ab)\cdot\sigma(ac)\cdot\sigma(bc) = \frac{[ab]\cdot[ac]\cdot[bc]}{k^3} = \frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s^3} = \frac{\varrho^2}{s^2}$$ [1])

och

$$\frac{1}{k}\sqrt{\frac{[ab]\,[ac]\,[bc]}{k}} = \frac{\varrho}{s}.$$

Divideras denna likhet med likheten

$$\frac{[ab]}{k} = \frac{s-c}{s},$$

erhålles

$$\sqrt{\frac{[ac]\;[bc]}{k\,[ab]}} = \frac{\varrho}{s-c} = \operatorname{tang}\frac{1}{2}\,C.$$

Vi få således följande formler för beräknandet af △:s vinklar.

---

[1]) För rätvinklig △ (hypoten. = a) har man $\sigma(ab) = \frac{a-c}{b}$, $\sigma(ac) = \frac{a-b}{c}$, $\sigma(bc) = \sigma(ab)\cdot\sigma(ac)$.

$$(3)\quad \begin{cases} \operatorname{tang}\frac{1}{2}\mathrm{C} = \sqrt{\frac{[ac]\,[bc]}{k\,[ab]}}, \\ \operatorname{tang}\frac{1}{2}\mathrm{B} = \sqrt{\frac{[ab]\,[bc]}{k\,[ac]}}, \\ \operatorname{tang}\frac{1}{2}\mathrm{A} = \sqrt{\frac{[ab]\,[ac]}{k\,[bc]}}, \end{cases}$$

hvilkas analogi med kända trigonometriska formler är anmärkningsvärd. Bekvämare för uträknandet af samtliga vinklarne på engång äro formlerna

$$(4)\quad \begin{cases} \mathrm{R} = \sqrt{\frac{[ab]\,[ac]\,[bc]}{k}}, \\ \operatorname{tang}\frac{1}{2}\mathrm{C} = \frac{\mathrm{R}}{[ab]}, \\ \operatorname{tang}\frac{1}{2}\mathrm{B} = \frac{\mathrm{R}}{[ac]}, \\ \operatorname{tang}\frac{1}{2}\mathrm{A} = \frac{\mathrm{R}}{[bc]}. \end{cases}$$

För $\triangle$:s area har man formeln

$$(5)\qquad \text{arean} = s^2 \sqrt{\frac{[ab]\,[ac]\,[bc]}{k^3}}.\ ^{1)}$$

Vidare äro

$$(6)\quad \begin{cases} \frac{2\,d\,\mathrm{C}}{\sin \mathrm{C}} = \frac{d[ac]}{[ac]} + \frac{d[bc]}{[bc]} - \frac{d[ab]}{[ab]}, \\ r(a) = \pm \{0.82898-1\} \sqrt{\frac{[bc]\,(k-[bc])}{k^3}}\cdot s, \\ r(ab) = \pm \{0.82898-1\} \sqrt{[ab] - \frac{[ab]^2}{k}}, \\ r(\mathrm{C}) = \pm \{3.06422\} \sqrt{\frac{1}{[ab]} + \frac{1}{[ac]} + \frac{1}{[bc]} - \frac{3}{k}}\cdot \sin \mathrm{C} \end{cases}$$

bågminuter, då r betecknar sannolika eller medianfelet för kvantiteten inom ( ).

---

1) Medels stickkastning på en rätviklig $\triangle$ (hvars hypotenusa $= a$) kan kvadratroten ur vissa hela tal evalueras. Man har näml. $\sqrt{b^2+c^2} = (b+c)\,\frac{k-[bc]}{k+[bc]}$ och $\sqrt{a^2-b^2} = (a+b\,\frac{k-[ab]}{k+[ab]}$.

Problemets kuriositet föranledde oss att experimentelt ådagalägga riktigheten af föregående formler. Vi läto för detta ändamål på ett arkitekturkontor en triangel uppritas på godt och stadigt ritpapper. Triangelns sidor *a*. *b*, *c* gjordes, så noga det kunde ske, = 22 cm, 18 cm och 14 cm, hvaraf följer att vinklarne A, B, C äro = 85° 54′ 14″, 54° 41′ 44″, 39° 23′ 59″. Kasten gjordes med en prismatisk sticka af trä (14 cm lång) eller cylindrisk af järntråd (17 cm lång och 1 mm i diameter). Mest begagnades likväl trästickan, emedan den var lättare och icke rullade såsom järnstickan. Triangelns läge varierades ofta, för att förekomma gynnandet af vissa riktningar, hvilka under ett större antal kast möjligen kunde göra sig gällande hos den kastande handen.

Följande tabell innehåller 20,000 kast samt de på grund af dem uträknade vinklarne.

[*ab*]	[*ac*]	[*bc*]	*k*	C 39° 24′	B 54° 42′	A 85° 54′
218	175	107	500	45°2′	54°36′	80°22′
438	344	218	1000	44·58	55·34	79·29
685	505	310	1500	42·40	55·40	81·34
946	660	394	2000	40·40	55·58	83·20
1200	823	477	2500	39·46	55·38	84·36
1437	969	594	3000	40·8	56·54	82·58
1707	1107	686	3500	39·12	57·40	83·4
1939	1294	767	4000	39·22	56·24	84·15
2151	1495	854	4500	39·56	55·10	84·54
2361	1713	936	5000	40·26	53·50	85·46
2599	1877	1024	5500	40·16	53·50	85·53
2844	2040	1116	6000	40·8	53·58	85·54
3107	2192	1201	6500	39·42	54·12	86·5
3360	2331	1309	7000	39·37	54·53	85·30
3611	2493	1396	7500	39·27	54·53	85·41
3864	2635	1501	8000	39·22	55·21	85·17
1084	2805	1592	8500	39·21	55·16	85·23

[ab]	[ac]	[bc]	k	C 39° 24′	B 54° 42′	A 85° 54′
4338	2981	1681	9000	39°25′	55°4′	85°30′
4576	3151	1773	9500	39·27	55·0	85·33
4803	3330	1867	10000	39·34	54·51	85·34
5032	3516	1952	10500	39·38	54·34	85·48
5267	3696	2037	11000	39·39	54·23	85·58
5485	3844	2171	11500	39·59	54·52	85·10
5774	4039	2262	12075	39·48	54·43	85·29
5981	4171	2348	12500	39·46	54·52	85·21
6227	4347	2431	13005	39·14	54·43	85·34
6508	4487	2505	13500	39·22	54·50	85·48
6782	4635	2586	14003	39·7	54·56	85·57
7060	4849	2691	14600	39·10	54·46	86·3
7510	5194	2996	15700	39·56	55·26	84·38
7922	5463	3115	16500	39·41	55·14	85·5
8172	5640	3188	17000	39·34	55·4	85·22
8442	5795	3263	17500	39·22	55·2	85·35
8663	5987	3350	18000	39·28	54·51	85·41
8893	6180	3427	18500	39·28	54·37	85·55
9124	6353	3523	19000	39·31	54·36	85·53
9360	6530	3610	19500	39·32	54·31	85·57
9602 ±48	6686 ±45	3712 ±37	20000	39·33 ±·14	54·37 ±·18	85·50 ±·22

Anm. Kasten från 13500 till 17500 gjordes med en grof och tung sticka (18 cm lång, 2 mm i kant), hvilken troligen icke nedkastades från tillracklig höjd, för att kunna fritt antaga alla möjliga riktningar. Detta torde utgöra en förklaringsgrund för den anmärkningsvärda differens, som visar sig emellan de till denna intervall hörande resultat och de föregående samt efterföljande, hvilka grunda sig på kast, gjorda med en lätt och för ändamålet lämplig sticka (14 cm lång 1 mm i kant).

Kalkyleras △:s sidor, med bibehållande af omkretsen 54 cm, ur ekv. (2), erhålles $a = 21.99$ cm, $b = 17.97$ cm och $c = 14.04$ cm, i stället för 22, 18 och 14 cm, hvilka

värden de hafva enligt konstruktionen. Medianfelen för de beräknade värdena på sidorna äro i ordning: ± 0.050 cm, ± 0.061 cm, ± 0.064 cm. För att medianfelet för sidan a skall nedgå till $\frac{1}{1000}$ mm, måste öfver 5 miljarder kast göras. Ofvanstående goda öfverensstämmelse i sidornas värden har uppnåtts genom ett jämförelsevis så stort antal kast som 20,000. Att detta antal ännu icke garanterar särdeles stor nogranhet i vinklarnes värden, framgår af de stora medianfelen $\pm$ 14′, $\pm$ 18′, $\pm$ 22′ för dessa. I handeln förekomma gradskifvor, med hvilka en på papper konstruerad vinkel kan mätas på 3′ när. För att medianfelet för vinkeln C t. ex. skall nedgå till detta belopp, erfordras 452,000 kast. Detta fel nedbringas till 1″ först af 14 miljarder 644 miljoner kast![1]) Sålunda bekräftas äfven här den satsen att sannolikhetskalkylen (eller rättare Bernoullis princip) är „de stora talens vetenskap“, d. v. s. att endast ur ett stort (idealt oändligt stort) antal försök eller erfarenheter äro noggranna och pålitliga resultat att påräkna.

2. Att icke blott triangelmätning, utan äfven mätningen af en polygon kan ske medels stickkast (trigonometrin och polygonometrin kunna, så att säga, expedieras med en „sticka“!) skola vi visa på fyrhörningen.

Betecknas de konsekutiva sidorna i en plan fyrhörning med a, b, c, d samt den diagonal, som bildar $\triangle$ med a och b samt c och d, med e och den andra diagonalen med f; låt vidare $a^\frown b$ beteckna den vinkel inom fyrhörningen som bildas af sidorna a och b, o. s. v., samt $[ab]$, $[ac]$, o. s. v. det antal träff, som på k kast med en rätlinjig sticka göres af sidoparen ab, ac, o. s. v., så innehålles lösningen af problemet i fråga uti följande formler:

---

[1]) Dessa tal ha uträknats enl. formeln

$$r\,(C) = \frac{\{3.50066\}\sin C}{\sqrt{k}}.$$

$$\frac{a+b+c+d}{2}=s,$$

$$[ab]+[ac]+[ad]+[bc]+[bd]+[cd]=k,$$

$$\frac{a}{s}=\frac{[ab]+[ac]+[ad]}{k},$$

$$\frac{b}{s}=\frac{[ab]+[bc]+bd]}{k},$$

$$\frac{c}{s}=\frac{[ac]+[bc]+[cd]}{k},$$

$$\frac{d}{s}=\frac{[ad]+[bd[+[cd]}{k},$$

$$\frac{s-a}{s}=\frac{[bc]+[bd]+[cd]}{k},$$

$$\frac{s-b}{s}=\frac{[ac]+[ad]+[cd]}{k},$$

$$\frac{s-c}{s}=\frac{[ab]+[ad]+[bd]}{k},$$

$$\frac{s-d}{s}=\frac{[ab]+[ac]+[bc]}{k},$$

$$\frac{e}{s}=\frac{[ac]+[ad]+[bc]+[bd]}{k}=1-\frac{[ab]+[cd]}{k},$$

$$\frac{f}{s}=\frac{[ab]+[ac]+[bd]+[cd]}{k}=1-\frac{[ad]+[bc]}{k},$$

$$r(a)=\pm\{0.82898-1\}\sqrt{\frac{[ab](k-[ab])+[ac](k-[ac])+[ad](k-[ad])}{k^3}}\cdot s,$$

$$r(e)=\pm\{0.82898-1\}\sqrt{\frac{[ab]\,(k-[ab])+[cd]\,(k-[cd])}{k^3}}\cdot s,$$

$$r(f)=\pm\{0.82898-1\}\sqrt{\frac{[ad]\,(k-[ad])+[bc]\,(k-[bc])}{k^3}}\cdot s,$$

$$\text{tang}\,\frac{a^\frown b}{2}=\sqrt{\frac{([ac]+[ad])\,([bc]+[bd])}{[ab]\,(k-[cd])}},$$

Kontroll: $a^\frown b+b^\frown c+c^\frown d+d^\frown a=360^\circ$.

Kan en cirkel omskrifvas omkring fyrhörningen, har man dessutom

$$\sin a\hat{\ }b = \frac{2\sqrt{\frac{s-a}{s}\cdot\frac{s-b}{s}\cdot\frac{s-c}{s}\cdot\frac{s-d}{s}}}{\frac{a}{s}\cdot\frac{b}{s}\cdot\frac{c}{s}\cdot\frac{d}{s}},$$

$$\text{arean} = s^2\sqrt{\frac{s-a}{s}\cdot\frac{s-b}{s}\cdot\frac{s-c}{s}\cdot\frac{s-d}{s}}.$$

Det inses lätt att de två senaste problem äfven kunna tjäna till att med endast stickkastning bestämma förhållandet emellan två sträckor, hvilka äro tecknade på ett horisontalt plan. Dessa kunna nämligen uppfattas antingen såsom två sidor i en triangel eller två motstående sidor (eller diagonaler) i en fyrhörning. Emedan således förhållandena emellan sidorna i en polygon och vinklarne (inkl. cirkelperiferins förhållande till diametern och rektifikation af kroklinjer öfverhufvud) kunna till sin storlek bestämmas genom blott stickkastning, kunna vi säga (naturligtvis endast i teoretisk bemärkelse) att i den enbart *mätande* plana geometrin kan passaren umbäras och ersättas med en sticka, hvars användning erfordrar endast tid och tålamod, men skänker i dess ställe obegränsad noggranhet.

För att tillämpa metoden på ett exempel, hafva vi utfört 20,200 kast på en fyrhöruing, hvars sidor voro $a = 11.75$ cm, $b = 10.2$ cm, $c = 9.7$ cm, $d = 8.0$ cm, diagonalen $e = 12.6$ cm, $f = 15.2$ cm samt halfva omkretsen $s = 19.83$ cm, och hvars vinklar befunnos genom uträkning vara $a\hat{\ }b = 69^\circ\ 39'\ 12''$, $b\hat{\ }c = 99^\circ\ 34'\ 28''$, $c\hat{\ }d = 90^\circ\ 14'\ 58''$, $d\hat{\ }a = 98^\circ\ 52'\ 0''$. Resultatet innehålles i följande tabell

[ab]	[ac]	[ad]	[bc]	[bd]	[cd]	k	cm a	cm b	cm c	cm d	cm e	cm f	a^b	b^c	c^d	d^a
							11.75	10.2	9.7	8.0	12.6	15.2	69° 39′	99° 34′	90° 15′	98° 52′
1752	1667	839	866	1101	775	7000	12.06	10.53	9.37	7.69	12.67	15.00				
2366	2407	1216	1219	1683	1109	10000	11.87	10.45	9.39	7.95	12.94	15.00				
2962	3047	1565	1561	2362	1503	13000	11.55	10.50	9.32	8.28	13.02	15.06				
3438	3606	1737	1746	2700	1773	15000	11.61	10.42	9.42	8.21	12.94	15.23				
4115	4454	2048	2149	3077	2160	18003	11.69	10.29	9.65	8.02	12.92	15.21				
4363	4719	2138	2255	3217	2308	19000	11.71	10.26	9.69	8.00	12.8	15.25				
4669	4991	2239	2389	3439	2473	20200	11.681 ±0.072	10.305 ±0.069	9.672 ±0.059	8.002 ±0.055	12.819 ±0.050	15.287 ±0.042	71°1′	99°48′	91°50′	100°14′

Summan af de på grund af kast beräknade vinklarne utgör således 2° 53′ för mycket. Summan af de på grund af sidornas uppmätning beräknade vinklarne utgöra 358° 21′, således 1° 39′ för litet. Den jämförelsevis stora differensen emellan de bägge värdena på *e*, och hvilken icke tyckes genom fortsatt kastning låta reducera sig, kunna vi icke förklara annorlunda än genom antagandet af en omärklig ojämnhet r papperet, hvarigenom motsvarande riktning under kastandet gynnats. De stora medianfelen för sidorna visa nogsamt huru långsam konvergeringen hos metoden är. För att medianfelet för sidan *a* skall nedgå till 0.0001 cm eller $\frac{1}{1000}$ mm, hvilken storhet med nutidens instrumet är mycket väl mätbar, fordras öfver 10 miljärder kast. Det skulle ännu återstå att korrigera vinklarne för öfverskottet i vinkelsumman, hvilket vi likväl vilja lämna därhän. Sist vilja vi anmärka att en eller också flere af fyrhörningens sidor kunna utgöras af kroklinjiga bågar, hvika således kunna enligt denna metod blifva (aritmetiskt) rektifierade.

Slutanmärkning. Summan af de stickkast, som finnas i denna uppsats, belöper sig till 94,840. Åtskilliga tusental kast, hvilka icke här upptagits, hafva åtgått till preliminära undersökningar samt till försök af olika slag, såsom utdragning af kulor ur urnor, kast med tärningar och mynt, m. m. Vi behöfva väl knappast tillägga att *Bernoullis princip* öfvnralt bekräftat sig. Det är icke häller af skeptiska motiv rörande principens hållbarhet, som vi anstält eller låtit anställa dessa experimet, utan hafva vi med dem afsett att vid föreläsningar i sannolikhetskalkylen hafva att för åhörarne framlägga värkligt utförda försök, enär vi funnit att nybegynnare i denna vetenskap hafva svårt att sätta tro till sanningen af dess grundprinciper, i fall de

---

[1]) Anmärkas bör att dessa uppgifter grunda sig på mätning på en okontrollerad skala af trä.

icke se dem bekräftade medels försök, gjorda af trovärdiga personer eller hälst af dem själfva. Denna uppsats vill vara ett litet bidrag till materialsamling för i fråga varande ändamål.



Verkningar af magnesiumsulfat vid subkutan användning.

Af

K. Hällstén.

Under vissa förhållanden framkallar magnesiumsulfat häftig reaktion i blodkärlen i tarmkanalens slemhinna, nemligen höggradig hyperæmi med kärlbristningar. Detta inträffar om magnesiumsaltet införes i en underbunden tarmslinga; ligaturerna hvarmed slingan underbindes, äro härvid att anläggas sålunda att blodcirkulationen i slingans mesenterialkärl icke hindras. Under dessa förhållanden fylles slingan innan kort med vätska, så att den blifver mer och mer spänd; den hastighet hvarmed vätskesamlingen i slingan sker, kan någorlunda bedömas förmedelst manometermätningar såsom D:r Clopatt i ett föregående meddelande närmare framhållit; härvid ses tillika att processen kan försiggå utan någon peristaltik. Efter någon tid — en eller par timmar — befinnes vidare, såsom antyddes, slemhinnans kärl vara starkt hyperæmiska med talrika bristningar samt fyllda med röda blodkroppar; vid mikroskopisk undersökning ses tillika epitelbeklädnaden särskildt å villi till större eller mindre del vara lossnad samt epitelcellerna vara skrumpnade. Det må tilläggas att vid försöken magnesiumsaltet användts i kall koncentrerad lösning, som vid 17°

[1]) *A. Clopatt.* Étude sur l'action des purgativs (Communication préliminaire) publicerad i: Commentationes variæ in memoriam actorum CCL annorum. Edidit universitas Helsingforsiæ. II. Afhandlingar utgifna af medicinska fakulteten. Helsingfors 1890.

Cels. innehåller ungefär en half (och noggrannare bestämdt 0.52) gam salt $MgSO_4$, 7 H_2O i en kubik centimeter; den underbundna tarmslingan hade en längd af ungefär 20 centimeter.

De nämnda förändringarna äro ej att härledas af ligaturerna och de framkallas ej af saltlösningar öfverhufvud; de äro derföre att härledas af magnesiumsaltet. Huru detta salt framkallar vätskeutgjutning i tarmkalen har länge varit föremål för diskussion; de fysikaliska och fysiologiska förklaringar som i detta hänseende uppkastats, stå utanför innehållet i förevarande afhandling; här må blott påpekas att de allesamman af en eller annan orsak befunnits vara oantagliga. Under sådana förhållanden måste nya synpunkter uppsökas för förklaring af fenomenen; i öfverensstämmelse med den numera godkända uppfattningen om väfnadselementens betydelse för de processer som försiggå i organen synes det vara förtjent att taga i betraktande om de i fråga varande fenomenen kunna härledas af en abnorm verksamhet i de lefvande epitelcellerna under magnesiumsaltets inflytande. Det vore möjligt att vätskesamlingen i tarmen och likaså förändringarna i epitelet bero härpå; men om detta äfven kunde bevisas vara fallet, så återstår ännu frågan huru förändringarna i blodkärlen äro att uppfattas; äro äfven de att härledas af epitelcellernas abnorma verksamhet; eller skulle möjligen äfven de bero på en direkt verkan af magnesiumsulfatet? Det var ursprungligen för att pröfva denna sistnämda möjlighet eller för att utesluta densamma jag för par år sedan utförde försök med subkutana injektioner af magnesiumsulfat, i den tanke att om de nämnda förändringarna i kärlen bero på en direkt verkan af magnesiumsaltet, så borde dylika förändringar äfven framkallas deraf i subkutana injektionshärdar i olika väfnader. Det visade sig innan kort att detta ej är fallet; hyperæmiskt tillstånd framkallas icke af saltet i en injektionshärd; men härvid framträda andra fenomen som synts vara förtjenta af närmare undersökning; det är härom förevarande artikel afser att lemna några redogörelser.

Verkningarna af magnesiumsulfat vid subkutan användning, resp. vid direkt injektion i blodkälen hafva äfven tillförene varit föremål för undersökningar; men de vunna resultaten kunna icke sägas vara öfverensstämmande, såsom kanske bäst belyses af ett yttrande i Harnack's „Arzneimittellehre“ [1]). Här säges: . . . . „den Magnesiumsalzen kommen, wenn sie ins Blut injiciert werden, besondere Wirkungen zu, über deren Art jedoch verschiedene Angaben gemacht werden. Nach den Versuchen von Hay wirkt schon etwa $^1/_5$ der abführenden Dosis direkt ins Blut gebracht tödlich; den Beobachtungen von Mickwitz zufolge scheinen die Magnesiumsalze besonders auf das Herz einzuwirken. Laffont und Laffarque geben an, dass sie vorzugsweise die Hemmungsnerven des Herzens erregen, während sie nach Laborde die glatten Muskeln erregen, nach Rabuteau die quergestreiften Muskeln und das Herz lähmen sollen. Hay beobachtete eine Änderung der sphygmographischen Kurve und eine Erhöhung des Blutdruckes wahrscheinlich durch Reizung der kleinen Arterien. Nach Recke soll das Bittersalz besonders durch Respirations-, weniger durch Herzlähmung giftig werden; kurz, die bisherigen Angaben in betreff dieser Frage sind ungemein verschieden“. Tilläggas må att den föreliggande frågan, under senaste decennium veterligen icke varit föremål för undersökning; till några uppgifter i den sist utgifna afhandlingen, den af Recke af år 1881 [2]), återkommer jag på några ställen i det följande.

Det mest framstående förgiftningsfenomenet består deri att djuret somnar; under sömntillståndet äro musklerna på bålen och extremiteterna alldeles slappa så att djuret ligger stilla i hvarje läge såsom under kloroform- eller kloralnarkos. Följande par försök må närmare belysa detta förhållande.

---

[1]) *E. Harnak.* Lehrb. der Arzneimittellehre. Hamburg und Leipzig 1883, pag. 270

[2]) *J. H. Recke.* Experimentelle Beiträge zur Wirkung der Magnesia sulphurcia. Dissertation. Göttingen 1881.

Försök 1. I en liten kaninunge insprutades subkutant under rygghuden en Pravaz's spruta (en kubik centimeter) kall koncentrerad magnesiumsulfatlösning, kl. XII 25′. Härvid framträdde ej någon reaktion; 9 min. derefter kl. XII 34′, då ännu ingen verkan af injektionen förmärktes, företogs en ny dylik; omedelbart derpå gjorde djuret några små rörelser med hufvudet, och lade sig någon minut efter injektionen på sida med hufvudet stödt mot underlaget; det låg stilla öfver en timme, endast respirationsrörelserna och hjertslagen gåfvo tillkänna att det lefde; extremiteterna voro slappa; bålen och extremiteterna förblefvo i hvila i hvarje läge på underlaget. Kl. I 30′ skedde en blåsuttömning och kl. I 45′ efter sömn under en timme och tio minuter begynte djuret åter röra på sig; en half timme senare, kl. II 25′ satt det som vanligt. Någon verkan af förgiftningen på tarmkanalen förmärktes ej.

Färsök 2. En kaninunge något större än den i föregående försök använda injicerades kl. XI 10′ f. m. subkutant under rygghuden med två Pravaz's sprutor af magnesiumlösningen; då ingen verkan häraf förspordes under tjugu minuter, injicerades kl. XI 30′ en spruta till af lösningen; af samma orsak injicerades efter ytterligare tio minuter kl. XI 40′ ännu två sprutor. Under de närmast följande femtio minuterna framträdde ingen reaktion; ny injektion af två sprutor företogs derföre kl. XII 30′. Omedelbart derefter somnade djuret och vaknade först efter en och en qvart timme, kl. I 45′. Under sömntillståndet låg djuret stilla i hvarje läge; också i detta fall voro bålen och extremiteterna mjuka och slappa. I början af sömntillståndet inställde sig tårsekretion; pupillen reagerade för ljus, den utvidgades nemligen om ögonlocken höllos slutna, och sammandrog sig åter då de öppnades; men ingen reaktion i kroppen observerades vid mekanisk retning af huden å bålen eller extremiteterna. En timme efter det sömntillståndet inträdt observerades små rörelser, liknande en svag nystagmus i venstra ögat; en qvart timme derpå kl. I 45′ syntes djuret åter vakna, det rörde nemligen på sig då dess läge förändrades; kort derpå intog det bukläge, men stödde buken och hufvudet mot underlaget; en uttömning från blåsan hade försiggått. Kl. I 55′, en timme och tjugufem minuter efter det sömntillståndet inträdt höll djuret åter bålen och extremiteterna i vanlig sittande ställning, men hufvudet höjde det endast då och då från underlaget; det reagerade vid beröring, och ryckte till i hela kroppen vid starkt ljud. Kl. II satt djuret åter utan stöd för hufvudet, och syntes förhålla

sig såsom vanligt. Under sömntillståndet och efteråt visade sig inga fenomen från tarmkalen.

Om större dos af saltlösningen injiceras, så dör djuret; det mest framstående fenomen under hvilket döden inträder, belyser följande försök.

Försök 3. En mindre kanin injicerades subkutant med en Pravaz's spruta kl. XII 43′, likaså tolf minuter senare med två sprutor samt då tio minuter härefter ej ännu någon reaktion förmärktes kl. I 5′ ytterligare med två sprutor. Några få minuter efter sista injektionen kl. I 8′ lade sig djuret på sida; sömntillstånd hade inträdt såsom i de förra försöken. Tio minuter derefter kl. I 18′ utvidgades pupillerna plötsligt och respirationsrörelserna afstannade helt och hållet, men hjertverksamheten fortgick, ehuru försvagad; två minuter derpå hade pupillerna åter förminskats och hjertverksamheten upphört. Vid nekroskopin visade sig att injektionsvätskan å de först injicerade ställena resorberats helt och hållet; i de senare injektionshärdarna fanns rikligt oedem; men inga förändringar i kärlen eller i väfnaderna i injektionshärdarne förmärktes. Ej heller i tarmkanalen kunde förändringar observeras.

I samband härmed må nämnas att Recke vid sektion observerat „mer eller mindre talrika ecchymoser under lungpleura“ [1]); denna observation har visserligen under förloppet af denna undersökning konstaterats; men vi hafva tillika sett dylika fenomen hos kaniner som afdagatagits utan att någon förgiftning skett, och måste derföre lemna oafgjordt om ecchymoserna stå i samband med förgiftningen förmedelst magnesiumsulfat.

Vid subkutan injektion af magnesiumsulfat är sålunda dödsorsaken att sökas i upphäfd respiration, såsom äfven Recke i sin ofvan omnämda afhandling framhåller [2]). Vidare verkar magnesiumsaltet vid subkutan användning alldeles icke på tarmkanalen såsom skilda auktorer äfven förut funnit.

Förgiftningsfenomenen synas antyda att det är vissa delar i centrala nervsystemet som företrädesvis angripas vid subkutan användning af magnesiumsulfat, och närmare be-

---

[1]) l. c. pag. 29.
[2]) l. c. pag. 29.

stämdt att vissa centralapparater försättas i overksamhet eller förlamas. Sömntillstådet antyder detta; i sådana förhållanden kunde äfven den upphäfda reflexförmågan, som vid djupare narkos framträder, finna sin förklaring; likaså respirationsrörelsernas upphörande, då förgiftningen sker med större dos. Om så verkligen förhåller sig, kan blott genom mer i detalj utförda undersökningar afgöras. Sömntillståndet som utgör det mest framstående förgiftningsfenomenet kan dock föga göras till föremål för undersökningar med afseende på ort och förändringar, då allt fortfarande metoder saknas för närmare undersökning af sömntillståndet under normala förhållanden eller tillfölje af narkotiska medel. I det följande afses några spridda observationer i afseende på de förändringar som framkallas af det i fråga varande ämnet i respirationsrörelserna och pulsfreqvensen, blodtrycket, kroppsvärmet, sensibla och motoriska nerver samt tvärstrimmiga muskler, reflexförmågan och det kramptillstånd som åtföljer förblödning.

Inflytande på respirationsrörelserna och pulsfreqvensen.

Huru respirationsrörelsernas antal och pulsfreqvensen förändras, om förgiftningen sker i tillräckligt stark dos för att åstadkomma död, antyder följande försök.

Försök 4. Djuret, en kanin af 1620 grams vigt, fixerades i ryggläge på operationsbord; akupunkturnålar infördes i thoraxväggen och i hjertat för beräkning af respirationernas och hjertslagens antal. Under hela försöket som fortgick litet mer än två timmar hölls djuret sålunda fixeradt; sömnstadiets inträdande kunde derföre ej med säkerhet bedömas. Sedan djuret fixerats befunnos respirationerna vara 94 i minuten och hjertslagen 130 på samma tid.

Kl. XI 46′ injicerades tre Pravaz's sprutor af saltlösningen under huden på lika många ställen af bålen.

Kl. XI 53′	voro respirationerna	104,	hjertslagen	128	i min.
„ „ 57′	„ „	108,	„	124	„
Kl. XII 0′	„ „	88,	„	124	„
„ „ 5′	„ „	84,	„	124	„
„ „ 15′	„ „	84,	„	128	„

Kl. XII 19′ djuret syntes vara i vaket tillstånd; ytterligare injicerades två Pravaz's sputor.

Kl. XII 30′	voro respirationerna	76,	hjertslagen	128	i min.
„ „ 38′	„ „	60,	„	128	„
„ „ 42′	„ „	52,	„	128	„
„ „ 45′	„ „	51,	„	128	„
Kl. I 0′	„ „	51,	„	128	„

Nu injicerades åter en spruta, den sjette.

Kl. I 5′ voro respirationerna 46 och hjertslagen 120 i min.

djuret låg alldeles stilla, insomnadt.

Kl. I 7′	voro respirationerna	46	och hjertslagen	104	i min.
„ 12′	„ „	44	„ „	108	„
„ 19′	„ „	40	„ „	100	„
„ 22′	„ „	40	„ „	90	„
„ 27′	„ „	40	„ „	92	„
„ 34′	„ „	31	„ „	124	„
„ 45′	„ „	35	„ „	120	„

Kl. I 50′ började djuret röra på sig, hvarföre åter en spruta, den sjunde, injicerades.

Kl. II 2′	voro respirationerna	28	och hjertslagen	88	i min.
„ 5′	„ „	0	„ „	54	„
„ 8′	„ „	0	„ „	62	„
„ 9′	„ „	0	„ „	56	„
„ 10′	„ „	0	„ „	24	„
„ 11′	„ „	0	„ „	0	„

Kl. II 5′ upphörde sålunda respirationsrörelserna helt och hållet, men hjertslagen fortforo derefter ännu flera minuter, 5 á 6; de voro oregelbundna till antal och rhytm.

Nekroskopin utvisade samma förhållanden som det föregående försöket.

Andra likadana försök gåfvo i hufvudsak likartade resultat, behöfva derföre ej här intagas.

Försöken hafva utvisat att under det i fråga varande ämnets inflytande både respirationsrörelserna och hjertslagen förminskas i freqvens. Respirationsrörelserna upphöra äfven helt och hållet tidigare än hjertslagen; undantag från denna regel har Recke[1] i några fall observerat, i våra försök har intet sådant kommit i dagen. Det här intagna försöket antyder tillika att i det tidigaste förgiftningsstadiet respirationernas antal ökas, förrän det aftager.

Inflytande på blodtrycket.

Förgiftning med det i fråga varande ämnet förändrar äfven det arteriella blodtrycket, såsom de följande försöken 5—8 närmare utvisa.

Blodtrycks mätningarna skedde i carotis; dess öfra eller periferiska ända var för ändamålet underbunden. Anordningarna i öfrigt voro de vanliga; anmärkas må dock att kanylen i blodkärlet ombands med dragknut för att vid behof kunna uttagas efter det blodkärlet blifvit komprimeradt med en serre fine; förrän kommunikationen mellan manometern och blodkärlet öppnades, inställdes qvicksilfret i manometern på ungefär 180 millimeters tryckhöjd för att hindra blodet instränga i manometerledningen; vidare förmedlades kommunikationen mellan manometerledningen och blodkärlet af 3—4 glaskanyler af par tums längd och mellan dem insatta lika långa, mjuka guttaperka slangar, för att undvika störingar i anordningarna tillfölje af häftiga rörelser hos djuret; för att slutligen hindra eller fördröja blodets koagulation i rörledningen voro arterkanylen samt glasrören och guttaperkaslangarna, som hade plats närmast blodkärlet, å inre ytan bestrykna med vaselin, hvarigenom enligt undersökning af laboratorn vid fysiologiska laboratorium härstädes, P. Thuneberg, koagulationen i allmänhet fördröjes en half timme.

[1]) l. c. pag. 29.

Försök 5 utfördes å kanin af 2101 grams vigt. Förrän kommunikationen mellan blodkärlet och manometern öppnades, var nivådifferensen i manometern 178 millimeter.

Kl. I 24′ öppnades kommunikationen till manometern; oskillationer tillfölje af respirationsfaserna framträdde tydligt i manometern, och qvicksilfrets höjd visade ett blodtryck af 180 millimeter

Kl. I 26′, injicerades subkutant å bålen tre Pravaz's sprutor af magnesiumsaltlösningen, samt kl. I 28′ ytterligare två sprutor; alla fem injektionerna skedde å skilda ställen.

Kl. I	29′	observerades trycket	172	mm Hg
„	31′	„ „	173	„ „
„	34′	„ „	172	„ „
„	35′	„ „	170	„ „
„	38′	„ „	171—168	„ „
„	53′	„ „	169—167	„ „

Kl. I 55′ befanns trycket vara ungefär det sist observerade; nu en half timme efter det ledningen till manometern öppnades, upphörde ockillationerna i manometern. Djuret frigjordes derföre helt och hållet sedan derförinnan carotis blifvit behörigen underbunden och kanylen deri uttagen; djuret befanns vara fullständigt vaket, höll hufvudet upp såsom frisk kanin, och reste sig upp från hvarje läge till vanligt bukläge; urinuttömning inträdde.

Kl. II 15′ var djuret insomnadt och låg stilla i hvarje läge; det lemnades ännu fritt.

Kl. II 40′ befunnos respirationernas antal vara 92 i minuten.

Kl. III 2′ djuret sof fortfarande, men respirationernas antal hade nedgått till 68. Nu fixerades djuret åter på operationsbordet, och tryckmätningen upprepades. Manometerståndet förrän kommunikationen till kärlet öppnades var 160 mm Hg, och då kommunikationen öppnats 110 mm Hg; något vätska, surt kolsyradt natrium i koncentrerad lösning, inträngde sålunda i kärlsystemet.

Kl. III 6′ befanns trycket vara 102 mm Hg och respirationerna ske 80 gånger i minuten.

Kl. III 20′ och III 25′, ingen märkbar förändring.

Kl. III 27′ trycket detsamma respirationerna 80 à 84 i minuten; pulsationerna i manometern fortfarande tydliga.

Kl. III 30′ trycket 102 mm såsom förut; oskillationerna manometern större än förut, äfven respirationernas antal ungefär

detsamma och under de följande minuterna till och med förökadt ända till 96 i minuten.

Kl. III 47′ lossnade kanylen från carotis tillfölje af plötslig häftig rörelse hos djuret; omedelbart dermed blödning och uthållande anæmisk kramp; någon förändring i blodtrycket just förut inträdde ej.

Under sömnstadiet var sålunda blodtrycket förminskadt; sömnstadiet var fullständigt inträdt kl. II 15′ eller 48′ efter förgiftningen; sömnen var djup så att djuret bibehöll hvarje läge, om ock smärre frivilliga rörelser någon gång observerades; och den fortfor till innemot kl. III 47′, således half annan timme; den mot slutet af försöket förökade respirationsfreqvensen och de häftiga ryckningar som föranledde kanylens lossnande, antyda nemligen att djuret vid sistnämnda tidpunkt åter var vaket eller begynte vakna. Äfven den häftiga krampen under eller strax efter förblödningen visar att giftets verkan på krampcentra upphört, såsom försök längre fram ådagalägga. — Försöket visar vidare att fastän respirationsfreqvensen steg, då djuret började återgå till vaket tillstånd (kl. III 30′), steg icke blodtrycket.

Förök 6. Kanin af samma storlek som i föregående försöket användes.

Kl. XI 10′ injicerades fyra Pravaz's sprutor af lösningen. Djuret fick derpå ligga fritt för att sömnstadiets inträde skulle kunna bedömas.

Kl. XI 30′, således blott 20 minuter efter förgiftningen, var djuret insomnadt.

Kl. XI 54′ fastbands djuret och operationen för mätning af blodtrycket verkstäldes, men slutfördes af mellankomna hinder först kl. XII 48 minuter.

Kl. XII 5′ och XII 35′ hade respirationerna nedgått till 48 i minuten.

Kl. XII 48′ mättes blodtrycket och befanns vara 110 mm Hg; oskillationerna i manometern tillfölje af respirationsfaserna framträdde tydligt; respirationernas antal var 48 i minuten. Manometerståndet förrän kommunikationen till carotis öppnades, var 169; vätska från rörledningen hade således inträngt i blodkärlet.

Kl. XII 52′ var trycket 104 mm; kl. XII 55′ 105 mm; respirationerna räknades till 48 á 52 i minuten.

Kl. I 15′ upphörde oskillationerna i manometern; kanylen uttogs derföre och inbands åter efter behörig rengöring; trycket befanns vara 102 mm; respirationernas antal var 48 i minuten.

Kl. I 35′ försiggick urinuttömming; trycket var 107 mm, respirationernas antal hade stigit till 60.

Kl. I 53′ upphörde oskillationerna i manometern, hvarföre kanylen åter uttogs och rengjordes.

Kl. II 13′, då anordningarna för tryckmätningarna åter voro i ordning, var trycket 108 mm; respirationerna skedde 52 gånger i minuten.

Kl: 25′ hade trycket nedgått till 90 mm, respirationerna voro 52.

Kl. II 35′ samma förhållande. Försöket afbröts; halsens blodkärl öppnades; förblödningen åtföljdes endast af svag kramp under några få sekunder.

Afven i detta försök minskades blodtrycket under förgiftningen; visserligen observerades icke i detta fall blodtrycket före förgiftningen, men får tillskrifvas ungeiär samma värde som i förra försöket, omkring 170 à 180 mm Hg; i sömntillståndet minskades detta tryck till 108 och senare till 90 mm. Under försöket inträdde (kl. I 35′) en ringa förökning i blodtrycket och i respirationernas antal samtidigt med en uttömning från blåsan. Då djuret aflifvades genom förblödning befann det sig ännu i sömntillstånd; detta antydes af ringa eller ingen reaktion vid beröring och för blåst, likaså af den svaga anæmiska kramp som åtföljde förgiftningen.

Försök 7. Kanin af 1735 grams vigt förgiftades kl IX 30′ förmedelst tre dylika injektioner af saltlösningen som i de föregående försöken; djuret fick ligga fritt för iakttagande af förgiftningens förlopp.

Kl. X 20′, 50 minuter efter förgiftningen, hade sömntillståndet inträdt, så att djuret låg stilla i hvarje läge, men det reagerade ännu kl. 57′ för blåst och beröring af hårbeklädnaden; härvid inträdde nemligen små rörelser i extremiteterna och tillika vändes hufvudet bakåt. Samma tillstånd fortfor hela tiden intill kl. XII 35′, då djuret fastbands och operationen verkställdes.

Kl. XII 45′ gjordes första manometerobservationen; trycket var 150 mm Hg.

Kl. XII 47′ var trycket 144 mm.
„ 50′ „ „ 137 mm; respirationerna voro 68; djuret utförde då och då små rörelser.

Kl. XII 53′ var blodtrycket 140 mm
„ I 5′ „ „ 150 „

och respirationernas antal i stigande; de räknades till 72 à 76 i minuten, och djuret visade sig oroligt. Kort efter kl. I 5′ upphörde oskillationerna i manometern, hvarföre kanylen uttogs och rengjordes. Tillika injicerades ytterligare två Pravaz's sprutor, emedan djurets frivilliga rörelser samt stegringen i respirationsfreqvensen och i blodtrycket visade att förgiftningsstadiet höll på att upphöra.

Kl. II 23′, då djuret förhöll sig stilla och då ingen reaktion för blåst eller beröring inträdde, gjordes ny tryckmätning trycket var 110 mm; och respirationerna hade nedgått till 42 i minuten.

Kl. II 28′ var trycket 104 mm, och respirationerna 52.
„ 33′ „ „ 110 „ „ 60.
„ 37′ förhållandena voro desamma.
„ 39′ var trycket 104 mm.
„ 43′ „ „ 100 „ och respirationerna 56.
„ 45′ „ „ 96 „ „ 56.
Kl. III 2′ „ „ 80 „ „ 52.
„ 13′ „ „ 76 „ „ 48.
„ 21′ voro respirationerna 40 i minuten; oskillationerna i manometern upphörde.

Kl. III 50′ respirationsfreqvensen hade blifvit allt mindre och skedde nu blott några få gånger i minuten under det hjertat fortfor att slå 80 på samma tid.

Kl. III 58′ skedde endast 4 respirationer och hjertat slog 47 gånger i minuten.

Kl. IV 5′ respirationerna hade upphört, nu upphörde äfven hjertverksamheten. Djuret hade dött.

Försök 8. Å en kanin af 1680 grams vigt mättes blodtrycket i carotis utan föregående förgiftning och befanns kl. XI 30′ vara 135 mm Hg.

Kl. XI 40′ injicerades tre sprutor af den använda magnesiumlösningen; djuret fick härvid vara fritt med underbunden carotis för observation af sömnstadiets inträdande.

Kl. XII 17′ lade djuret sig på sida och låg stilla i hvarje läge; respirationerna voro 60 i minuten. Djuret fastbands och anordningarna för tryckmätningen skedde åter

Kl. XII 32′ var trycket 125 mm och respirationerna 48.
„ 48′ „ „ 123 mm.
Kl. I 35′ „ „ 97 „ oskillationerna i manometern voro svaga. Sedan derföre kanylen uttagits och rengjorts befans vid följande observation.
Kl. I 50′ trycket 100 mm; nu begynte djuret åter reagera för blåst genom små rörelser.
Kl. II 10′ var trycket 105 mm.
„ 25′ „ „ 115 „
„ 50′ „ „ 90 „
Kl. III 2′ afstannade oskillationerna i manometern. Sedan kanylen blifvit rengjord befanns
Kl. III 40′ trycket 90 mm.
„ 50′ „ 90 „
Kl. IV 5′, då följande observation skulle anställas, befanns åter kommunikationen till manometern behöfva rengöras. Nästa observation anställdes först
Kl. VI 0′ då trycket var 60 mm; respirationsrörelserna fortplantades tydligt till manometern; djuret reagerade för blåst mot huden och vid ringaste beröring.
Kl. VI 10′ utdrogs kanylen så att djuret fick blöda; blödningen var åtföljd af stark och ihållande anæmisk kramp.

Försöken visa att blodtrycket minskas under förgiftningens fortgång; annat resultat har intet af våra försök gifvit. Det ofvan nämnda motsatta resultat som Hay vunnit, får väl härledas af det sätt på hvilket förgiftningen skedde, nämligen direkt injektion i blodkärlen, hvarigenom en tillräckligt stor qvantitet af ämnet på en gång införes i kärlen för att reta den glatta muskulaturen i kärlväggarna.

Inflytande på kroppens temperatur.

För undersökning af det inflytande magnesiumsaltet utöfvar på kroppens temperatur infördes kulan af en termometer, som angaf tiondedels grader, per anum i rectum. Resultaten må följande två försök belysa:

Försök 9. En fullväxt kanin fixerades i ryggläge på operationbordet, och termometer kulan infördes kl. I 15′ i rectum; den angaf följande förändringar:

Kl. I	18′	temperaturen	var	38°0	C.
„	22′	„	„	39°0	„
„	27′	„	„	39°0	„ ; 3 sprutor af saltet injic.
„	30′	„	„	39°0	„
„	35′	„	„	39°0	„ ; respirationsfreq. var 92.
„	40′	„	„	38°8	„
„	48′	„	„	38°8	„ ; 2 sprutor till injicerades
„	55′	„	„	38°8	„ ; djuret något oroligt.

Kl. II 0′ temperaturen var 38°0; ingen reaktion för blåst; djuret stilla, respirationsfreqvensen 64 à 68.

Kl. II	5′	temperaturen	var	38°0;	respirationsfreqvensen	64
„	10′	„	„	37°8;	„	52
„	15′	„	„	37°6;	„	44 à 48
„	20′	„	„	37°5;	„	44 à 48
„	25′	„	„	37°3;	„	48.

Nu löstogs djuret; det befanns vara försänkt i fullständig sömn, samt ligga orörligt i hvarje läge; en ringa reaktion, nemligen svaga rörelser i främre extremiteterna och hufvudet, visade sig dock vid beröring. Temperatur observationerna anställdes ej vidare. Djuret befanns sofvande ännu kl. IV och kl. V 30′, fem timmar efter första injektionen, vara dödt.

Försöket visar att kroppsvärmet sjunker under giftets inflytande på samma sätt som respirationsfreqvensen.

Försök 10. Kanin af 1687 grams vigt användes; djuret fixerades kl. XI 35′ och strax derpå infördes termometerkulan i rectum; fem minuter derpå

Kl. XI 40′ var temperaturen 38°6 Cels.
„ 43′ „ „ 39°0 „
„ 45′ „ „ 39°0 „ nu frigjordes djuret och kl. XII 51′ injicerades tre Pravaz's sprutor af den använda lösningen.

Kl. XII 5′ befunnos respirationerna försiggå 124 à 132 gånger i minuten.

Kl. XII 12′ djuret stödde hufvudet eller nosen mot underlaget; respirationsfreqvensen 84.

Kl. XII 17′ djuret låg stilla i hvarje läge; respirationsfreqvensen hade sjunkit till 60; för blåst och beröring inträdde ingen reaktion; sömnen syntes vara fullständig.

Kl. XII 20′ infördes termometern åter i rectum, utan att djuret fastbands.

Kl. XII 27′ var temperaturen 37°0.

„ 35′ „ „ 37°0; respirationsfreqvensen 64.

„ 40′ samma förhållande; termometern uttogs.

Kl. II 10′ begynte djuret röra sig och en urinuttömnng egde rum; derefter återtog djuret bukläge från sidoläget, men höjde ej ännu hufvudet från underlaget. Respirationsfreqvensen hade stigit till 84.

Under giftets inflytande sjunker sålunda kroppsvärmet, såsom man har skäl att vänta, då härvid både respirations- och pulsfreqvensen minskas. Det må tilläggas att i några försök ännu lägre temperatur kommit i dagen än i de här intagna. Huru snart kroppsvärmet efter narkosen återställes hafva vi ej noggrannt utredt; dock hafva vi funnit att efter djup narkos temperaturen ännu flera timmar efter det djuret vaknat icke uppnått normal höjd.

Inflytande på sensibla och motoriska nerver samt på tvärstrimmig muskulatur.

Redan det första, i denna artikel intagna försöket antyder att subkutan injektion af magnesiumsulfat lösning, tillochmed i mättad lösning såsom den i våra försök användts, ej är åtföljd af smärta och att således sensibla nerverna i injektionshärden härvid icke retas; under och strax efter injektionen förhåller sig nemligen djuret alldeles stilla; det gör intet försök att fly och det frambringar intet ljud, intet skrik af smärta. Endast alldeles undantagsvis framträder motsatt förhållande såsom i försöket 21 längre fram. För jemförelses skull hafva vi gjort något försök äfven med ett annat magnesiumsalt nemligen med klormagnesium, äfven i koncentrerad lösning; ett sådant må här finna plats.

Försök 11. I en kaninge af 173 grams vigt injicerades subkutant en Pravaz's spruta koncentrerad lösning klormagnesium; omedelbart efter injektionen eller redan derunder visade djuret oro, skrek till och gjorde rörelser för att fly; injektionen syntes sålunda vara åtföljd af smärta. Det kan tilläggas att djuret äfven i detta fall försattes i tillstånd af sömn, som fortfor från middagstiden till qvällen, då sista observationen gjordes; följande dag befanns djuret dödt.

Dessa förhållanden antyda att subkutan injektion med magnesiumsulfat lösning ej är åtföljd af smärta och att således härvid sensibla nerverna i injektionshärden icke retas, men att deremot retning inträder om på samma sätt klormagnesium injiceras. Då vidare såvidt vi för närvarande känna, sensibla och motoriska nerver i de periferiska stammarne förhålla sig på samma sätt, så gäller samma slutledning äfven de senare, de motoriska.

Detta resultat synes äfven direkta försök å nervmuskel preparat af groda besanna; magnesiumsulfatlösningen gifver härvid icke ryckning, men ej sällan framkallas sådan af klormagnesiumlösningen. Magnesiumsulfat förhåller sig sålunda på samma sätt som enligt Kühne äfven vissa andra sulfater, nemligen kopparoxid, och jernoxidul[1]. Noggrannare undersökning visar dock att i allmänhet ingendera af de i fråga varande ämnena är alldeles utan att framkalla reaktion i muskeln; för undersökningens utförande är preparatet att fixeras i Pflüger's myografion, så att äfven minimala längdförändringar kunna observeras; och nervstammen är att hängas vertikalt med den afskurna ändan nedåt, för att kunna sättas i beröring med saltlösningen. Under sådana förhållanden ses att äfven magnesiumsaltlösningen framkallar en reaktion, om ock alldeles obetydlig; muskelns längd kan nemligen förändras helt litet i det moment lösningen berör den afskurna nervändan; vanligast höjes nemligen nålspetsen i skrifapparaten något litet, någon

---

[1]) *W. Kühne.* Ueber die chemische Reizung der Muskeln und Nerven und ihre Bedeutung für die Irritabilitätsfrage. Arch. f. Anat. d. Physiol. Jahrg. 1860 pag. 339—340.

gång sänkes den, men utan att återtaga dess förra horizontalläge. Samma reaktion kan äfven klormagnesium framkalla, då ryckning icke inträder. Vidare uteblifver längdförändringen om nervstammen nedanom det retade stället underbindes eller afskäres; den i fråga varande längdförändringen måste derföre betraktas vara en reaktion i mukeln tillfölje af retningen. Det är sålunda icke en ryckning i vanlig betydelse, utan en minimal längdförändring här framträder. Dylika fenomen, hafva vi anmärkt i en föregående afhandling, fås äfven i dagen vid reflexretning; talrika försök sedan dess hafva visat att de äfven kunna framträda vid retning af motoriska stammar. I denna fråga gå vi ej här vidare in, men anföra par försök med de båda ifrågavarande ämnena. Försöken utfördes i oktober månad å ischiadicusgastrocnemius preparat af, såvidt man kunde se, friska grodor; reaktionen för afskärning antyder äfven att prepraraten vid mekanisk retning gåfvo vanliga maximala ryckningar. De skilda retningarna utfördes i den ordning de på hvarandra följande horizontalraderna antyda; just före och strax efter hvarje retning förskjöts myografiontaflan ett litet stycke. Måtten äro i millimeter.

Försök 12.

	Ryckning.	Längdförändr. efter retningen.
Afskärning	6,8 ;	liten förlängning.
Klormagnesium lösn.	2,4 ;	något större förlängning.
Afskärning	7,3 ;	förkortning.
Svafvelsyrad magnesiumlösning	0,0 ;	obetydlig förkortning.
Afskärning	6,8 ;	ingen längdförändring.

I detta försök åstadkom sålunda klormagnesium lösningen ryckning i muskeln, magnesiumsulfat lösningen deremot åstadkom blott en längdförändring i densamma.

Försök 13.

	Ryckning.	Längdförändring.
Afskärning	8,2;	förlängning 0,8
Klormagnesiumlösning	3,6;	förkortning 0,2 à 0,3
Afskärning	11,5;	förkortning 0,9
Klormagnesiumlösning	0,0;	förlängning 0,2 à 0,3
Afskärning	10,0;	förkortning 0,4
Klormagnesiumlösning	2,2;	förkortning 0,4
Afskärning	10,4;	förkortning 0,5

I detta försök åstadkom klormagnesium två gånger ryckning, vid första och tredje retningen, men icke vid andra retningen; vidare voro alla tre retningar åtföljda af längdförändringar i muskeln, den första och tredje af en förkortning, den andra deremot, som ej föranledde någon ryckning, af en förlängning. Undantagsvis voro i detta fall alla längdförändringarna så tydliga att de kunde någorlunda säkert uppmätas med stångcirkel.

Dylikt preparat från andra extremiteten af samma djur.

	Ryckning.	Längdförändring.
Afskärning	9,5;	obetydlig förlängning.
Klormagnesiumlösning . . .	1,1;	„ förkortning.
Afskärning	11,1;	förlängning 0,5.
Klormagnesiumlösning . . .	0,0;	obetydlig förkortning.

Försök 14.

	Ryckning.	Längdförändring.
Afskärning	10,8;	förlängning 0,3.
Magnesiumsulfat lösning . .	0,0;	obetydlig förkortning.
Afskärning	11,0;	förlängning 0,3.
Magnesiumsulfat lösning . .	0,0;	just märkbar förkortn.
Afskärning	9,9;	obetydlig förlängning.
Klormagnesium lösning . . .	0,0;	just märkbar förkortn.

Preparatet från andra sidan af samma djur gaf följande resultat:

	Ryckning.	Längdförändring.
Afskärning	11,0;	förlängning 0,9.
Klormagnesium lösning . . .	0,0;	märkbar förkortning.
Afskärning	10.9;	tydlig förlängning.
Klormagnesium lösning . . .	0,0;	märkbar förkortning.
Afskärning	10,2;	tydlig förlängning.
Magnesiumsulfat lösning . .	0,0;	tydlig förkortning.

I talrika försök har sålunda magnesiumsulfat lösningen icke i ett enda fall gifvit ryckning; klormagnesinm lösningen däremot gaf ryckning i många fall i det moment retningen skedde. Men försöken visa tillika att retningen med hvardera af dessa ämnen kan gifva och i många fall gifver en reaktion i muskeln nemligen en ringa längdförändring; denna längdförändring var i de flesta fall en förkortning men stundom äfven en förlängning. (Försöken visa tillika att retningen tillfölje af nervstammens afskärning kunna åtföljas af längdförändring i muskeln, icke allenast då nervstammens samband invid ryggmärgen upphäfves, utan äfven upprepade gånger härefter). Abstraheras från dessa alldeles minimala reaktioner, så får det ofvan nämnda resultatet nppehållas; magnesiumsulfat lösningen retar icke motoriska eller sensibla nerverna i injektionshärden.

Försök att med den i fråga varande saltlösningen reta tvärstrimmiga muskler af kurariserade djur hafva likaså gifvit negativt resultat.

Om sålunda får anses vara ådagalagdt att periferiska nerver och tvärstrimmiga muskler icke retas af magnesiumsalt lösningen, så föreligger i alla fall möjligheten att detta ämne längre fram, under förgiftningens förlopp, inverkar på de i fråga varande väfnaderna icke allenast i injektionshärden utan i kroppen öfverhufvud, t. ex. förändrar deras irritabilitet och förmåga att leda retningstillstånd. Denna fråga som de följande försöken 15—18 afse, är af vigt äfven för bedömande af det sätt på hvilket magnesiumsaltet framkallar förändringarna i de fysiologiska processerna.

Föregående undersökning hade visat att subkutan injektion i en groda af ett delstreck i Pravaz's spruta, d. v. s

af 0,1 kabikcentimeter af lösningen framkallar visserligen tydliga, men inom kortare tid öfvergående förgiftningsfenomen, och att fenomenen fortbestå längre tid och framsträda i högre grad, om förgiftningen sker med 3—4 gånger större dos; förgiftningen skedde derföre med 4, i några fall med 6 delstreck.

Försök 15. Frisk groda förgiftades med 4 delstreck kl. XII 4′ genom injektion under rygghuden.

Kl. XII 10′ slapp djuret ej mer från ryggläge tillbaks till bukläge, men utförde häftiga rörelser med extremiteterna; luftsväljningsrörelserna i nedra maxillen upphörde kort efter sistnämnda tid helt och hållet.

En half timme efter förgiftningen då djuret ej mera rörde sig och ej heller visade någon reaktion vid retning, förfärdigades nervmuskel preparat; härvid befanns hjertat fortfarande slå.

I preparatet, uppstäldt i myografion gaf afskärning af nervstammen ingen ryckning. Likadant preparat från andra sidan retades förmedelst afskärning och värme (en låga förmedelst en eldsticka) med samma negativa resultat.

I andra för öfrigt alldeles dylika försök retades nervstammen förmedelst afskärning och elektrisk ström likaså utan att någon reaktion framträdde i muskeln.

Försöken visa att under magnesiumsaltets inflytande irritabilitets förhållandena väsendtligen förändras, sålunda nemligen att vid retning af nervstammen reaktion i muskeln helt och hållet kan uteblifva.

För noggrannare undersökning af dessa förändringar utfördes försök enligt en, troligen af Bernard först använd metod; före förgiftningen underbands nemligen ena arteria iliaca communis.

Försök 16. Å en groda aflägnades os coccygis och arteria iliaca communis på högra sidan underbands; strax derefter kl. XI 52′ injicerades 4 delstreck af lösningen subkutant i öfra delen af ryggen.

Kl. XI 56′, således blott 4 minuter efter injektionen förmärktes redan förgiftningsfenomen; luftsväljningsrörelserna i nedra maxillen sisterades nemligen emellanåt helt och hållet;

någon minut derpå slapp djuret ej mer från ryggläge, oaktadt det utförde rörelser med alla extremiteter.

Kl. XII 12′ hade rörelserna i nedra maxillen upphört; men djuret rörde entremiteterna och bålen då dess läge rubbades.

Kl. XII 21′ rörelser förmärkas knappt i främre extremiteterna; vid retning af bakre extremiteterna förmedelst knipning i simhuden mellan tårna eller i en tå med pinsett framträder tydligare reaktion i högra (underbundna) entremiteten än i venstra; den förra drog djuret härvid närmare mot kroppen.

Kl. XII 27′. Vid knipning af huden å extremiteterna eller bålen framträdde svaga rörelser endast i högra eller underbundna extremiteten, ej i någon annan.

Kl. XII 31′ förhållandet detsamma: nu frampreparerades höftnerverna på hvardera sidan och afskuros på flera ställen; då sålunda högra höftnerven afskars, erhölls ryckning såsom vanligt i högra skenkeln, men afskärning på venstra sidan framkallade ingen ryckning.

Mekanisk retning framkallade sålunda ingen reaktion i det preparat till hvilket blodet hade oförhindradt tillträde; deremot i den underbundna extremiteten syntes reaktionen vara dylik som i preparat af friskt djur.

Försök af denna beskaffenhet visa att under magnesiumsaltets inflytande reaktionsförmågan i nervmuskelpreparat för retning förminskas, resp. upphäfves. Om det är både de motoriska nerverna och musklerna som härvid förändras, lemna de föregående försöken oafgjordt. För närmare undersökning huru härmed förhåller sig försöktes till en början att å kurariserade djur underbinda arteria iliaca communis på ena sidan och sedan förgifta djuret med magnesiumsaltet; vid försök af denna beskaffenhet synes dock magnesiumförgiftningen ej fortskrida; hjertverksamheten afstannar nemligen kort efter förgiftningen, och musklerna i båda bakre extremiteterna förhålla sig ungefär på samma sätt. Vi hafva derföre nödgats jemföra irritabiliteten i muskler af tvenne skilda djur med hvarandra såsom följande försök närmare visar.

Försök 17. En groda kurariserades; en annan likastor (af 50 grams vigt) förgiftadas kl. XII 9′ med 6 delstreck af magnesiumsalt lösningen.

Kl. XII 16′ sisterades luftsväljningsrörelserna tidtals.

Kl. XII 25′ slapp djuret ej mer från ryggläge.

Kl. XII 30′ luftsväljningsrörelserna hade upphört helt och hållet; tillochmed i ryggläge rör djuret numera endast svagt extremiteterna; vid mekanisk retning af huden endast ytterst svag reaktion i extremiteterna. Kort derpå uttogs en musc. gestrocnem. från hvardera djuret och sattes på samma par opolariserbara elektroder; retningen skedde med konstant ström. Med 2. Daniell ställda efter hvarandra erhölls minimal, just märkbar ryckning i muskeln af det med magnesiumsaltet förgiftade djuret, men stark ryckning i muskeln af det kurariserade djuret. Före preparationen gaf afskärning af motoriska stammen i ingendera djuret ryckning.

Försök 18. Alldeles dylikt med induktionsslag såsom retmedel. Preparaten förfärdigades 36 minuter efter förgiftningen med magnesiumsaltet, då icke mer någon reaktion vid retning af huden framträdde; vid preparationen gaf afskärningar af motoriska stammarne ingen ryckning. Båda musklerna voro irritabla, men för muskeln af det kurariserade djuret erhölls minimal ryckning vid läget 105 millimeter för sekundära spiralen; för muskeln åter från det med magnesiumsaltet förgiftade djuret först vid läget 60 mm.

Sådana försök antyda att vid förgiftning med magnesiumsaltet irritabiliteten i musklerna nedsättes eller förminkas. Då vidare mekanisk retning — och såsom vi äfven fnnnit elektrisk retning — af nervstammen i ett nervmuskelpreparat icke framkallar ryckning i muskeln, fastän muskeln är irritabel, så måste häraf slutas att irratabiliteten eller ledningsförmågan nedsättes jemväl i de motoriska stammarne. Magnesiumförgiftningen verkar sålunda både på musklerna och på de motoriska nerverna. I följande afdelning anföras försök, som bevisa detsamma jemväl för sensibla stammar.

Inflytande på muskelreflexer och anæmisk kramp.

Här och der i det föregående har redan anmärkts att under det i fråga varande giftets inflytande muskelreflexer och likaså kramp tillfölje af förblödning försvagas och till och med helt och hållet kunna uteblifva. I förra hänseendet är pupillarreflexen under ljusets inflytande anmärkningsvärd såsom följande försök utvisar.

Försök 19. I en kanin af 610 grams vigt injicerades subkutant två Pravaz's sprutor af saltlösningen kl. XII 35′.

Kl. XII 40′ stödde djuret hufvudet mot underlaget.

Kl. I 0′ reste sig djuret ej mer från sidoläge; narkosstadiet hade inträdt.

Kl. I 15′, inträdde ännu tydlig pupillarreflex, om ögonlocken höllos slutna någon minut och sedan plötsligt öppnades; härvid förminskades nemligen pupillerna.

Kl. I 25′, då sömntillståndet var fullständigt inträdt, gaf samma förfarande alldeles obetydlig reaktion; och 15 minuter senare erhölls ej mer någon reaktion i pupillen tillfölje af ljusets inverkan.

Djuret sof ännu på qvällen samma dag, då sista observationen anställdes, och befanns följande dag dödt.

Pupillarreflexen från nervus opticus blifver sålunda under giftets inverkan förminskad och kan till och med helt och hållet upphäfvas. Det förhållande denna reflex visar kan derföre i någon mån tjena såsom tecken för bedömandet af giftets fortgående verkan.

För bedömande af giftets inflytande på anæmisk kramp som hos högre djur framträder vid förblödning, och på muskelreflexer till extremiteterna intagas här de följande försöken 20—22 å kanin samt försöken 23—26 å groda.

*Försök O 2*å en frisk kaninunge af 197 grams vigt. Halskärlen afskuros förmedelst ett snitt med sax; under förblödningen inträdde, såsom vanligt å frisk kanin, kramp isynnerhet i nackens och extremiteternas muskler. Sedan krampen upphört, kunde under 1 à 2 minuter reflexryckningar i extremiteterna framkallas genom mekanisk retning af tårna och huden; retningarna skedde förmedelst snitt med sax.

Försök 21. I kaninunge af 280 grams vigt injicerades två sprutor af lösningen under rygghuden på hvar sitt skilda ställe; under första insprutningen förhöll sig djuret, såsom vanligt, alldeles lugnt. Under andra injektionen deremot visade djuret, undantagsvis i detta försök, oro; det skrek till och sökte fly; måhända hade en nervstam råkats. Injektionerna skedde kl. XII 10′.

Kl. XII 16′, 6 minuter efter förgiftningen, knyckte djuret till då och då med hufvudet.

Kl. XII 20′ sänkte det hufvudet mot underlaget och reste sig endast ofullständigt från sidoläge; sömntillståndet hade inträdt eller höll på att inträda.

Kl. XII 23′ respirationernas antal var 96 i minuten.

Kl. XII 24′ fick djuret blöda genom afskärning af blodkärlen på halsen; härunder inträdde tydlig, om ock ej synnerligen stark kramp i bålen och extremiteterna samt i tuggmusklerna. Vid strax derpå företagen mekanisk retning af huden på extremiteterna och bålen förmedelst snitt med sax framträdde svaga reflexryckningar i extremiteterna.

Sådana försök ådagalägga att i början af sömntillståndet både anæmisk kramp och muskelreflexer framträda, om ock båda äro försvagade.

Försök 22. I en liten kanin af 230 grams vigt injicerades kl. XI 20′ en Pravaz's spruta af saltlösningen; härunder förhöll sig djuret alldeles lugnt; intet antydde smärta.

Kl. XI 35′. d. v. s. en qvart timme efter injektionen, observerades ännu ingen verkan af giftet; två sprutor till injicerades derföre.

Kl. XI 42′, d. v. s. 22 minuter efter första injektionen, höll djuret hufvudet nedsänkt mot underlaget och kort derefter äfven buken; djuret insomnade, men intog ännu bukläge från sidoläge.

Kl. XI 45′ djuret låg stilla i hvarje läge och syntes vara alldeles insomnadt; vid blåst mot något ställe af huden visade sig i alla fall reaktion, nemligen rörelser i alla extremiteteter och hufvudet.

Kl. XI 50′ djuret visade samma förhållande; respirationsfreqvensen var 76.

Kl. XI 56′ numera visar sig ringa reaktion för blåst nemligen svaga rörelser endast i extremiteterna; respirationsfreqvensen 70.

Kl. XII 0′ och kl. XII 5′ ännu mindre reaktion för blåst; respirationernas antal i minuten hade nedgått till 60.

Kl. XII 6′ afklipptes halskärlen; under blödningen och derefter inträdde icke anæmisk kramp; endast i bakre extremiteterna observerades härunder en gång svag ryckning. Då strax derefter huden på främre extremiteterna retades förmedelst snitt med sax, inträdde inga reflexrörelser; vid dylik retning af bakre extremiteterna framträdde en gång just märkbara ryckningar i bakre extremiteten på andra sidan.

Försöken visa att så kallad anæmisk kramp förminskas eller upphäfves mer och mer ju längre sömntillståndet framskrider. Observationer i afseende på detta fenomen visa tillika, att om djuret håller på att vakna, från sömntillståndet, så inträder kramp vid förblödning. Det var derföre vi ofvan i det förhållande krampen vid förblödning visar, sett ett tecken för bedömande af sömnstadiets fortskridande.

I afseende på muskelreflexerna intaga vi ännu följande försök å groda.

Försök 23. En groda förgiftades kl. XI 15′ med sex delstreck.

Kl. XI 35′ höll djuret hufvudet stödt mot underlaget och rörelserna i nedra maxillen, de så kallade luftsväljningsrörelserna, hade helt och hållet upphört; rörelseförmågan i extremiteterna var nästan upphäfd; vid mekanisk retning af huden förmedelst pinsett inträdde knappt någon reaktion.

Kl. XI 41′ reaktion för retning hade upphört. Djuret dekapiterades förmedelst ett snitt genom trumhinnorna; preparatet upphängdes från nedra maxillen, och huden retades på skilda ställen mekaniskt och med förtunnad ättiksyra utan att reflexrörelser i extremiteterna framkallades. — Undersökning af hjertat visade att det fortfor att slå i långsam rhytm.

Under giftets inverkan upphäfves sålunda reflexen från huden till extremiteternas muskler helt och hållet.

Försök 24. Kl. XI 54′ underbands å en groda aorta communis tätt ofvanom dess delningsställe framför os coccygis, sedan detta ben aflägsnats; strax derpå injicerades 4 delstreck (0,4 kubikcemtimeter) af lösningen under rygghuden.

Kl. XII 0′ höll djuret hufvudet mot underlaget; luftsväljningsrörelserna i nedra maxillen hade upphört.

Kl. XII 10′ vid rubbning af djurets läge rör det extremiteterna och äfven hela kroppen.

Kl. XII 20′ djuret utförde rörelser med bakre extremiteterna, men ej med främre; vid knipning af huden med pinsett inträdde rörelser i bakre extremiteterna, emellanåt mot det retade stället, men ej i främre extremiteterna.

Kl. XII 54′ djuret ligger fortfarande stilla; men luftsväljningsrörelser framträda då och då under kort tid. Vid retning af huden samma reaktion som vid senaste observationen, men tillika svaga rörelser i främre extremiteterna. Djuret synes restitueras.

Kl. I 17′. Djuret har intagit vanlig sittande ställning, luftsväljningsrörelserna fortgå kontinuerligt; vid retning af huden inträda rörelser i alla extremiterna. Djuret synes blifvit återställdt.

Af detta försök kan ej afgöras om rörelserna i bakre extremiteterna tillfölje af retningen, då sömntillståndet var mest utpräglad, äro att betraktas såsom muskelreflexer eller såsom voluntära, beroende af viljans inflytande; vi hafva derför upprepat försöket under följande förändrade form.

Försök 25. En groda förgiftades kl. 55′ med sex delstreck, sedan aorta communis på samma sätt som i förra försöket blifvit underbunden.

Kl. XII 1′ hade rörelserna i nedra maxillen upphört; med bakre extremiteterna utförde djuret rörelser, endast obetydligt med främre.

Kl. XII 6′ vid retning af huden framträdde rörelser i bakre extremiterna, men icke eller endast ringa i främre. Djuret dekapiterades förmedelst ett snitt genom trumhinnorna, och preparatet upphängdes från nedra maxillen. Vid mekanisk retning af hud, simhud eller tå på ena bakre extremiteten framträdde rörelser i samma extremitet; vid dylik retning af något ställe på bålen eller på främre extremiteterna inträdde ingen reaktion. Vid retning af huden på ena bakre extremiteten med förtunnad ättiksyra inträdde ganska lifliga rörelser ej blott i samma extremitet, utan äfven ehuru svagare i bakre extremiteten på andra sidan; dylik retning på andra ställen af huden gaf ingen reaktion. Efter försöken befanns hjertat slå, ehuru i förlångsammad rhytm.

De båda föregående försöken och särskildt det senare visa att hudreflexer till bakre extremiteterna komma till stånd ifall de tillförande blodkärlen underbindas före förgiftningen. Då vidare i dessa försök blodtillförseln till ryggmärgen icke var förhindrad, så visa försöken att de banor i ryggmärgen, som förmedla retningstillståndens öfvergång från sensibla till motoriska nerverna, icke synnerligen influeras af giftet; preparatens något försvagade reflexförmåga får väl härledas af giftets inverkan på de periferiska nervstammarne ofvanom ligaturen.

Försök 26. Sedan os coccygis blifvit aflägsnadt underbands arteria iliaca communis på högra sidan och djuret förgiftades kl. XI 22′ med sex delstreck af lösningen.

Kl. XI 36′ fortgingo rörelserna i nedra maxillen endast tidtals, men djuret bibehöll den vanliga sittande ställningen.

Kl. XI 40′ hade luftsväljningsrörelserna helt och hållet upphört; hufvudet hvilar mot underlaget; den högra underbundna extremiteten håller djuret uppdragen invid kroppen, de öfriga extremiteterna bibehålla det läge dem gifves; vid mekanisk retning af huden framträda rörelser i den underbundna extremiteten, endast obetydligt i de öfriga.

Kl. XI 45′ vid mekanisk retning af huden framträder reaktion i den underbundna extremiteten, knappt alls i de öfriga. Reflexpreparat förfärdigades såsom i de föregående försöken. Vid mekanisk retning af huden å den underbundna extremiteten inträdde, visserligen svag men i alla fall tydlig reflex i denna extremitet, ej i någon annan; vid dylik hudretning på andra ställen framträdde ingen reaktion. Vid retning af huden med förtunnad ättiksyra framträdde alldeles samma förhållanden, blott med den skilnad att reflexerna i den underbundna extremiteten voro betydligt starkare; dess rörelser skedde mot det retade stället. Efter försöken befanns hjertat hafva upphört att slå, men vid stöt mot detsamma vidtogo hjertslagen åter under några sekunder.

Detta försök visar åter att reflexerna i ryggmärgen icke synnerligt åtminstone influeras af giftet. Då vidare reflexer i den underbundna extremiteten icke ens med förtunnad ättiksyra kunde framkallas från huden å andra bakre extremiteten, så bevisas härmed att de sensibla nerverna å sistnämnda extremitet förlamats under giftets inflytande.

Undersökningarna hafva sålunda visat att magnesiumsulfat vid subkutan användning nedsätter verksamheten i tvärstrimmiga muskler och periferiska nervstammar, både motoriska och sensibla. Härmed kunna åtminstone delvis de observerade förgiftningsfenomenen förklaras, t. ex. uteblifven anæmisk kramp och förminskad reflexverksamhet, likaså förminskad hjertverksamhet och dermed förminskadt blodtryck; häri kan äfven förklaringen för respirationens upphörande sökas.

På ryggmärgens reflexapparater utöfvar detta gift intet eller ej synnerligt inflytande. Härmed och med det nyss nämnda inflytandet på periferiska nervstammar finna reflexernas förhållanden i extremiteter med underbundna blodkärl sin förklaring.

I hvilken mån de förhållanden respirationsrörelserna och anæmisk kramp visa under giftets inflytande, bero på upphäfd resp. förminskad verksamhet i respirationscentra och de så kallade anæmiska krampcentra i förlängda märgen tillåta försöken ej afgöra.

Att deremot det i fråga varande ämnet utöfvar inflytande på delar i hjernan som förmedla sinnesförnimmelserna och den högre psykiska verksamheten öfverhufvud, synes det narkotiska tillståndet ådagalägga.



Vergleich zwischen den Entladungsversuchen mit statischer Elektricität und solchen mit continuirlichen Strömen.

Von

Th. Homén.

In drei Abhandlungen „Ueber die Electricitätsleitung der Gase“[1]) habe ich gezeigt, dass bei continuirlichem Durchgange der Electricität durch verdünnte Luft die Potentialdifferenz zweier Querschnitte der Luftsäule constant, von der Stromstärke unabhängig ist. Die Versuche wurden mit Anwendung von galvanischen Strömen, welche eine grosse galv. Batterie lieferte, gemacht und der Widerstand der Luft bei Druck zwischen 0,089 und 80,9 m. m. Quecksilber bestimmt. Dieser Widerstand ist, dem obenerwähnten gemäss, als eine electromotorische Gegenkraft zu fassen und in derselben Einheit wie diese Kraft zu messen.

Bei Discussion der Resultate ist unter anderem erwähnt, wie die zum Einleiten einer Entladung erforderliche Potentialdifferenz zwischen den Electroden viel grösser ist, als die Potentialdifferenz während der Dauer des Stromes. Die Electroden, welche beweglich waren, mussten z. B. besonders bei Druck über 10 mm, einander bedeutend genähert werden, um eine erste Entladung zu erhalten, wonach sie wieder auf vielmal grössere Distancen entfernt werden konnten, ohne dass die Entladung erlosch. Ein

[1]) Acta Soc. Sc. Fenn. Tom. 16 u. 17, 1886 u. 1888. Vergleich Wied. Ann. Bd. 38 p. 172. 1889.

Vergleich dieser Widerstandsbestimmungen mit continuirlichem Strome mit den Entladungsversuchen mit statistischer Electricität, wo es sich um die zum Hervorbringen einer Entladung nöthige Potentialdifferenz handelt, ist also vielleicht nicht ohne Interesse.

Ausser älteren Entladungsversuchen,[1]) wobei die electrische Tension in beliebigen Einheiten gemessen wurde, sind in neuerer Zeit Untersuchungen von Thomson[2]), v. Oettingen[3]), Macfarlane[4]), Baille[5]), Qvincke[6]), Bichat und Blondlot[7]), Liebig[8]), Paschen[9]) und Freiberg[10]) gemacht worden, wobei die zur Entladung nöthige Potentialdifferenz zwischen den Electroden in absoluten electrostatischen Einheiten oder, von Oettingen und Freiberg, in Volt bestimmt ist. Die meisten Versuche sind in Luft von gewöhnlicher Dichtigkeit gemacht, um die Variationen des Entladungspotentials mit der Schlagweite und um den Einfluss der Form der Electroden zu bestimmen.

Aus diesen Untersuchungen geht hervor, dass bei gewöhnlichem Luftdruck das Entladungspotential für verschiedene Electrodenarten (Spitzen, Kugeln von verschiedenem Diameter und Platten) mit wachsender Schlagweite in ganz verschiedenem Maasse zunimmt. Für die grössten Kugeln, sowie für die Platten, nähert sich der Werth des Entladungspotentials ziemlich einer linearen Function der Schlagweite,

---

[1]) Siehe Wiedemanns Lehre von der Electricität IV 2 p. 647 u. folg. und Homén: „Elektriska motståndet hos förtunnad luft". Helsingfors 1883.

[2]) Thomson, Proc. Roy. Soc. Bd. 10 p. 326, 1860; Phil. Mag. (4) Bd. 20 p. 316, 1860.

[3]) v. Oettingen, Pogg. Ann. Jubelb. p. 275. 1874,

[4]) Macfarlane, Phil, Mag. (5) Bd. 10 p. 389, 1880.

[5]) Baille, Journal de Physique (2) T. 1 p. 169, 1882. Ann. de Chemie et de Phys. (5) Bd. 25 p. 486, 1882 und (5) Bd. 29 p. 181, 1883.

[6]) Qvincke, Wied. Ann. Bd. 19 p. 545, 1883.

[7]) Bichat und Blondlot, Journal de Physique (2) T. 5 p. 325, 1886.

[8]) Liebig, Phil. Mag. (5) Bd. 24 p. 106, 1888.

[9]) Paschen, Wied. Ann. Bd. 37 p. 69. 1889.

[10]) Freiberg, Wied. Ann. Bd. 38 p. 231. 1889.

für die kleineren wächst sie bei kleiner Schlagweite erst schneller, dann immer langsamer und langsamer mit der Schlagweite. Für jede Schlagweite hat auf diese Weise nach Baille, Paschen und Freiberg, das Entladungspotential ein Maximum für einen gewissen Durchmesser der Electrodenkugeln, bei Schlagweiten unter 0,1 cm für Kugeln unter 0,5 cm Durchmesser, bei 0,2 und 0,3 cm Schlagweiten für etwa 1, bei 0,4—0,5 cm für 2, bei 0,6 u. 0,7 cm für 4 und bei 0,8 cm für 6 cm Durchmesser der Electrodenkugeln. Bis zu 0,5 cm Schlagweite sind indessen die Entladungspotentiale für verschiedene Electroden nicht viel von einander abweichend, aber von da an werden die Potentiale für die kleineren Electrodenkugeln allmählig bedeutend kleiner als für die grösseren. Für Spitzen werden die Potentiale schon von den kleinsten Schlagweiten an viel kleiner als für Kugeln.

Der Zuwachs des Entladungspotentials mit der Schlagweite ist also von der Form der Electroden sehr abhängig und lässt sich nicht an und für sich ohne Zusammenhang hiermit bestimmen. Wie sich die Sachen bei verdünnten Gasen verhalten, geht aus den erwähnten Untersuchungen nicht direct hervor. Nur Baille, Macfarlane und Paschen haben die Versuche zu niedrigeren Drucken geführt, Baille zu 125 mm, Macfarlane und Paschen zu 20 mm Druck, aber die Electroden (bei Macfarlane's Versuchen Platten von 10 cm Durchmesser, bei Baille und Paschen Kugeln von resp. 3 und 2 cm Durchmesser) wurden nicht variirt, und bei Macfarlane war auch die Schlagweite unverändert 5 cm, Wahrscheinlich ist doch, dass auch hier der Zuwachs des Entladungspotentials mit der Schlagweite von den angewandten Electroden abhängig ist. In allen Fällen ist der Zuwachs bei verschiedener Schlagweite nicht constant, sondern nimmt mit wachsender Schlagweite ab.

Bei den Versuchen mit continuirlichem Strome dagegen wächst, wenigstens bei nicht zu grosser Schlagweite und wenn die Lichterscheinungen unverändert bleiben, die Potentialdifferenz zwischen den Electroden mit gleichen Grössen,

wenn die Schlagweite mit gleichen Grössen vermehrt wird. Und weiter, obgleich für verschiedene Electroden die Potentialdifferenz sehr verschieden sein kann, was auf Ungleichheit des Uebergangswiderstandes an den Electroden beruht, so ist doch der *Zuwachs* der Potentialdifferenz mit der Schlagweite unabhängig von den angewandten Electroden. Auf diese Weise kann man annehmen, dass bei durchgehendem galvanischem Strome der Zuwachs der Potentialdifferenz bei Vergrösserung der Schlagweite mit z. B. 1 cm die Potentialdifferenz zweier 1 cm von einander entfernter Querschnitte der Luftsäule angiebt. Diese Potentialdifferenz ist, wie früher gesagt, von der Stromstärke unabhängig und ist von mir kurz als ein Maass des Widerstandes der Luftsäule angegeben. Weiter ist der Gaswiderstand bei durchgehendem Strome beinahe unabhängig von der Durchschnittsfläche der Gassäule[1]), während bei den Entladungsversuchen mit statistischer Electricität das Entlastungspotential von Weite und Beschaffenheit der Entladungsröhre sehr beeinflusst wird.

Diese Ungleichheiten treten bei den Entladungen mit statischer Electricität und bei denen mit continuirlichem Strome hervor. Da also die Grösse der zum Hervorbringen einer Entladung durch eine Gassäule nöthigen Potentialdifferenz von vielen Umständen abhängig ist, so ist ein Vergleich dieses Entladungspotentials mit der bei durchgehendem continuirlichem Strome vorhandenen constanten Potentialdifferenz der Grenzschichten eigentlich nicht möglich. Um doch wenigstens für gewisse Fälle einen Vergleichspunkt zu haben, will ich die obenerwähnten Versuche von Paschen benutzen, welche von atmosphärischem Druck bis auf 20 mm Spannung heruntergeführt sind und also ein Vergleich mit den meinigen, welche von 0,09 zu 80,9 mm. geführt sind, möglich machen.

Die Electroden bei den Paschen'schen Versuchen waren Messingkugeln von 2 cm Durchmesser, aufgestellt in einer

---

[1]) Homén. Elektriska motståndet hos förtunnad luft. Helsingfors 1883, Wied. Ann. Bd. 26, p. 55, 1885.

abgeschlossenen Glasglocke. Die Schlagweite wurde zwischen 0,1 und 1 cm variirt, das Entladungspotential mit einem Righi'schen Universal-Electrometer gemessen und in absoluten electrostatischen *C. G. S.* Einheiten angegeben. Beobachtungen wurden bei 18 verschiedenen Drucken von 20 zu 750 mm angestellt.

Das Entladungspotential nimmt bei constantem Druck mit der Schlagweite beinahe in demselben Maasse zu, wie bei constanter Schlagweite mit dem Drucke und ist also eine (nicht allzuviel von einem Hyperbel abweichende) Function des Productes *Pd,* wenn *P* den Druck und *d* die Schlagweite bezeichnet. Jedoch nähern sich die Potentialwerthe bei abnehmender Schlagweite nicht dem Werth Null, sondern einem constanten Werth, was wohl, wie bei dem continuirlichen Strome auf einen Uebergangswiderstand an den Electroden deutet. Bei 20, 40, 80, 200, 400 und 750 mm Druck hat Paschen für Schlagweiten zwischen 0,1 und 0,6 cm folgende Werthe des Entladungspotentials gefunden. Die Werthe für 0,7; 0,8 und 1 cm sind weniger zuverlässig als die übrigen.

P	*d* = 0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6 cm
20 mm	2,23	2,73	3,44	4,04	4,70	5,12
40 „	2,84	3,80	4,76	5,75	6,87	7,63
80 „	3,65	5,80	7,47	9,07	10,57	12,28
200 „	6,71	10,98	14,37	17,35	20,51	23,58
400 „	10,86	17,83	23,94	29,51	35,13	40,03
750 „	16,33	28,29	38,83	48,41	58,49	66,32

Anstatt direct den Werth für 0,5 cm zu nehmen, um das Entladungspotential für eine 0,5 cm lange Luftsäule zu erhalten, will ich, um ein wenig den Einfluss der Electroden zu vermindern, die Differenz zwischen den Werthen für 0,1 und 0,6 cm Schlagweite nehmen. Durch Multiplication mit

300 reducire ich diese Differenz von electrostatischen Einheiten zu Volt und um dieselbe mit meinen Angaben der Potentialdifferenz für eine 1 cm lange Luftcolonne bei continuirlich durchgehendem Strome vergleichen zu können, multiplicire ich noch mit 2. Auf diese Weise sind die Zahlen der zweiten Columne der unten stehenden Tabelle erhalten.

Soeben ist gesagt, dass der Zuwachs des Entladungspotentials mit der Schlagweite bei wachsender Schlagweite abnimmt. Die Beobachtungen Paschen's wurden doch nicht zu grösseren Schlagweiten als 1 cm geführt. Um zu erfahren wie sich die Sachen verhielten, wenn die Annahme Paschen's, dass das Entladungspotential mit der Schlagweite in derselben Weise wie mit dem Drucke wächst, welche Annahme für die gemachten Beobachtungen ziemlich berechtigt scheint, auch für grössere Schlagweiten gilt, habe ich aus den Beobachtungen Paschen's für die höheren Drucke, einige Werthe für grössere Schlagweiten bei den niedrigeren Drucken (20, 40 und 80 mm) extrapolirt und auf Grund der erhaltenen Werthe für 1 und 4, sowie für 4 und 7 cm ein Mittelwerth der Potentialzunahme zwischen diesen Grenzen bei Vergrösserung der Schlagweite mit 1 cm berechnet und zu Volt reducirt. Die erhaltenen Werthe stehen in der dritten und vierten Columne der folgenden Tabelle.

Bei meinen Versuchen mit continuirlichem Strome zeigte sich der Widerstand bei dunkler Entladung (bei Druck über 10 mm für nicht zu grosse Stromstärken) oder, wenn ausgebildetes positives und negatives Licht auftrat, der Widerstand im dunklen Raume zwischen diesen kleiner, als der Widerstand im positiven Lichte. Ich habe dafür die Werthe der beiden Widerstände hier angeführt. Bei Druck über 20 mm trat das positive Licht nur bei so grosser Stromstärke hervor, dass die dabei auftretende Erhitzung der Luft, die Beobachtungen erschwerte. Die betreffenden Zahlen sind daher in Parenthese gesetzt. Der Luftwiderstand ist überall von dem bei den niedrigeren Drucken schon sehr grossen

Uebergangswiderstande an den Electroden wohl getrennt. Die angeführten Werthe sind in einer Entladungsröhre mit Aluminium-Electroden (Platten) erhalten. In einer anderen Röhre mit Platinspitsen, habe ich beinahe dieselben Werthe für den Luftwiderstand gefunden, obgleich der Uebergangswiderstand hier ganz andere Werthe hatte. Um die Resultate besser vergleichbar mit denen von Paschen zu machen, sind aus meinen Werthen bei 20,7; 40,7 und 80,9 mm Druck, solche für 20, 40 und 80 mm interpolirt.

Luftdruck in mm	Entladungspotential in Volt für eine 1 cm lange Luftsäule, berechnet aus den Beobachtungen von Paschen, für			Potentialdifferenz in Volt zwischen den Endsectionen einer 1 cm langen Luftsäule bei durchgehendem galvanischem Strome, nach Homén	
	0,1—0,6 cm	1—4 cm extrapolirt	4—7 cm extrapolirt	im dunklen Raume	im positiven Lichte
0,09	—	—	—	(4)	5
0,30	—	—	—	10	12
1,73	—	—	—	32	50
6,0	—	—	—	60	103
11,6	—	—	—	125	140
20,0	1734	1160	900	185	(185)
40,0	2874	2000	1600	280	(280)
80,0	4580	3500	—	380	(380)
200,0	10120	—	—	—	—
400,0	17500	—	—	—	—
750,0	30000	—	—	—	—

In den Fällen, für welche die obigen Zahlen gelten, ist also die zum Einleiten einer Entladung erforderliche Potentialdifferenz etwa 5 bis 12 Mal grösser, als die bei durchgehendem Strome auftretende constante Potentialdifferenz zwischen den Endsectionen der Luftsäule. Ehe ich weiter gehe, kann auch erwähnt werden, dass, wie im Anfange

dieser Abhandlung gesagt, bei meinen Versuchen mit continuirlichem Strome, besonders bei Druck über 10 mm, die Electroden, nachdem die Entladung einmal eingeleitet wurde, von einander bedeutend entfernt werden konnten, ohne dass der Stromübergang unterbrochen wurde. Genaue Bestimmungen hierüber wurden nicht gemacht, aber im Rohr mit Aluminium-Platten schien die Schlagweite nach der Entzündung der Entladung etwa 8 bis 12 Mal vergrössert werden zu können, ohne dass die Entladung erlosch. Zwischen den kleinen Platindrähten dagegen, fing bei den Drucken über 20 mm, die Electricität viel leichter an überzuspringen, als zwischen den Aluminium-Platten. (Während der Dauer des Stromes dagegen war der Uebergangswiderstand an den Platindrähten bei Druck über 20 mm dem Uebergangswiderstande an den Aluminium-Electroden ziemlich gleich, bei niedrigerem Druck viel grösser als diese.) Die Schlagweite dürfte bei den Platinelectroden, um eine erste Entladung zu haben, nur zu etwa einem Viertel der Maximalschlagweite für dieselbe Ladung vermindert werden. Diese Ungleichheiten für die verschiedenen Electroden beim Einleiten der Entladung, stehen also in Uebereinstimmung mit den Verhältnissen, welche für verschiedene Electroden bei den früher erwähnten Versuchen mit statischer Electricität von Baille, Paschen und Freiberg hervortreten und zeigen auch, dass die zum Einleiten einer Entladung erforderliche Potentialdifferenz zwischen den Electroden, von diesen sehr abhängig ist.

Schliesslich will ich zu dem Verhältniss zurückkehren, welches auch aus der vorhergehenden Tabelle hervorgeht, nämlich, dass der Zuwachs des Entladungspotentials mit der Schlagweite bei wachsender Schlagweite abnimmt. Freiberg[1]) hat bei vollem Luftdruck, Versuche für Schlagweiten von 0,1 bis 5 cm gemacht und Mascart[2]) hat solche Versuche bis zu 15 cm Schlagweite geführt. Wir wollen diese letzten Versuche hier beachten. Die Electroden bestanden aus

[1]) Freiberg, l. c.

[2]) Mascart, Traité d'électricité statique II p. 87; 1876.

Kugeln von 3 cm Durchmesser und die hohe Spannung wurde durch eine «Batterie en cascade» von 6 Leidenerflaschen erreicht. Das Entladungspotential zu Volt reducirt, war für folgende Schlagweiten:

für	0,1	cm	5490	Volts
»	1	»	48600	»
»	3	»	76800	»
»	6	»	101400	»
»	9	»	115800	»
»	12	»	124200	»
»	15	»	127800	»

Für 12 und 15 cm Schlagweite wächst also das Potential bei weiterer Vergrösserung der Schlagweite sehr wenig, nähert sich beinahe einer Constante. Bei niedrigerem Druck fängt dies Aufhören des Zuwachses wahrscheinlich erst bei viel grösserer Schlagweite an. In allen Fällen muss doch die bei durchgehendem continuirlichem Strome bestehende Potentialdifferenz zwischen den Electroden, wenn sie immer der Schlagweite proportional wächst, bei hinreichender Schlagweite dem Entladungspotential gleich und für noch grössere Schlagweiten grösser als dieselbe werden. Mit Hinsicht zu den früher erwähnten Versuchen, wo immer das Entladungspotential viel grösser als die Potentialdifferenz bei continuirlichem Strome war, scheint dies im ersten Augenblicke ziemlich paradoxal, und man muss sich die Frage stellen, ob wirklich der Widerstand einer Gassäule bei durchgehendem continuirlichem Strome auch für grössere Schlagweiten der Länge der Säule proportional zunimmt.

Bei meinen Versuchen mit continuirlichem Strome, wurde der Abstand zwischen den Electroden bei den Drucken unter 11,6 mm bis zu 16 cm, bei den Drucken 20,7; 40,7 und 80,9 mm zu resp. 13; 7 und 4 cm geführt. Der Potentialfall in der Säule war, wenn die Lichterscheinungen unverändert waren, immer der Länge der Säule proportional. Auch ist man gezwungen anzunehmen, dass diese Propor-

tionalität für grössere Distancen gilt, denn wenn der Strom continuirlich und ohne Schwankungen der Intensität durchgeht, muss wohl der Potentialfall in der homogenen Strombahn auf jeder Stelle derselbe, d. h. der ganze Potentialfall der Länge der Säule proportional sein. Dass nun für grössere Schlagweiten das Entladungspotential kleiner ist, als die Potentialdifferenz bei durchgehendem continurlichem Strome wahrscheinlich wäre, wenn ein solcher Strom hervorgebracht würde, findet wohl seine Erklärung darin, dass beim ersten Einleiten einer Entladung es vielleicht mehr nur die Widerstandsverhältnisse in der Nähe der Electroden, nicht der Widerstand der ganzen Entladungsbahn, von Bedeutung ist, dass also, auch bei anderen Electroden als Spitzen, wenn einmal die Entladung für Schlagweiten von gewisser Grösse eintritt, die electrische Spannung nicht viel vermehrt werden darf um Entladung hervorzubringen, wenn auch die Electroden weiter, fast unendlich von einander entfernt werden. Bei einem durch eine Gassäule continuirlich fortgehenden Strome dagegen kommt der Widerstand der ganzen Strombahn in Betracht, und die Potentialdifferenz der Endsectionen, obgleich für kleine Schlagweiten kleiner als das Entladungspotential, muss also für grosse Schlagweiten grösser und sehr gross werden.



Om framställning af kristalliseradt kadmiumkarbonat.

Af

Aug. af Schultén.

Om man till en lösning af ett kadmiumsalt blandar ett alkalikarbonat, utfälles kadmiumkarbonat såsom ett amorft pulver. Äfven vid användande af utspädda och heta lösningar erhålles kadmiumkarbonat endast såsom ett kristalliniskt pulver, men icke i mätbara kristaller. I tydliga kristaller af romboedrisk form har kadmiumkarbonat deremot framstälts af L. Bourgeois [1]) genom upphettning af amorft kadmiumkarbonat med amoniumkloridlösning i bombrör till 150—180°. Bourgeois anger att de romboedrar af kadmiumkarbonat, som sålunda framstälts, mycket likna de grundromboederar af kalkspat han erhållit på liknande sätt, men meddelar icke någon uppgift på polkantvinkelns storlek.

För framställning af kadmiumkarbonat i kristaller har jag begagnat mig af samma enkla metod, som jag användt för framställning af malakitkristaller [2]). Till en måttligt koncentrerad lösning af kadmiumklorid blandade jag amomiumkarbonat i öfverskott och tillsatte så mycket amoniak att det utfälda kadmiumkarbonatet fullständigt löste sig, hvarpå lösningen starkt utspäddes med vatten och upphettades i ett högt och smalt öppet dekanterglas på vattenbad oafbrutet under flera dygn. I den mån lösningens halt af amoniak aftog, utföll det lösta kadmiumkarbonatet och aflagrade sig

[1]) Comptes rendus, t. 103, p. 1088.
[2]) Comptes rendus, t. 110, p. 202.

på bottnen och väggarna af dekanterglaset i form af starkt glänsande kristaller.

Vid upphettning förlora dessa kristaller 25.49 % af sin vigt och öfvergå i svart kadmiumoxid med bibehållande af sin ursprungliga form. Beräknad enligt formeln $CdCO_3$ bör glödgningsförlusten utgöra 25.58 %.

Kadmiumkarbonatkristallerna äro genomskinliga, enkla romboedrar, hvilka, såvidt jag genom flere mätningar kunnat finna, synas vara af samma slag. De största af dessa kristaller äro 0.1—0.2 millimeter i längd. Då man undersöker en kristall, som ligger på en romboederyta, i parallelt polariseradt ljus mellan korsade nikoler finner man att dess utsläckningsriktningar sammanfalla med rombens diagonaler. Kristallernas förhållande i konvergent polariseradt ljus har icke kunnat konstateras, emedan alla isolerade kristaller i följd af sin form intaga ett sådant läge på objektivglaset, att de icke kunna betraktas i en riktning parallel med hufvudaxeln.

På isolerade, väl utbildade kristaller uppmättes under mikroskopet vinkeln i planet mellan två kanter och erhölls såsom medeltal af nio ganska väl öfverenstämmande mätningar 77° 30′. Af detta värde på den spetsiga vinkeln i planet erhålles genom beräkning polkantvinkeln = 79° 45′. Polkantvinkeln på den hos kalkspat ganska ofta förekommande romboedern — 2R är 78° 51′. Kadmiumkarbonat är sålunda isomorft med kalkspat och öfriga romboedriskt kristalliserande karbonater, men den hos alla dessa karbonater vanligaste formen grundromboedern förekommer icke hos kadmiumkarbonat, framställdt enligt den metod jag ofvan beskrifvit.



Bildas det svafvelsyra eller svafvelsyrlighet vid förbränning af svafvelhaltig lysgas?

Af

Uno Collan.

Som bekant innehåller den ur svafvelkishaltiga stenkol erhållna lysgasen ännu efter fullständig rening från svafvelväte alltid en viss mängd svafvel som förekommer under form af kolsvafla och icke närmare kända organiska kolföreningar, och som svårligen kan helt och hållet aflägsnas ur gasen. För bedömandet af svaflets skadlighet i lysgas kan det vara af betydelse att afgöra hvilka de oxidationsprodukter äro, som bildas af svaflet vid gasens förbränning, och hafva äfven försök i denna riktning blifvit gjorda. *A priori* måste man väl taga för gifvet att, frånräknadt möjliga sekundära reaktioner, hufvuddelen af svaflet skulle öfvergå till svafvelsyrlighet, då ju denna förening bildas vid förbränning af endast svafvel, och så mycket mera då borde uppstå om svafvel förbrinner jämte kol och väte.

Emellertid saknas icke i literaturen uppgifter om att svafvelsyra vore den produkt som vid förbränning af gas i öfvervägande mängd skulle bilda sig ur det däri ingående svaflet. Så uppger *W. C. Young* [1]) på grund af gjorda försök att vid förbränning af stenkolsgas endast spår af svafvelsyrlighet skulle bildas, medan däremot största delen af svaflet öfvergår till svafvelsyra. *O. Aschan* [2]) har gjort ett

[1]) Journ. f. Gasbeleuchtung u. Wasserversorgung, herausg. v. Schilling u. Bunte. 1877, s. 228.

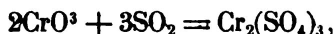
[2]) Tekn. Fören. i Finland förhandlingar. Helsingfors 1889, häft. 1, sid. 42.

försök att bestämma förhållandet mellan bildad svafvelsyrlighet och svafvelsyra, och fann att 73,6 % af totala svafvelmängden i lysgasen öfverfördes i svafvelsyra. *F. Fischer*[1]) säger om lysgasens undersökning på svafvel:

»— — — überdem ist praktisch wichtig auch nur der Gehalt des Leuchtgases an Gesammtschwefel, welcher beim Verbrennen desselben Schwefelsäure und nur zum geringen Theile Schwefligsäure gibt.»

Då såsom nämdt riktigheten af dessa uppgifter förefaller ganska osannolik och äfven de metoder som användts för att bestämma förhållandet mellan bildad svafvelsyrlighet och svafvelsyra tyckts mig långt ifrån tillfredsställande, har jag ansett det mödan värdt att anställa några försök i detta syfte. På grund af svafvelsyrlighetens stora föränderlighet har jag i främsta rummet riktat min uppmärksamhet på att finna ett sätt att direkte bestämma denna förening, äfven i närvaro af svafvelsyra, då man hittills nöjt sig med mer eller mindre indirekta metoder för dess bestämmande. Man har upptagit svafvelsyrligheten i alkaliska vätskor och förutsatt att någon vidare oxidation af det engång bildade sulfitet icke skulle ega rum, men såsom af mig utrönts genom försök, hvilka jag längre ned skall beskrifva, oxideras svafvelsyrligheten ytterst lätt af det oundgängliga öfverskott af luft, som jämte förbränningsgaserna passerar absorptionsvätskan, och måste således de sålunda erhållna SO_2-mängderna alltid vara för små.

Jag har för att bestämma svafvelsyrligheten användt en länge känd reaktion, nämligen den mellan svafvelsyrlighet och kromsyra, hvilka glatt öfvergå till kromsulfat. enl. ekvationen:



$$2CrO^3 + 3SO_2 = Cr_2(SO_4)_3,$$

och hvilken reaktion uppfyller alla de vilkor, som för förevarande fall kunna uppställas. För det första upptages SO_2

[1]) Handb. d. chem. Technologie v. P. A. Bolley, Bd I, 3:te Gr.: Die chem. Technologie der Brennstoffe, herausg. v. F. Fischer. 2:te Lief. 1887. S. 274.

och H_2SO_4 ögonblickligt och fullständigt af kromsyrelösningen. Vid den temperatur, som jag iakttagit vid mina försök, samt i den utspädning jag användt, reduceras kromsyran enbart icke af öfriga förbränningsgaser, eller ens af lysgas, såsom anstälda kontrollförsök utvisa. Vidare kan bestämningen af återstående kromsyra ske tillräckligt noggrant och med jämförelsevis stor lätthet. Då dessutom inga flyktiga reaktionsprodukter uppstå, torde icke några befogade anmärkningar kunna göras mot metodens allmänna användbarhet för bestämmandet af SO_2 i förbränningsgaser, luft o. dyl. Jag har likvisst nöjt mig med att anställa mina försök endast med särskild hänsyn till den af mig stälda frågan.

Hvad bestämningen af oreducerad kromsyra beträffar, har den af mig utförts sålunda, att en bestämd volym af lösningen satts till en afvägd mängd krist. järnamoniumsulfat, hvärpå öfverskottet af detta salt bestämts genom titrering med kaliumpermanganatlösning. Den lilla olägenhet vid sistnämnda titrering, som uppstår därigenom att kromsulfatets gröna färg täcker permanganatets röda, kan, åtminstone med de utspädda lösningar jag användt, icke förorsaka något nämnvärdt fel i bestämningarna.

Försöken utfördes med den af *Drehschmidt* för bestämning af totala S-mängden i lysgas konstruerade apparaten [1]). Apparaten uppstäldes på vanligt sätt, men uti absorptionscylindrarna användes en lösning af kromsyra, hvarje gång i de tre cylindrarna tillsammantaget jämnt 5 cm^3 af en normal kromsyrelösning ($CrO_3 = 2$ L), hvartill kom en lämplig mängd vatten (20—25 cm^3 i hvarje cylinder). Vid det första försöket funnos sålunda i hvardera af de två första cylindrarna 2 cm^3, i den tredje 1 cm^3 CrO_3-lösning. Vid de följande försöken funnos i den 1:sta cylindern 3 cm^3, i de två öfriga 1 cm^3 af samma lösning i hvarje [2]). Vid de tre första

---

[1]) se Chemikerzeitung 1887, n:o 89; apparaten finnes äfven beskrifven i: *W. Hempel*, Gasanalytische Methoden, 2:te Aufl. Braunschweig 1890, sid. 233.

[2]) I förbigående må nämnas att det är lätt att upptäcka redan en ytterst ringa reduktion af kromsyran genom den smutsiga färg lös-

försöken insattes i den vanliga brännaren en s. k. »Einloch brenner» och de på lampan befintliga lufthålen tilltäptes omsorgsfullt, så att en fullkomligt lysande låga erhölls. I det fjärde försöket användes den vanliga Bunsen-brännaren inställd så att lågan blef i möjligast högsta grad icke-lysande.

Vid hvarje försök förbrändes precis 50 L lysgas, afmätta med ett *Elsters* precisions-gasur, och inställdes gastillförseln så att förbränningen skedde inom 3 timmar. Efter hvarje förbrännings slut utsköljdes cylindrarna omsorgsfullt med vatten och hela vätskan utspäddes till 500 cm^3, hvaraf 400 cm^3 användes till utfällning af svafvelsyra, d. v. s. till bestämning af totala svafvelmängden, och 100 cm^3 reserverades till titrering af ännu återstående icke reducerad kromsyra. För utfällandet af svafvelsyran reducerades lösningen med klorvätesyra och alkohol, neutraliserades i det närmaste, hvarpå svafvelsyran utfäldes i värme med $BaCl_2$, samt det bildade bariumsulfatet affiltrerades sedan lösningen en längre tid upphettats nästan till kokning. Endast i det sista försöket utfäldes krom med amoniak ur den reducerade lösningen, hvarpå svafvelsyran bestämdes i filtratet.

För bestämning af vid förbränningen bildad SO_2 förfors sålunda att till en noggrant afvägd mängd järnamoniumsulfat (0.1 -- 0.2 gr.) sattes 10 cm^3 af den till 500 cm^3 utspädda lösningen af delvis reducerad kromsyra och ungefär 10 cm^3 svafvelsyra (1:5) hvarpå öfverskottet af ferrosalt titrerades med en härför afpassad lösning af kaliumpermanganat (c. 0.4 gr. på 1 L). Denna lösnings halt bestämdes hvarje gång genom upprepad titrering af järnamoniumsulfat, och likaså kontrollerades yttermera genom många försök med skilda ur den använda normalkromsyran beredda $^1/_{100}$-normala lösningar af kromsyra ($CrO_3 = 200$ L) den förras riktiga halt, liksom äfven titrermetodens pålitlighet. I medeltal erhölls sålunda den med 10 cm^3 af $^1/_{100}$-norm. krom-

---

ningen antar genom att delvis öfvergå i $Cr_2(SO_4)_3$, och att vid alla försök den tredje cylinderns innehåll hela tiden bibehöll sin klara gulröda färg.

syra ekvivalenta mängden järnamoniumsulfat = 0.0590 gr. (teor. 0.0588).

De ur försöken erhållna resultaten återfinnas i följande tabell:

Försök N:o	Gr. järn-amon.sul-fat motsv. red. CrO_3	Funnet $Ba\,SO_4$	Erhållen total S-mängd	Total S-mängd (Schultén)	Till SO_2 oxideradt svafvel	% S oxideradt till SO_2
I	0.0321	0.5133	0.0705	0.0729	0.0655	93
II	.0318	.5320	.0730	.0730	.0649	89
III	.0320	.4805	.0660	.0671	.0653	99
IV	.0370	.5906	.0811	.0779	.0755	93

Första kolumnen upptager försökens nummer. I andra kolumnen har jag åtnöjt mig med att upptaga medeltalet af de värden jag erhållit på den kvantitet järnamoniumsulfat som skulle motsvara af SO_2 reducerad kromsyra i hvarje 10 cm^3 af den till 500 cm^3 utspädda till absorption använda och sedan på sätt som ofvan beskrifvits titrerade CrO_3-lösningen. De angifna talen utgöra i hvarje fall medeltal erhållna ur 4—5 sins emellan väl öfverensstämmande bestämningar. Då man vet att till oxidation af 6 mol. järnamoniumsulfat åtgå $2CrO_3$, och åter kromsyrans reduktion med SO_2 försiggår efter ekv.: $2CrO_3 + 3SO_2 = Cr_2(SO_4)_3$, samt således äfven 6 $(FeSO_4 + Am_2SO_4 + 6H_2O)$ svara mot $3SO_2$ eller mot 3S, erhåller man ur de i kol. 2 angifna värden genom multiplikation med

$$\frac{\text{mol. v. af } 3S}{\text{mol. v. af } 6\,[FeAm_2(SO_4)_2 + 6\,H_2O]} = \frac{96}{2352},$$

och genom ytterligare multiplikation med 50, (emedan till hvarje titrering användts 10 cm^3 af $^1/_2$ L lösning) mängden svafvel som vid hvarje försök förbränts till SO_2, och hvilken finnes angifven i kol. 6.

Tredje och fjärde kolumnerna upptaga mängden af erhållet $BaSO_4$ ($^5/_4$ af den mängd som utfälts ur 400 cm^3 lös-

ning), resp. den därur beräknade totalmängden af i lysgasen befintligt svafvel. Vid samma tid då jag utförde mina försök gjordes af docenten, frih. *A. af Schultén* regelbundna bestämningar af svafvelhalten i vår lysgas, och stälde han godhetsfullt till mitt förfogande sin apparat. För att yttermera erhålla en kontroll på mina resultat anstälde jag mina försök hvarje gång omedelbart efter det han slutat sin förbränning, och har han satt mig i tillfälle att i kol. 5 anföra de af honom funna mängderna svafvel i 50 L lysgas, bestämda på vanligt sätt, och beräknade af mig direkt ur de af honom funna kvantiteter $BaSO_4$. Som synes är öfverensstämmelsen mellan de i kolumnerna 4 och 5 för samma dag angifna talen tillfyllesgörande. I kol. 7 upptagas slutligen de i procent af totala svafvelmängden beräknade mängderna af svafvel som vid förbränningen öfverförts i svafvelsyrlighet.

För att bevisa att kromsyra åtminstone vid den utspädning jag användt vid mina försök icke reduceras af lysgas, leddes lysgas direkt från ledningen genom en absorptionscylinder af *Muenckes* konstruktion, uti hvilken funnos 2 cm^3 kromsyrelösning ($CrO_3 = 2$ L) + 40 cm^3 vatten. För att ernå likformighet med mina förra försök hölls cylinderns innehåll uppvärmdt till 50°, och inleddes ungefär 100 L gas under 1 $^1/_2$ timmes tid. Vid efteråt skedd titrering af kromsyran på samma sätt som förut visade sig att ingen reduktion egt rum. För att yttermera bevisa att icke heller förbränningsgaserna från en svafvelfri låga inverkade på kromsyra anstäldes ett försök med *Drehschmidts* apparat fullfullkomligt lika som de föregående, men med den skilnad att förbränningscylindern var öppen och att ett spermacetiljus fritt brann under dess nedre öppning. Förbränningen varade 3 timmar, och kunde icke heller nu vid titreringen af kromsyran den ringaste reduktion af denna konstateras.

Hvad de försök beträffar, hvilka jag anstält för att utröna huruvida SO_2 i alkalisk lösning specielt lätt oxideras af luftens syre, hvilket var att förmoda, vill jag endast anföra två, som på det mest slående sätt bevisa riktigheten af

denna förmodan. Då jag velat ställa äfven dessa försök i närmaste öfverensstämmelse med de öfriga, har jag anstält dem sålunda att ungefär samma kvantitet SO_2 användts, som den hvilken erhållits vid förbränning af 50 L lysgas, och har äfven luftmängden beräknats närmelsevis lika med det öfverskott af luft som måste tillföras lågan i *Drehschmidts* apparat för att densamma skall vara fullkomligt icke-lysande och brinna stadigt. För försöken fyldes först en större byrett, försedd med dubbelborrad kork, i hvilken en kulformig tratt med kran och ett afledningsrör voro inpassade, med torr SO_2; afledningsröret var genom en med klämmare försedd gummislang förbunden med ett rör, som ledde in ungefär till midten af en torr 10 L flaska. Denna var sluten genom en treborrad kork, och i ett af de öfriga hålen var inpassadt ett rör, som ledde till bottnen af flaskan, medan genom den tredje öppningen ett rör ledde in endast i halsen af flaskan. Genom det förstnämnda af dessa rör inleddes luft, som passerat öfver med NaOH fuktad pimsten, och det sista röret ledde till tre absorptionsflaskor, hvilka å andra sidan voro förbundna med en sugpump.

Mellan absorptionsflaskorna och sugpumpen var ännu ett gasur insatt i ledningen, och kunde sålunda den gasvolym som passerade absorptionsflaskorna bestämmas. I hvarje absorptionscylinder funnos 20 cm^3 af en 5 % kaliumbikarbonatlösning [1]. Sedan sugpumpen satts i verksamhet, kunde man genom att medels den i byretten insatta tratten insläppa ett par cm^3 kvicksilfver och sedan på ett ögonblick öppna klämmaren mellan byretten och den stora flaskan, uti denna införa en liten mängd SO_2, som på grund af de vidtagna anordningarna snabt kunde likformigt blanda sig med luften, och sålunda äfven likformigt föras till absorptionscylindrarna, för att där upptagas. I de två försök som ut-

---

[1] Bikarbonat användes af mig, emedan äfven vid analys af lysgasens förbränningsprodukter med användande af alkali som absorptionsmedel, detta i alla händelser mycket snart måste blifva öfverfördt till bikarbonat.

fördes var den mängd luft som sögs genom absorptionscylindrarna under 1 $^1/_2$ timme 100 L, och tillsläptes ungefär 70 cm^3 SO_2. Den första cylindern hölls som vid öfriga försök vid 50°. Efter hvarje försöks slut utsköljdes cylindrarna, och vätskan utspäddes med utkokadt vatten till 500 cm^3. Af dessa användes åter 400 cm^3 till utfällning af svafvelsyra, sedan lösningen uppvärmts med något brom. De återstående 100 cm^3 användes till titrering af SO_2. Vid denna förfors analogt som vid föregående bestämningar. Till 12.5 cm^3 af den erhållna lösningen sattes 10 cm^3 af en kromsyrelösning ($Cr\,O_3 = 200$ L), 10 cm^3 svafvelsyra och yttermera en afvägd mängd järnamoniumsulfat, hvaraf öfverskottet sedan titrerades med permanganatlösning.

Som medeltal ur flere öfverensstämmande titreringar beräknades vid det första försöket mängden af järnamoniumsulfat som svarade mot icke reducerad kromsyra i de använda 10 cm^3, till endast 0.0032 gr., vid det andra 0.0042. De funna mängderna $BaSO_4$ i hela vätskan voro 0.5681, resp. 0.6563 gr. Uträknar man härur som ofvan mängden af vid försökets slut oxiderad SO_2 i absorptionsvätskan, finner man att i ena fallet 93.3 %, i det andra 92.5 % af svafvelsyrligheten oxiderats till svafvelsyra.

Ur sista kolumnen af den på sid. 5 anförda tabellen visar sig att jag i förbränningsgaserna från lysgaslågan kunnat uppvisa från 89 ända till 99 % af det i lysgasen ingående svaflet under form af svafvelsyrlighet, och bör det observeras att någon skilnad i resultaten icke förmärkes, vare sig lågan är lysande eller icke, hvilket äfven är i öfverensstämmelse med mina förutsättningar. De kolossala differenser, som förefinnas mellan de af mig erhållna resultaten och de, hvartill de i början af denna uppsats citerade författarene kommit, finna väl sin fulla förklaring ur de af mig till sist anförda försöken.

Det bör därför väl kunna anses bevisadt att icke svafvelsyra är hufvudprodukten vid förbränningen af det i lysgas ingående svaflet, utan att tvärtom *svaflet så godt som*

fullständigt öfverföres i svafvelsyrlighet. Att en ringa del dock öfvergår i svafvelsyra är jag öfvertygad om, men får detta väl tillskrifvas sekundära reaktioner, kanske den så ofta konstaterade bildningen af små mängder salpetersyra vid förbränningar i luft.



Om talens delbarhet.

Af

S. Levänen.

I elementära läroböcker i aritmetik gifves icke kriterier för talens delbarhet med andra primtal än 2, 3, 5 och på sin höjd med 11. Orsaken härtill är att sökas dels däri, att kriterierna för högre primtal äro jämförelsevis svåra att härleda och att behålla i minnet, dels och kanske förnämligast däri, att sådana kriterier äro merändels af intet praktiskt gagn, enär omedelbar division med försökstalet för till målet snabbare än kriteriet. Då emellertid sådana kriterier saknas t. o. m. i aritmetiker af högre rang, har hos mången matematiklärare den föreställningen fått insteg att sådana kriterier als icke finnas till [1]). För att skingra denna falska föreställning och, emedan saken, ur teoretisk synpunkt betraktad, icke saknar sitt intresse, hafva vi företagit oss att uppställa allmänna regler, enligt hvilka det är möjligt, att, utan att fullständigt utföra divisionen, kunna afgöra huruvida ett gifvet tal är jämt delbart med ett annat gifvet tal eleller icke.

I. Förberedande teori.

1. En till grunden gående teori för ofvannämda fråga stöder sig på en berömd talteoretisk sats af fransmannen *Fermat* († 1665). Vi skola här anföra beviset såväl för

[1]) Vi hafva varit i tillfälle att se en hos oss utkommen aritmetik, uti hvilken det uttryckligen påstås, att ingen regel för tals förkortning med 7 och högre tal finnes.

denna sats, som för en annan, hvilken utgör ett viktigt komplement till den förstnämnda.

Låt a och b vara två positiva och hela tal, hvilka icke hafva någon gemensam faktor (utom 1) eller äro s. k. relativa primtal. Divideras a med b, erhålles en rest, som är ett positift och helt tal, mindre än b (högst $= b - 1$) samt relatift primtal därmed. Antalet tal af denna beskaffenhet, 1 inbegripet, betecknas med symbolen $\varphi(b)$. Är talet b sammansatt af absoluta primtalsfaktorerna $p, q, r \cdots$, så att

(1) $$b = p^{\alpha} q^{\beta} r^{\gamma} \cdots\cdots$$

däri $\alpha, \beta, \gamma \cdots\cdots$ beteckna hela och positiva tal, gör det inga svårigheter att bevisa det

(2) $$\varphi(b) = b\left(1 - \frac{1}{p}\right)\left(1 - \frac{1}{q}\right)\left(1 - \frac{1}{r}\right)\cdots\cdot$$

Så är $\varphi(24) = 24\,(1 - \tfrac{1}{2})(1 - \tfrac{1}{3}) = 8$. I själfva värket äro 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, till antalet 8 och relativa primtal med 24 samt mindre än detta tal. Betecknar p ett absolut primtal, är

(3) $$\varphi(p) = p - 1.$$

Beteckna vi med

$$1, \alpha, \beta, \gamma \cdots\cdot b - 1$$

de $\varphi(b)$ stycken tal af senast antydd beskaffenhet och tänka oss följande divisioner utförda

(4) $$\begin{cases} a = h_1 b + r_1, \\ a\alpha = h_\alpha b + r_\alpha, \\ a\beta = h_\beta b + r_\beta, \\ a\gamma = h_\gamma b + r_\gamma, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a(b-1) = h_{b-1} b + r_{b-1}, \end{cases}$$

så kunna talen $r_1, r_\alpha, r_\beta, r_\gamma, \cdots r_{b-1}$ icke vara andra än just talen $1, \alpha, \beta, \gamma, \cdots b - 1$, ehuru icke nödvändigt i denna ord-

ning. Två rester r kunna nämligen icke vara lika med hvarandra, ty hade man t. ex.

$$r_a = r_\beta$$

och således

$$a\alpha = h_a b + r_a,$$
$$a\beta = h_\beta b + r_a,$$

följde däraf

$$a(\alpha - \beta) = (h_a - h_\beta) b$$

och således borde produkten $a(\alpha - \beta)$ våra jämt delbar med b, hvilket är omöjligt, emedan a och b äro relativa primtal samt $\alpha - \beta$ icke är delbart med b. Häraf inses således att samtliga rester $r_1, r_a, r_\beta, \cdots r_{b-1}$ måste vara sinsemellan olika och då de till antalet äro $\varphi(b)$ måste de i någon ordning vara identiska med talen $1, \alpha, \beta, \cdots b - 1$.

Multipliceras likheterna (4) ihop, erhålles

$$(5)\quad a^{\varphi(b)} \cdot 1 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdots (b - 1) = r_1 \cdot r_a \cdot r_\beta \cdot r_\gamma \cdots r_{b-1} + M(b),$$

då med symbolen $M(b)$ förstås ett tal, som är en *multipel* af b[1]. På grund af det ofvansagda angående talen $\alpha, \beta, \gamma \cdots$ och $r_1, r_a, r_\beta, \cdots$ är

$$1 \cdot \alpha \cdot \beta \cdots (b-1) = r_1 \cdot r_a \cdot r_\beta \cdots r_{b-1}$$

på grund hvaraf likheten (5) kan skrifvas

$$1 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdots (b - 1)(a^{\varphi(b)} - 1) = M(b).$$

Vänstra membrum i denna bör vara delbart med b. Produkten $1 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdots$ är tydligen icke delbar med b, eme-

---

[1]) $M(b)$ står i allmänhet i stället för aggregatet $\sum_a h_a b^a$, däri h_a och a beteckna variabla hela tal, af hvilka det senare dessutom alltid är positift och $\geqq 1$.

dan de båda talen icke hafva en enda faktor gemensam. Då måste den andra faktorn $a^{\varphi(b)} - 1$ vara delbar med b och vi få således likheten

$$(6) \qquad a^{\varphi(b)} - 1 = M(b)\ ^{1)},$$

hvilken just uttrycker *Fermats* s. k. allmänna teorem (äfven kalladt *Eulers teorem).* Är b ett absolut primtal $= p$, fås likheten

$$(7) \qquad a^{p-1} - 1 = M(p)\ ^{2)},$$

hvilken just uttrycker *Fermats* ursprungliga teorem.

Ex. $\qquad 10^6 - 1 = M(7).$

I själfva värket är $10^6 - 1 = 999999 = 27 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$.

2. Det händer ofta att exponenten $\varphi(b)$ i likheten (6) icke är den lägsta möjliga exponent, för hvilken sagda likhet kan äga bestånd. Så hafva vi $10^{36} - 1 = M(37)$, men vi hafva också $10^6 - 1 = M(37)$, såsom af det anförda exemplet synes. Men redan $10^3 - 1 = M(37)$. Den senaste exponenten utgör $\frac{1}{12}$ af den första. Det är i aritmetiska un-

---

[1]) En likhet, hvars ena membrum utgöres af en obestämd multipel af ett bekant tal, kallas i talteorin, såsom bekant, kongruens, hvars modul är det nämda bekanta talet. Enligt af *Gauss* införd algoritm skrifves denna likhet i form af kongruens antingen

$$a^{\varphi(b)} - 1 \equiv 0 \pmod{b}$$

eller

$$a^{\varphi(b)} \equiv 1 \pmod{b}.$$

Vi vilja likväl icke, för att förstås af alla, göra genomgående bruk af denna algoritm.

[2]) Likheten

$$a^p - a = M(p)$$

äger bestånd jämväl, om a innehåller p som faktor.

dersökningar, såsom just t. ex. i läran om talens delbarhet, af yttersta vikt att finna den lägsta exponent (utom o), för hvilken satsen (6) äger rum. Är t denna lägsta exponent, d. v. s. äger likheten

$$(8) \qquad a^t - 1 = M(b)$$

icke rum för något tal $< t$, säga vi att *talet t hör till talet a i afseende å talet b* [1]. Så hör 3 till talet 10 med afseende å 37.

Exponenten t finnes ofelbart på följande sätt. Man utför de successiva divisionerna.

$$(9) \qquad \begin{cases} a = h_1 b + r_1, \\ a r_1 = h_2 b + r_2, \\ a r_2 = h_3 b + r_3, \\ \quad\vdots \\ a r_{t-1} = h_t b + r_t, \\ \quad\vdots \\ a r_{\mu-1} = h_\mu b + r_\mu \end{cases}$$

och man måste slutligen komma till en rest $r_t = 1$, ty r_1, $r_2, \cdots r_\mu$ äro sinsemellan olika och μ är högst $= \varphi(b)$. Fortsättes därför divisionen tillräckligt länge, måste man komma till en rest, som förekommit redan förut. Resterna återkomma därefter periodiskt med samma antal rester i hvarje period. Låt därför

$$r_\mu = r_{\mu - t}$$

och således

$$a r_{\mu - t} = h_\mu \mathrm{b} + r_{\mu - t},$$

---

[1]) Denna definition får icke förvexlas med den i talteorin förekommande definitionen, att, om likheten $x^{\varphi(b)} - 1 = M(b)$ för ett visst värde af x icke satisfieras af någon lägre exponent än $\varphi(b)$, säges talet x höra till talet $\varphi(b)$ med afseende å talet b.

hvaraf i förening med likheten

$$a\, r_{\mu-t-1} = h_{\mu-t}\, b + r_{\mu-t}$$

följer likheten

$$a\left(r_{\mu-1} - r_{\mu-t-1}\right) = \left(h_{\mu} - h_{\mu-t}\right) b,$$

hvari vänstra membrum borde vara delbart med b, hvilket likväl är omöjligt med mindre än att nämnda likhet identiskt försvinner. Detta fordrar bland annat att

$$r_{\mu-1} = r_{\mu-t-1}.$$

Denna likhet fordrar i sin tur att

$$r_{\mu-2} = r_{\mu-t-2}$$

och denna åter att

$$r_{\mu-3} = r_{\mu-t-3}, \quad \text{o. s. v.,}$$

tils man kommer till

$$r_{t+1} = r_1$$

och således

$$a\, r_{t+1} = h_{t+1}\, b + r_1,$$

hvilken likhet i förening med

$$a = h_1\, b + r_1$$

fordrar att

$$r_t = 1, \text{ h. s. b.}$$ [1]

[1]) Det är klart, att en motsvarande periodicitet äger rum för h. Härigenom erhålles följande utveckling i rent periodiskt systembråk

$$\frac{a}{b} = \frac{h_1}{a} + \frac{h_2}{a^2} + \frac{h_3}{a^3} + \cdots + \frac{h_t}{a^t} + \frac{h_1}{a^{t+1}} + \frac{h_2}{a^{t+2}} + \cdots + \frac{h_t}{a^{2t}} + \frac{h_1}{a^{2t+1}} + \cdots$$

in infin.

Multipliceras nu de t första likheterna af (9) i hop, erhålles, med beaktande däraf att $r_t = 1$,

$$a^t \cdot r_1 r_2 \cdots r_{t-1} = r_1 r_2 \cdots r_{t-1} + M(b),$$

hvaraf följer att

(10) $$a^t - 1 = M(b).$$

Häraf ses nu att

$$t \leqq \varphi(b)$$

är den lägsta möjliga exponent, som satisfierar en likhet af formen (10) eller (6).

Om n är hvilket positift helt tal som hälst samt t är hvilken exponent som hälst $\leqq \varphi(b)$, som satisfierar likheten (10), är

$$10^{nt} - 1 = (10^t)^n - 1 = (10^t - 1) \times P$$

och således äfven

(11) $$10^{nt} - 1 = M(b).$$

Subtraheras (10) från (6), erhålles

$$a^{\varphi(b)} - a^t = a^t \left(a^{\varphi(b) - t} - 1\right) = M(b)$$

och således

$$a^{\varphi(b) - t} - 1 = M(b).$$

Denna likhet fordrar att $\varphi(b) - t$ är en multipel antingen af $\varphi(b)$ eller af t. Det förra antagandet kan tydligen icke komma i fråga, emedan alla multipler af $\varphi(b)$ kunna ersättas med $\varphi(b)$ självt. Återstår således det senare antagandet. Sätta vi därför

$$\varphi(b) - t = (m - 1)\, t,$$

blir

$$\varphi(b) = mt,$$

och

(12) $$t = \frac{\varphi(b)}{m},$$

d. v. s. *hvarje exponent, som satisfierar likheten (10), och således äfven det tal, som hör till a i hänseende till b, är antingen* $= \varphi(b)$ *eller en divisor därtill.*[1])

3. Det händer att man vid divisionerna (9) kommer till resten $b-1$ (eller, om man så vill, till resten -1), hvilket alltid inträffar tidigare än man kommer till resten 1. Antag att detta inträffar vid τ:te divisionen, d. v. s. att man får

$$\begin{aligned} a\, r_{\tau-1} &= h_\tau\, b + b - 1 \\ &= \left(h_\tau + 1\right) b - 1; \end{aligned}$$

då ger multiplikationen af de τ första likheterna (9)

$$a^\tau \cdot r_1\, r_2 \cdots r_{\tau-1} = r_1\, r_2 \cdots r_{\tau-1} + M(b),$$

hvaraf följer

---

[1]) Vi skola anföra ett annat, kanske fullständigare och strängare bevis för denna viktiga sats och bevisa för detta ändamål först följande teorem:

Om $a^m - 1 = M(b)$ *och* $a^n - 1 = M(b)$, *däri* m *och* n *äro olika stora, positiva och hela tal, så är äfven* $a^\omega - 1 = M(b)$, *då* ω *är största gemensamma divisorn till* m *och* n.

Ty $\frac{m}{\omega}$ och $\frac{n}{\omega}$ äro relativa primtal och följaktligen fins det $(m > n)$ två hela och positiva tal y och z, hvilka satisfiera den diofantiska likheten $\frac{m}{\omega}y - \frac{n}{\omega}z = 1$ eller $my - nz = \omega$ och som äfven $a^{my} - 1 = M(b)$ samt $a^{nz} - 1 = M(b)$, hvaraf följer att $a^{my} - a^{nz} = M(b)$ eller $a^{nz} \times \left(a^{my-nz} - 1\right) = M(b)$, följer häraf, emedan a^{nz} är relatift primtal med b, att $a^{my-nz} - 1 = M(b)$ eller $a^\omega - 1 = M(b)$, h. s. b.

Är nu t den lägsta exponenten i likheten $a^t - 1 = M(b)$ och vi därjämte beakta likheten $a^{\varphi(b)} - 1 = M(b)$, så inses att t måste vara divisor till $\varphi(b)$, ty i motsatt fall skulle vi hafva $a^\omega - 1 = M(b)$, däri ω är s. g. d. till t och $\varphi(b)$ och följaktligen en divisor till t och således vore icke t, såsom antaget var, den lägsta exponenten, som satisfierar likheter $a^t - 1 = M(b)$. Och härmed är den föresatta satsen bevisad med all stränghet.

(13) $$a^{\tau} + 1 = M(b).$$

Man har nu

$$\left(a^{\tau} + 1\right)\left(a^{\tau} - 1\right) = a^{2\tau} - 1 = M(b)$$

och således

$$2\tau = t$$

eller

(14) $$\tau = \frac{t}{2},$$

d. v. s. resten $b - 1$ eller -1 framträder efter halfva antalet divisioner, som erfordras för att få fram resten 1. Likheten (14) förutsätter att t är ett jämnt tal. Är t däremot ett udda tal, kommer resten $b - 1$ aldrig fram, huru långt divisionerna än må fortsättas. Den förra omständigheten förkortar divisionsarbetet med hälften[1]). *Talet t erhålles således sålunda, att divisionerna fortsättas enligt föreskriften (9) tils antingen resten $b - 1$ eller 1 först framkommer. Framkommer resten $b - 1$ först och detta inträffar efter τ divisioner, så är $t = 2\tau$, men kommer resten 1 först fram, så är $t =$ antalet af utförda divisioner.*

Ex. 1. $\frac{10}{481}$ ger till kvot 002079, utan afseende å decimalkommat, och till rest 1. Således är $10^6 - 1 = M(481)$.

Ex. 2. $\frac{10}{133}$ ger till kvot 007518796 och till rest 132. Alltså är $10^9 + 1 = M(133)$ och $10^{18} - 1 = M(133)$.

Slutligen anmärka vi att, om

$$a^{\tau} + 1 = M(b),$$

är äfven

(15) $$a^{\tau + 2n\tau} + 1 = M(b).$$

---

[1]) Längre fram (n:is 13—16) skola vi få se, på hvilket sätt detta arbete i vissa fall kan ytterligare reduceras.

4. Följande tabell upptager alla primtal (p) under 200 och ett antal därutöfver, jämte de till dem hörande talen t och τ, satisfierande likheterna $10^t - 1 = M(p)$ och $10^\tau + 1 = M(p)$.

p	t	$\tau = \frac{1}{2}t$	$\vartheta = \frac{1}{4}t$	c_0	p	t	$\tau = \frac{1}{2}t$	$\vartheta = \frac{1}{4}t$	c_0
3	1				*181*	180	90	45	— 19
7 & 13	6	3			*191*	95			
11	2	1			*193 & 769*	192	96	48	81 & 62
17	16	8	4	4	*197*	98	49		
19	18	9			*199*	99			
23	22	11			*211 & 241*	30	15		
29 & 281	28	14	7	— 12 & 53	*227*	113			
31	15				*239 & 4649*	7			
37	3				*251*	50	25		
41 & 271	5				*271*	5			
43	21				*277*	69			
47 & 139	46	23			*283*	141			
53 & 79	13				*307*	153			
59	58	29			*311*	155			
61	60	30	15	— 11	*349*	116	58	29	— 136
67	33				*401*	200	100	50	20
71	35				*449 & 641*	32	16	8	67 & 154
73 & 137	8	4	2	27 & — 37	*521*	52	26	13	235
83	41				*607 & 809*	202	101		
89	44	22	11	— 34	*751*	125			
97	96	48	24	— 22	*829*	276	138	69	246
101	4	2	1	10	*907*	151			
103	34	17			*929*	464	232	116	324
107	53				*967*	322	161		
109	108	54	27	33	*991*	495			
113	112	56	28	15	*997*	166	83		
127	42	21			*9091*	10	5		
131	130	65			*9901*	12	6	3	1000
149	148	74			*52579*	18	9		
151	75		37	— 44	*333667*	9			
157	78	39			*909091*	14	7		
163	81				*5882353*	16	8	4	10000
167	166	83			*322583871*	15			
173	43				*4347826087*	22	11		
179	178	89			*12271444349*	28	14	7	10000000

Anm. 1. t till ett sammansatt tal utgöres af *minsta gemensamma dividenden* till t för dess primfaktorer. Vidare är $10^{tp^{n-1}} - 1 = M(p^n)$.

Anm. 2. Det vore af intresse, att få denna tabell utsträkt till alla primtal under 1000. Detta skulle emellertid kräfva ett ansenligt arbete, hvilket likväl i betydlig mån, förkortas genom användandet af en tabell öfver talens *primitiva* rötter (*Serret, Handbuch der höher. Algebra*, II, p. 60) eller af *Legendres* reciprocitetslag (a. a. p. 87 ff).

Anm. 3. Många stora tal höra, såsom af tabellen synes, till jämförelsevis låga exponenter, då däremot mycket mindre tal hafva högre exponenter. Äfven detta visar huru nyckfulla talen äro i talteoretiskt hänseende, ehuru detta förhållande delvis förklaras därigenom att ett stort primtal, minskadt med 1, ofta sönderfaller i ett stort antal små faktorer.

II. Kriterierna för dekadiska tals delbarhet.

5. Dessa äro lätta att uppställa, såsnart man känner talet t, hvars betydelse och sättet för hvars finnande i det föregående blifvit framstäldt. Man har att åtskilja två fall alt eftersom t är ett udda eller jämt tal. Ett specielt exempel skall i hvartdera fallet vara tillräckligt, för att därur kunna afläsa den allmänna regeln.

1:o. Hvilka tal kunna jämt divideras med 37 och 27? Till hvartdera af dessa tal hör enligt tabellen samt anm. 1 samma tal $t = 3$. Antag att N är ett m siffrigt tal; det kan då skrifvas

$$N = \cdots a_{m-5} 10^5 + a_{m-4} 10^4 + a_{m-3} 10^3 + a_{m-2} 10^2 + \\ + a_{m-1} 10 + a_m$$

$$= \cdots a_{m-5} 10^2 (10^3 - 1) + a_{m-4} 10 (10^3 - 1) + \\ + a_{m-3}(10^3 - 1) + \cdots + \left(a_{m-5} 10^2 + a_{m-4} 10 + a_{m-3}\right) + \\ + \left(a_{m-2} 10^2 + a_{m-1} 10 + a_m\right).$$

Emedan nu

$$\left(10^{3n} - 1\right) = M(37 \cdot 27)$$

blir

$$\frac{N}{37 \cdot 27} = M(37 \cdot 27) + \cdots$$
$$+ \frac{\left(a_{m-5} 10^2 + a_{m-4} 10 + a_{m-3}\right) + \left(a_{m-2} 10^2 + a_{m-1} 10 + a_m\right)}{37 \cdot 27},$$

hvaraf synes att regeln blir den, att siffrorna i talet indelas, från höger till vänster, i klasser med 3 siffror i hvarje klass. Är då summan af de tresiffriga tal (klassen ytterst till vänster kan ha ett mindre antal siffror), som de särskilda klassriffrorna bilda, delbar med 37 eller 27, är själfva talet delbart med 37 eller 27. Man skall finna att siffrornas indelning i klasser jämväl kan ske från vänster till höger, men

skulle härvid den sista klassen icke få 3 siffror, ersättas de bristande siffrorna med nollor.

Ex. $N = 2014983$; |201 | 498 | 300|; $201 + 498 + 300 = 999 = 37 \cdot 27$

$\because \qquad 2014983 = M(37 \cdot 27) = 2017 \cdot 37 \cdot 27.$

2:o. Hvilka tal kunna jämt divideras med 7 och 13? Med afseende på dessa tal kan hvarje tal

$$N = \cdots a_{m-5}10^5 + a_{m-4}10^4 + a_{m-3}10^3 + a_{m-2}10^2 + \\ + a_{m-1}10 + a_m$$

skrifvas under formen

$$N = \cdots a_{m-5}10^2(10^3+1) + a_{m-4}10(10^3+1) + a_{m-3}(10^3+1) \cdots - \\ \left(a_{m-5}10^2 + a_{m-4}10 + a_{m-3}\right) + \left(a_{m-2}10^2 + a_{m-1}10 + a_m\right).$$

Emedan $10^{3+6k} + 1 = M(7 \cdot 13)$ och $10^{6n} - 1 = M(7 \cdot 13)$, k och n må vara hvilka positiva och hela tal som hälst, blir

$$\frac{N}{7 \cdot 13} = M(7 \cdot 13) + \cdots \\ \frac{-\left(a_{m-5}10^2 + a_{m-4}10 + a_{m-3}\right) + \left(a_{m-2}10^2 + a_{m-1}10 + a_m\right)}{7 \cdot 13}.$$

„Indelas därför siffrorna i talet, från vänster till höger eller tvärtom från höger till vänster, med 3 siffror i hvarje klass (vid indelning från vänster till höger kompletteras bristfällig sista klass med nollor), och om summan af 1:sta, 3:je, 5:te, o. s. v. klasstalen, minskad med summan af 2:dra, 4:de, 6:te o. s. v. klasstalen, är delbar med 7 eller 13, är talet självt delbart med beträffande tal.“

Ex. $N = 4436159$; |4|436|159|: $-159 - 4 + 436 = 273 = 3 \cdot 7 \cdot 13.$

$\because \qquad 4436159 = M(7 \cdot 13) = 48749 \cdot 7 \cdot 13$

Allmänt kriterium för talens delbarhet.

6. *Skall kriteriet för delbarheten af talet N med talet b, hvilket senare icke får innehålla 2 eller 5 såsom faktor, finnas, sökes det lägsta tal t, som satisfierar likheten* $10^t - 1 = M(b)$.

Är t ett **udda** *tal indelas siffrorna i N, från höger till vänster eller tvärtom från vänster till höger (i hvilket senare fall bristfällig klass ytterst till höger kompletteras med nollor) med t siffror i hvarje klass; om då summan af samtliga klasser, hvar och en fullständig klass betraktad såsom ett t-siffrigt tal och en ofullständig klass såsom ett tal med så många siffror, som klassen har sådana, är delbar med b, är N delbart med b.*

Är t ett **jämt** *tal, indelas på samma sätt som i föregående fall siffrorna i N i klasser, med $\frac{t}{2}(=\tau)$ siffror i i hvarje klass, af hvilka enhvar betraktas såsom ett tal med lika många siffror, som den har sådana. Är då summan af de udda klasstalen, minskad med summan af de jämna klasstalen, klassernas ordningsnummer räknad från höger till vänster eller tvärtom, delbar med b, är N delbart med b*

För de tal, som finnas upptagna i tabellen i n:o 4 afläses således kriteriet med ett ögonkast på tabellen. Hör till talet p i tabellen endast t, kommer första momentet af ofvanstående regel till användning, hör till p i tabellen jämväl τ, användes andra momentet af nämnda regel, ehuru det bör förstås att jämväl första momentet är användbart. Med förenämnda tabell för ögonen kan genast ses hvilka kriterier hafva praktiskt gagn och hvilka icke. Då t. ex. 97 erfordrar 24 siffror i klassen och så stora tal knappast någonsin förekomma, är regeln för delbarheten med 97 utan användning i detta hänseende. Det kan emellertid ges teoretiska undersökningar, däri regeln är af nytta.

7. Delbarheten med tal, hvilka innehålla 2 och 5 såsom faktorer fordrar en särskild regel. Är $b = 2^n \cdot 5^m$, är

ett tal N delbart med b, om det tal, som erhålles, när $n+m$ siffror afskäras från höger till vänster från N, är delbart med b. Innehålles jämväl andra faktorer än 2 och 5, finnes vilkoret för delbarheten enligt föregående metod för det tal, som återstår sedan N blifvit befriadt från faktorerna 2 och 5 [1]).

8. Ofvanstående kriterier gälla nu för dekadiska tal, men då våra grundläggande teorem äro fullkomligt allmänna eller gälla, om basen för numerationssystemet är hvilket helt tal som hälst, måste den uppstälda tabellen liksom kriterierna gälla för alla systemtal, blott de för dekadiska tal gällande taluppgifterna förvandlas till vederbörande numerationssystem.

9. Föregående kriterier grunda sig på likheten $a^x - 1 = M(b)$ $\left(\text{eller kongruensen } a^x \equiv 1 \pmod{b}\right)$, däri a är basen för numerationssystemet samt b det tal, för hvilket kriteriet skall uppställas. Dessa kriterier kunna generaliseras därigenom, att man utgår från likheten.

$$(16) \qquad a^x - c = M(b)$$

$\left(\text{eller kongruensen } a^x \equiv c \pmod{b}\right)$, däri c, i likhet med a, är relatift primtal med b och mindre än detta tal [2]). Vi

---

[1]) I sammanhang härmed vilja vi erinra därom, att, om

$$b = 2^n \cdot 5^m \cdot b',$$

fås utvecklingen i decimalbråk enligt följande likhet

$$\frac{N}{2^n \cdot 5^m \cdot b'} = \frac{x}{2^n} + \frac{y}{5^m} + \frac{N'}{b'},$$

då x, y och N' bestämmas enligt teorin för diofantiska ekvationers lösning, ty $\frac{N'}{b'}$ är ett irreduktibelt bråk. Utvecklingen blir således orent periodisk.

[2]) Vore $c > b$ och således $= hb + c'$, kan c ersättas af c', som är $< b$.

skola först lösa likheten (16).[1]) Genom att, i likhet med förfarandet i n:o 2, utföra divisionerna

$$\begin{aligned} a &= h_1 b + r_1, \\ a r_1 &= h_2 b + r_2, \\ &\vdots \\ a r_{\lambda-1} &= h_\lambda b + r_\lambda \end{aligned}$$

kommer man slutligen till en rest $r_\lambda = c$, i fall likheten (16), med det antagna värdet på c, är lösbar. Kommer man däremot icke till en rest med detta värde, förrän periodiciteten för resterna vidtager, bevisar detta att likheten för i fråga varande värde på c är omöjlig. Ar a s. k. primitiv rot till primtalet b, d. v. s. att talet $\varphi(b) = b - 1$ hör till a med af seende på b eller att i likheten $a^{\varphi(b)} - 1 = M(b)\ \varphi(b)$ är den lägsta exponent, för hvilken denna likhet äger rum, kommer man altid till resten c, så framt detta tal uppfyller de ofvan faststälda betingelserna. Har resten c sålunda framkommit efter λ divisioner, har man

$$a^\lambda - c = M(b) \tag{17}$$

och λ är tillika det lägsta tal, som satisfierar denna likhet.

Exx. $\frac{10}{7}$ ger:

rest (c)	*ant. divis. (λ)*
3	1
2	2
6	3
4	4
5	5
1	6

---

[1]) Angående den fullständiga teorin för likheter (kongruenser) af formen (16) måste vi hänvisa till läroböcker i talteorin (t. ex. *Чебышевъ, Теорія Сравненій, С. П-бургъ, 1879, Глав. V*, hvilken fins öfversatt äfven till tyska af *Schapira*, med titel: *Die Theorie der Congruenzen*, Berlin, 1889).

$\frac{10}{17}$	„	10	1
		15	2
		14	3
		4	4
		6	5
		9	6
		5	7
		16	8
		7	9
		2	10
		3	11
		13	12
		11	13
		8	14
		12	15
		1	16
$\frac{10}{37}$	„	10	1
		26	2
		1	3

Enligt denna tabell är t ex. $10^2 - 2 = M(7)$, $10^4 - 4 = M(17)$, $10^2 - 26 = M(37)$, o. s. v., hvilken tabell därjämte innehåller alla de minsta tal, som satisfiera de till dem hörande likheterna.

10. Det genom det beskrifna förfarandet erhållna värdet på λ är, såsom redan blifvit sagdt, det lägsta tal, som satisfierar likheten (16). Vi skola nu söka ett allmänt uttryck för de tal, som kunna sättas i stället för λ. Är t, liksom i vår föregående undersökning, n:o 2, den lägsta exponent, som satisfierar likheten

$$a^t - 1 = M(b)$$

och således äfven

$$a^{nt} - 1 = M(b),$$

då n betecknar hvilket positift och helt tal som hälst, erhålles genom multiplikation af likheterna

$$\begin{cases} a^{\lambda} = c + M(b), \\ a^{nt} = 1 + M(b) \end{cases}$$

likheten

$$a^{\lambda + nt} = c + M(b)$$

eller

(18) $$a^{\lambda + nt} - c = M(b)$$

och $\lambda + nt$ är det sökta allmänna uttrycket för tal, hvilka satisfiera likheten (16). I den händelse att t är ett jämt tal $(= 2\tau)$, är

$$a^{(2n+1)\frac{t}{2}} + 1 = M(b),$$

hvilken likhet, i förening med likheten (2), ger

(19) $$a^{\lambda + \frac{1}{2}t + nt} + c = M(b).$$

Med tillhjälp af likheterna (18) och (19) kunna vi nu, om vi ersätta a med 10, utföra den föresatta generalisationen af delbarhetskriterierna. För detta ändamål är det åter, liksom vid de förut framstälda kriterierna, tillräckligt, att visa metoden på några exempel, för att sedan kunna afläsa den allmänna regeln.

Vi taga såsom första exempel talet 7 samt likheten $10^2 - 2 = M(7)$. Hvarje dekadiskt tal kan då, i förkortad form, skrifvas sålunda

$$N = \left(\cdots a_{m-2}\, a_{m-1}\right)\overline{(10^2 - 2)} + 2\left(\cdots a_{m-2}\, a_{m-1}\right) + \\ + \left(a_m\, a_{m+1}\right)$$

och, som $10^2 - 2$ är delbart med 7, måste, för att N skall vara delbart med 7, talet $2\left(\cdots a_{m-2}\, a_{m-1}\right) + \left(a_m\, a_{m-1}\right)$ vara delbart med 7, hvaraf följer att, om ett tal är delbart med 7, måste det tal, som bildas af dess två sista siffror,

ökadt med 2 gånger det tal, som bildas af talets öfriga siffror, vara delbart med 7.

Ex. $7 \cdot 9132 = 639\ 24 |; 24 + 2 \cdot 639 =$
$= 1302 = 7 \cdot 186.$

Utgår man från likheten $10^3 - 6 = M(7)$, kan talet N skrifvas så:

$$N = \left(\cdots a_{m-3}\, a_{m-2}\right)(10^3 - 6) + 6\left(\cdots a_{m-3}\, a_{m-2}\right) + \\ + \left(a_{m-1}\, a_m\, a_{m+1}\right),$$

hvaraf synes att, om N skall vara delbart med 7, måste det tal, som bildas af talets 3 sista siffror, ökadt med 6 gånger det tal, som bildas af de öfriga siffrorna, vara delbart med 7. På samma sätt tolkas de öfriga likheter, hvartill tabellen för $\frac{10}{7}$, sid. 15, ger upphof. — Hålla vi oss fortfarande till talet 7, men taga likheten $10^{2+6n} - 2 = M(b)$ till utgångspunkt, kunna vi skrifva

$$N = \cdots(10^{14} - 2) + \left(a_{m-12} \cdots a_{m-7}\right)(10^8 - 2) + \\ + \left(a_{m-6} \cdots a_{m-1}\right)(10^2 - 2) + 2\left(\cdots\left(a_{m-12} \cdots a_{m-7}\right) + \\ + \left(a_{m-6} \cdots a_{m-1}\right)\right) + \left(a_m\, a_{m-1}\right)$$

och, som nu binomen $\cdots 10^{14} - 2, 10^8 - 2, 10^2 - 2$ äro delbara med 7, är N delbart med 7, om talet

$$2\left(\cdots\left(a_{m-12} \cdots a_{m-7}\right) + \left(a_{m-6} \cdots a_{m-1}\right)\right) + \left(a_m\, a_{m+1}\right),$$

d. v. s. talet af de två sista siffrorna, ökadt med 2 gånger summan af de sexsiffriga tal, som erhållas, då de öfriga siffrorna i talet indelas i klasser med sex siffror i hvarje klass (indelningen i klasser antages ske från höger till vänster, hvarvid yttersta klassen till vänster kan bli defekt), är delbart med 7.

Ex. $7 \cdot 9012304567 = | 630 | 861319 | 69 |;$
$69 + 2(861319 + 630) = 1723967 = 7 \cdot 246281.$

Emedan, utom likheten $10^{2+6n}-2=M(7)$, enl. (19) jämväl $10^{5+6n}+2=M(7)$, kan hvarje tal, med hänsyn till dessa båda likheter, skrifvas på följande sätt:

$$\begin{aligned}N=\cdots(a_{m-12}\,a_{m-11}\,a_{m-10})(10^{11}+2)+\\+(a_{m-9}\,a_{m-8}\,a_{m-7})(10^{8}-2)+(a_{m-6}\,a_{m-5}\,a_{m-4})(10^{5}+2)+\\+(a_{m-3}\,a_{m-2}\,a_{m-1})(10^{2}-2)+(a_m\,a_{m+1})+\\+2\Big(\cdots-(a_{m-12}\,a_{m-11}\,a_{m-10})+(a_{m-9}\,a_{m-8}\,a_{m-7})-\\(a_{m-6}\,a_{m-5}\,a_{m-4})+(a_{m-3}\,a_{m-2}\,a_{m-1})\Big)+(a_m\,a_{m+1})\end{aligned}$$

och följaktligen, emedan binomen $\cdots 10^{11}+2,\ 10^{8}-2,\ 10^{5}+2,\ 10^{2}-2$ äro delbara med 7, är N delbart därmed, i fall det tal är det, som erhålles, när till de två sista siffrorna adderas 2 gånger det tal, som uppkommer, då de öfriga siffrorna indelas, från höger till vänster, i 3-siffriga klasser (hvarvid, såsom redan förut blifvit anmärkt, sista klassen till vänster kan blifva defekt) och summan af de udda klasstalen minskas med summan af de jämna klasstalen.

Ex. $7\cdot 9012304567=|\,630\,|\,861\,|\,319\,|\,69\,|;\ 69+$
$+2\,(319-861+630)=245=7\cdot 35.$

För talet 17 hafva vi t. ex. likheterna $10^{4+16n}-4=M(17)$, $10^{12+16n}+4=M(17)$, ur hvilka vilkoret för tals delbarhet med 17 kan afläsas. Vi skola slutligen anföra ett exempel för talet 37. Vi hafva $10^{2+3n}-26=M(37)$.

Ex. $37\cdot 7834=|\,2\,|\,898\,|\,58\,|;\ 58+26\,(898+2)==23458=37\cdot 634.$ För talen 41 & 271 gäller likheten $10^{5n}-1=M(41\ \&\ 271)$. Ex. $41\cdot 271\cdot 109=|\,12\,|\,11099\,|;$ $11099+12=11111=41\cdot 271.$

Efter dessa exempel torde teorin vara så klar, att läsaren kan med oss uppställa följande kriterium för talens delbarhet.

11. *Äro N och b två dekadiska tal, af hvilka det senare icke innehåller 2 eller 5 såsom faktor, och man har löst likheten $10^{\lambda + nt} - c = M(b)$, däri c är något bland de tal, som äro $< b$ och relativa primtal därmed, samt λ är den lägsta exponenten i likheten $10^{\lambda} - c = M(b)$ liksom ock t är den lägsta exponenten i likheten $10^{t} - 1 = M(b)$ och man afskär från N de λ sista siffrorna till ett λ-siffrigt tal, det „afskurna talet", samt anser de återstående siffrorna i N, som må bestå af μ siffror, antingen bilda ett enda $(\mu - \lambda)$-siffrigt tal, det „återstående talet", eller indelar desamma, från höger till vänster, i klasser med t siffror i hvarje klass, hvarigenom erhållas ett visst antal t-siffriga tal, „klasstal" (hvarvid sista klasstalet kan blifva defekt); om det då inträffar att det* **afskurna talet,** *ökadt med c gånger det* **återstående talet** *eller och med c gånger summan af alla* **klasstal,** *är delbart med b, är N delbart med samma tal*

Är t ett jämt tal, kan man, om man så vill, indela det återstående talet, likaledes från höger till vänster, i $\frac{1}{2}$ t siffriga klasstal och bör då, liksom förut, det afskurna talet, ökadt med c gånger det tal, som uppkommer, när summan af de udda (1:sta, 3:dje, o. s. v.) klasstalen minskas med summan af de jämna (2:dra, 4:de, o. s. v.) klasstalen, vara delbart med b, för att N skall vara delbart därmed. [1])

Det inses att indelningen i klasser kan ske, förrän man afskurit det λ-siffriga talet, men bör den då ske från vänster till höger, hvarvid bristfällig klass kompletteras med nollor

---

[1]) Skrifvas likheterna (18) och (19) så: $a^{\lambda + n't + nt} - c = M(b)$, $a^{\lambda + n't + \frac{1}{2}t + nt} + c = M(b)$, däri n' betecknar hvilket som hälst af talen $0, 1, 2, \cdots \frac{b-1}{t} - 1$ samt n, liksom förut, ett fullkomligt fritt, helt tal, kan det afskurna talet, i stället för endast λ siffror, hafva äfven $\lambda + t, \lambda + 2t, \cdots \lambda + \left(\frac{b-1}{t} - 1\right) t$ siffror, utan att de ofvan för λ siffror gifna kriterierna i öfrigt lida någon modifikation. Till denna anmärkning föranledes man af den omständigheten, att för b såsom primtal det fullständigaste uttrycket för x i likheter $a^{x} - c = M(b)$ är $x = \lambda + nt + M(b-1)$, där $n = 0\ 1, 2, \cdots \frac{b-1}{t} - 1$.

och det „afskurna talet" blir $=0$. Bli siffror öfriga, hvilka hänföras till det sistnämnda talet, böra jämväl dessa vid behof kompletteras med nollor.

Exx. $7 \cdot 9012304567 = 63086131969$; | 630861 | 319690 |;
$630861 + 319690 = 7 \cdot 135797$.
$7 \cdot 621924351 = 4353470457$. | 435 | 347 | 045 | 70 |;
$2(435 + 045 - 347) + 70 = 336 = 7 \cdot 48$.

Att de kriterier för talens delbarhet, som blifvit uppstälda i n:o 6, utgöra ett specielt fall af de senast gifna reglerna, inses, om man i likheterna (18) och (19) sätter $\lambda = 0$, hvaremot svarar $c = 1$ och hvarigenom likheterna (11) och (13), som gälla för kriterierna i fråga. reproduceras.

12. Vidare inses att hvarje kriterium, användt på ett tal N, som icke är delbart med b, ger samma rest, som erhålles, då N divideras med b. Detta gäller jämväl de kriterier, som vi ytterligare skola utveckla.

13. Det minsta antal siffror i klassen, som vid föregående indelningar i klasser af siffrorna i ett tal förekommit, var $\frac{1}{2}$ t. Vi skola nu visa, under hvilka omständigheter detta antal kan ytterligare reduceras.

Antag att t är ett dubbelt-jämt tal, d. v. s. att

(20) $$t = 2\tau = 4\vartheta,$$

samt att

(21) $$a^{\vartheta} - c_0 = M(b),$$

däri c_0 således betecknar den rest, som erhålles, då $a^{\vartheta} = a^{\frac{1}{4}t}$ divideras med b [1]). Nu är

$$a^{2\vartheta} + 1 = M(b),$$

hvilken likhet i förening med (21) ger

$$a^{3\vartheta} + c_0 = M(b),$$

och då vidare

$$a^{4\vartheta} - 1 = M(b),$$

kunna följande allmänna likheter uppställas:

[1]) Det förstås att denna division kan ersättas af ϑ stycken successiva divisioner af samma art, som de i (9), n:o 2, skematiserade äro.

$$
(22)\quad \begin{cases} a^{4n\vartheta} \quad - 1 = M(b), \\ a^{(4n+1)\vartheta} - c_0 = M(b), \\ a^{(4n+2)\vartheta} + 1 = M(b), \\ a^{(4n+3)\vartheta} + c_0 = M(b), \\ \qquad c_0^2 + 1 = M(b),^{1)} \end{cases}
$$

däri $n = o, 1, 2, \cdots$

Ur dessa likheter afläses nu lätt, om a ersättes af 10, följande delbarhets kriterium:

Är 4 ϑ det lägsta tal, som satisfierar likheten $10^x - 1 = M(b)$ samt c_0 är den rest, som fås, då 10^ϑ divideras med b, och siffrorna i det dekadiska talet N indelas, från höger till vänster, i ϑ-siffriga klasser och det då inträffar att algebraiska summan af de tal, hvilka erhållas när de udda klasserna (klasstalen) multipliceras omvexlande med + 1 och — 1 samt de jämna klasserna omvexlande med $+ c_0$ och — c_0, är delbar med b, så är äfven N delbart med detta tal.

I tabellen i n:o 4 finnas ϑ och c_0 angifna för de i densamma upptagna tal, för hvilka detta kriterium är användbart. c_0 är angifvet såsom absolut minsta rest eller $\leq \frac{p-1}{2}$.

Exx. „Ett tal, divideradt med 7, 11 och 13, ger samma rest, som erhålles, när af talets 3-siffriga klasser, räknade

[1]) Denna likhet, som är en följd af likheterna

$$
\begin{cases} a^{\vartheta} - c_0 = M(b), \\ a^{3\vartheta} + c_0 = M(b), \\ a^{4\vartheta} - 1 = M(b), \end{cases}
$$

eller ock erhålles genom kvadrering af den förstnämda, kan således lösas, i afseende på c_0 såsom obekant, med tillhjälp af de i denna uppsats utvecklade teorierna. Vi anmärka att, såsnart man vid divisionerna (9) kommit till en rest r_ϑ, som satisfierar likheten $r^2_\vartheta + 1 = M(b)$, kan man afbryta dem, emedan $t = 4\vartheta$ och $c_0 = r_\vartheta$. (Jfr. noten till n:o 3).

fr. h. t. v., summan af de udda klasserna, minskad med summan af de jämna klasserna, divideras med beträffande tal". „Ett tal är delbart med 17, om algebraiska summan af de tal är det, hvilka erhållas, då de udda 4-siffriga klasserna multipliceras turvis med + 1 och — 1 samt de jämna 4-siffrida klasserna med + 4 och — 4". Ett tal är delbart 73 och 137, alt eftersom algebraiska summan af de tal är det, hvilka erhållas, när de udda 2-siffriga klasserna multipliceras omvexlande med + 1 och — 1 samt de jämna 2-siffriga klasserna med + 27 och — 27 resp. med — 37 och + 37.

$$29 \cdot 10234568 = |29|6802472|; \; 6802472 - 12 \cdot 29 = \\ = 802024 = 29 \cdot 27656.$$

$$137 \cdot 203415 = |27|86|78|55|; \; 55 - 86 - {}^{37}(78 - 27) = \\ = -1918 = 137 \cdot -14.$$

$$101 \cdot 49378 = |4|9|8|7|1|7|8|; \; 8 - 1 + 8 - 4 + \\ + 10(7 - 7 + 9) = 101.$$

$$9901 \cdot 332 = |3|287|132|; \; 132 - 3 + 1000 \cdot 287 = \\ = 287129 = 9901 \cdot 29.$$

Är $t = 8\,\vartheta$, kunna intervallerna emellan likheterna (22) halfveras, hvarigenom erhålles följande system af likheter

$$(23) \quad \begin{cases} a^{8n\vartheta} - 1 = M(b), \\ a^{(8n+1)\vartheta} - c_1 = M(b), \\ a^{(8n+2)\vartheta} - c_2 = M(b), \\ a^{(8n+3)\vartheta} - c_3 = M(b), \\ a^{(8n+4)\vartheta} + 1 = M(b), \\ a^{(8n+5)\vartheta} + c_1 = M(b), \\ a^{(8n+6)\vartheta} + c_2 = M(b), \\ a^{(8n+7)\vartheta} + c_3 = M(b), \end{cases}$$

jämte ett antal likheter emellan c_1, c_2, c_3, hvilka äro lätta att uppställa, såsom t. ex. $c_1^2 - c_2 = M(b)$, $c_1 c_2 - c_3 = M(b)$, $c_1 c_3 + 1 = M(b)$. På detta sätt kan det fortsättas, om i allmänhet $t = 2^n\,\vartheta$ och kriterierna äro lätta att kläda i ord

15. Siffrornas antal i klassen kan i allmänhet reduceras, om $\tau = \frac{1}{2} t$ är ett sammansatt tal. Vi skola först belysa detta påstående med ett exempel. För talet 19 hafva vi likheterna

$$\begin{aligned}
10^0 - 1 &= M(19),\\
10^3 + 7 &= M(19),\\
10^6 + 8 &= M(19),\\
10^9 + 1 &= M(19),\\
10^{12} - 7 &= M(19),\\
10^{15} - 8 &= M(19),\\
10^{18} - 1 &= M(19),\\
10^{21} + 7 &= M(19),\\
10^{24} + 8 &= M(19),\\
&\vdots
\end{aligned}$$

från hvilka afläses att ett tal är delbart med 19, om algebraiska summan af de tal är det, hvilka erhållas, då de tresiffriga klasserna, räknade från höger till vänster, uti hvilka siffrorna i talet blifvit indelade, multipliceras i ordning med $1, -7, -8 - 1, +7, +8, +1, -7$, o. s. v.

Är i allmänhet $\tau = \frac{1}{2} t = \mu \vartheta$, har man med afseende på ett med a relatift primtal b de allmänna likheterna

$$(24) \qquad \begin{cases} a^{(2n\mu + k)\vartheta} - c_k = M(b), \\ a^{((2n+1)\mu + k)\vartheta} + c_k = M(b), \end{cases}$$

däri $n = 0, 1, 2, \cdots$ samt $k = 0, 1, 2, \cdots \mu - 1$ och $c_0 = 1$[1]). Det är nästan öfverflödigt påminna därom, att c_k bestämmes genom dylika successiva divisioner af a med b, som blifvit beskrifna i n:o 2. Öfversatta till regel lyda likheterna (24) sålunda:

---

[1]) Dessutom gäller likheten

$$c_1 c_2 \cdots c_{\mu - 1} \pm 1 = M(b),$$

alt eftersom $\frac{\mu - 1}{2}$ är udda eller jämt tal.

Är $\mu\vartheta$ det lägsta tal, som satisfierar likheten $10^x + 1 = M(b)$, samt $c_1, c_2, \cdots c_{\mu-1}$ äro de rester, som erhållas, då $10^\vartheta, 10^{2\vartheta}, \cdots 10^{(\mu-1)\vartheta}$ divideras med b, och siffrorna i ett dekadiskt tal N indelas, från höger till vänster, i klasser med ϑ siffror i klassen och det inträffar att algebraiska summan af de tal, hvilka erhållas, då klasserna i ordning multipliceras med $1, c_1, c_2, \cdots c_{\mu-1}, -1, -c_1, \cdots -c_{\mu-1}, 1, c_1, \cdots c_{\mu-1}, -1, \cdots$, är delbar med b, så är N självt delbart med b.

Ex. $10^n : 133$,

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
rest	1	10	— 33	— 64	25	— 16	— 27	— 4	— 40	— 1

Härur afläses följande kriterium:

Ett tal är delbart med 133 ($= 7 \cdot 19$), om algebraiska summan af de tal är det, som erhållas, när af talets 3-siffriga klasser, räknade fr. h. t. v., den 1:sta, 4:de, 7:de,$\cdots$ multipliceras omvexlande med $+1$ och -1, den 2:dra, 5:te, 8:de,$\cdots$ med -64 och $+64$ samt den 3:dje, 6:te, 9:de,$\cdots$ med -27 och $+27$.

16. Är t däremot ett *udda* tal och $= \mu\vartheta$, har man den enda allmänna likheten

$$a^{(n\mu+k)\vartheta} - c_k = M(b), \quad (25)$$ [1]

däri $n = 0, 1, 2, \cdots$ och $k = 0, 1, 2, \cdots \mu - 1$ samt $c_0 = 1$, och regeln blir *densamma, som den närmast föregående, blott med den skilnaden, att multiplikatorn c_k icke alternerar till sitt tecken, utan bibehåller detta oförändradt.* Så är t. ex. ett

[1]) Af likheter, som binda c_k med hvarandra, anföra vi:

$$c_1^k - c_k = M(b),$$

$$\begin{cases} c_k c_{k'} - 1 = M(b), \\ k + k' = \mu. \end{cases}$$

tal delbart med 31, om dess tresiffriga klasser, multiplicerade i ordning och periodiskt med 1, 8, 2, — 15, 4, gifva till summa ett med 31 delbart tal, eller, om dess femsiffriga klasser, multiplicerade i ordning och periodiskt med 1, — 6, 5, gifva till summa ett tal, som är divisibelt med 31.

Exx. $31 \cdot 8074315 = |\,250\,|\,303\,|\,765\,| = |\,2503\,|\,03765\,|$; $765 + 8 \cdot 303 + 2 \cdot 250 = 3689 = 31 \cdot 119$; $03765 - 6 \cdot 2503 =$
$$= -11253 = 31 \cdot -363.$$

$10^n : 51,$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
rest	1	10	— 2	— 20	4	— 11	— 8	22	16	7	19	— 14	13	— 23	25	— 5	1

Härur afläses:

Ett tal är delbart med 51 ($= 3 \cdot 17$), om algebraiska summan åf de tal är det, som erhållas, när talets 8-siffriga klasser, räknade fr. h. t. v., multipliceras i ordning och periodiskt med 1 och 16, eller dess 4-siffriga klasser med 1, 4, 16 och 13, eller dess 2-siffriga klasser med 1, — 2, 4, — 8 16, 19, 13 och 25.

17. Återstår att uppställa det delbarhetskriterium, som i visst hänseende är det mest praktiska. Detta kriterium består däruti, att hvarje siffra i dividenden N multipliceras med sin särskilda multiplikator, som bestämmes af divisorn b. Man kan äfven säga att siffrorna i N indelas i *en*-siffriga klasser. Multiplikatorerna utgöras af de t stycken rester hvilka erhållas genom de successiva divisionerna

$$(26)\qquad \begin{cases} 10^0 = o \cdot b + 1, \\ 10 = h_1 b + r_1, \\ 10\, r_1 = h_2 b + r_2, \\ \quad \vdots \\ 10\, r_{t-2} = h_{t-1} b + r_{t-1}, \\ 10\, r_{t-1} = h_t b + 1, \end{cases}$$

och hvilka rester äfven definieras genom likheten

$$(27) \quad 10^k - r_k = M(b) \left(= h_k\, b\right), k = 0, 1, 2, \cdots t-1$$

och $r_0 = 1$. Det är brukligt att taga resterna såsom de absolut minsta eller emellan gränserna $-\frac{b-1}{2}$ och $+\frac{b-1}{2}$. Kriteriet blir då följande:

Divisionerna (26) fortsättas tils man kommer till resten $+1$. *Resterna tagas emellan gränserna* $-\frac{b-1}{2}$ *och* $+\frac{b-1}{2}$. *Är då algebraiska summan af de tal, hvilka erhållas, när siffrorna i N multipliseras, från höger till vänster, i ordning och periodiskt med* $1, r_1, r_2, \cdots r_{t-1}$, [1]) *delbar med b, är N själft delbart med detta tal.*

Exx. Multiplikatorerna för 7 äro: 1, 3, 2, —1, —3, —2;
„ „ 19 „ : 1, —9, 5, —7, 6, 3, —8, —4, —2, —1, 9, —5, 7, —6, —3, 8, 4, 2;
„ „ 21 „ : 1, 10, —5, —8, 4, —2;
„ „ 37 „ : 1, 10, —11.

Det praktiska momentet i detta kriterium består däri, att det kan användas på hvarje tal, bestående således äfven af ett ringa antal siffror och på hvilka de föregående kriterierna i allmänhet äro oanvändbara. Men kriteriet erfordrar i stället ett stort antal multiplikatorer, hvilkas uträknande är tidsödande och hvilka svårligen kunna tabuleras. Vi hafva likväl försökt oss härpå, i det vi till denna uppsats bifogat en tabell (rättare tabeller), upptagande minsta resten, som erhålles genom division af potenserna af 10 med ett antal tal. Dessa divisioner utförde vi i och för konstruktionen af tabellen i n:o 4 och ansågo det lämpligt att taga vara uppå samtliga resterna samt tabulera dem, emedan, såsom en hvar, som är något bevandrad i talteorin, vet, en sådan tabell är

---

[1]) Af dessa multiplikatorer äro, i den händelse att t är jämt tal, två och två hvarandra motsatta.

mycket nyttig vid talteoretiska undersökningar, såsom t. ex. vid lösandet af kongruenser [1]).

Ehuru det praktiska utbytet af föreliggande undersökning, hvilken vi nu skola afsluta, är ganska måttligt, kan densamma icke frånkännas teoretiskt intresse, emedan därigenom blifvit ådagalagdt, hvarpå omöjligheten att uppställa praktiskt brukbara kriterier för talens delbarhet, grundar sig. Denna omöjlighet ligger i talens eget väsende eller i deras egenskap af systemtal, d. v. s. att de äro uttrykta i form af polynom af fallande eller stigande digniteter af talet 10, som tillåter den enda upplösningen i faktorer af $2 \cdot 5$ och endast genom upphöjning till höga digniteter kan frambringa tal, hvilka, dividerade med måttligt stora tal, gifva till rest ett gifvet tal. Systemtal erbjuda i afseende på upplösning i faktorer samma svårigheter, som algebraiska polynom, hvilkas ypplösning i faktorer erfordrar, såsom bekant, lösandet af likheter af hvilken grad som hälst. För praktiska ändamål har man därför redan tidigt (sedan *Eratosthenes* tider, 200 f. K.) upprättat s. k. faktorstabeller, hvari ett så stort antal tal som möjligt jämte deras enkla faktorer äro sammanstälda. De största hithörande värk torde vara: ***Cribrum arithmeticum,*** · · · ***confecit Ladisl. Chernac,*** *Daventriae 1811,* hvilken innehåller alla prim- och sammansatta tal (utom de med 2, 3 och 5 delbara) ända till 1,020,000 jämte alla deras primfaktorer samt ***Burckhard, Table des Diviseurs pour tous les nombres depuis 1 à 3036000,*** *Paris, 1817.* I dessa senare tabeller förekommer äfven en tabell, som upptager lägsta exponenten i likheten $10^x - 1 = M(p)$ för alla primtal ända till 2543 och ett mindre antal sådana tal därutöfver. (Jmfr. *anm.* 2 till tabellen i n:o 4). [2])

Då denna uppsats torde, såsom vi hoppas, läsas med intresse af matematiklärare på högre undervisningsstadier

---

[1]). *Mag. Alfr. Heinrichs* har varit oss behjälplig vid uträknandet af denna tabell.

[2]) I sammanhang härmed vilja vi fästa läsarens uppmärksamhet på ett utomordentligt nyttigt tabellvärk: *Dr. A. L. Crelle's* ***Rechen-***

och ämnet manar till bildande af instruktiva räkneexempel, vilja vi här nedskrifva några sådana.

Exx. 1 & 2. Likheterna $10^x - x = M(29)$ och $10^x - \frac{x}{4} = M(47)$ skola lösas med hela tal.

Exx. 3 & 4. Kunna likheterna $10^x - x = M(71)$ och $10^x - 30 = M(71)$ lösas med hela tal?

Ex. 5. Angif alla lösningar i hela tal till likheten $x^2 + 1 = M(61)$!

Ex. 6. Likaså till likheten $x^2 + 1 = M(829)$!

Ex. 7. Det ges 15 st. hela tal, hvilkas produkt P satisfierar likheten $P + 1 = M(97)$.

Ex. 8. Kriterier för talens delbarhet med talet 1891 skola uppställas.

Ex. 9. Kan föregående teori gifva en lösning till likheten $x^2 - 1 = M(b)$?

Ex. 10. När ger den samma upphof till en likhet af formen $c_1 c_2 c_3 \cdots - 1 = M(b)$ och när af formen $c_1 c_2 c_3 \cdots + 1 = M(b)$?

Exx. 11 & 12 & 13. Hvilka äro kriterierna för delbarheten af N med 97, om N indelas i 12- eller 6-siffriga eller slutligen i 3-siffriga klasser?

Ex. 14. $10^t - 1 = M(3^n)$,

n	1	2	3	4	5	6	$\cdots k$
t	1	1	3	9	27	81	$\cdots k-2$

. Att med tillhjälp af denna tabell uppställa kriteriet för talens delbarhet med en potens af 3.

Ex. 15. Enligt hvilken regel erhålles τ (n:ris 3 & 4) för sammansatta tal, uttryckt i τ för dess primfaktorer?

---

tafeln, welche alles Multipliciren und dividiren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei grösserem Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen, von ***Dr. C. Bremiker****, Berlin 1864.* Denna tabell ersätter fullkomligt en räknemaskin, hvilken icke ger produkter, öfverstigande 1000,000.

TABELL *öfver de minsta resterna (m. r.) vid division af n:te potensen af 10 med alla, med 2 och 5 icke delbara tal (b) under 200 samt ett antal primtal därutöfver, enl. likheten* $10^n = M(b) + m.r.$, *däri* $|m.r.| \leq \frac{b-1}{2}$.

b

3

n	0	1
m. r.	1	1

;

7

n	0	1	2	3
m. r.	1	3	2	−1

;

9 (3²)

n	0	1
m. r.	1	1

;

11

n	0	1
m. r.	1	−1

;

13

n	0	1	2	3
m. r.	1	−3	−4	−1

;

17

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
m. r.	1	−7	−2	−3	4	6	−8	5	−1

;

19

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m. r.	1	−9	5	−7	6	3	−8	−4	−2	−1

;

21 (3.7)

n	0	1	2	3	4	5	6
m. r.	1	10	−5	−8	4	−2	1

;

23

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m. r.	1	10	8	11	−5	−4	6	−9	2	−3	−7	−1

;

27 (3³)

n	0	1	2	3
m. r.	1	10	−8	1

;

29

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
m. r.	1	10	13	14	−5	8	−7	−12	−4	−11	6	2	−9	−3	−1

;

31

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
m. r.	1	10	7	8	−13	−6	2	−11	14	−15	5	−12	4	9	−3	1

;

33 (3.11)

n	0	1	2
m. r.	1	10	1

;

37

n	0	1	2	3
m. r.	1	10	−11	1

;

39 (3.13)

n	0	1	2	3	4	5	6
m. r.	1	10	−17	−14	16	4	1

;

41

n	0	1	2	3	4	5
m. r.	1	10	18	16	−4	1

;

43

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
m. r.	1	10	14	11	−19	−18	−8	6	17	−2	−20	15	21	−5	−7	16	−12	9	4	−3	13	1

;

47

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
m. r.	1	10	6	13	−11	−16	−19	−2	−20	−12	21	22	−15	−9	4	−7	−23	5	3	−17	18	−8	14	−1

;

49 (7^2)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
m. r.	1	10	2	20	4	−9	8	−18	16	13	−17	−23	15	3	−19	6	11	12	22	24	−5	−1

;

51 (3.17)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
m. r.	1	10	−2	−20	4	−11	−8	22	16	7	19	−14	13	−23	25	−5	1

;

53

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
m. r.	1	10	−6	−7	−17	−11	−4	13	24	−25	15	−9	16	1

;

57 (3.19)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
m. r.	1	10	−14	−26	25	22	−8	−23	−2	−20	28	−5	7	13	16	−11	4	−17	1

;

59

n	0	1	2	3	4	5	6	7	
m. r.	1	10	—18	—3	29	—5	9	—28	
	8	9	10	11	12	13	14	15	
	15	—27	25	14	22	—16	17	—7	
	16	17	18	19	20	21	22	23	
	—11	8	21	—26	—24	—4	19	13	
	24	25	26	27	28	29			
	12	2	20	23	—6	—1			;

61

n	0	1	2	3	4	5	6	7	
m. r.	1	10	—22	24	—4	21	27	26	
	8	9	10	11	12	13	14	15	
	16	—23	14	18	—3	—30	5	—11	
	16	17	18	19	20	21	22	23	
	12	—2	—20	—17	13	8	19	7	
	24	25	26	27	28	29	30		
	9	29	—15	—28	25	6	—1		;

63 ($3^2.7$)

n	0	1	2	3	4	5	6	
m. r.	1	10	—26	—8	—17	19	1	;

67

n	0	1	2	3	4	5	6	7	
m. r.	1	10	33	—5	17	—31	25	—18	
	8	9	10	11	12	13	14	15	
	21	9	23	29	22	19	—11	24	
	16	17	18	19	20	21	22	23	
	—28	—12	14	6	—7	—3	—30	—32	
	24	25	26	27	28	29	30	31	
	15	16	26	—8	—13	4	—27	—2	
	32	33							
	—20	1	;						

69 (3.23)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	
m. r.	1	10	31	34	—5	19	—17	—32	
	8	9	10	11	12	13	14	15	
	25	—26	16	22	13	—8	—11	28	
	16	17	18	19	20	21	22		
	4	—29	—14	—2	—20	7	1		;

71

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	29	6	—11	32	—35	5
	8	9	10	11	12	13	14	15
	—21	3	30	16	18	—33	25	—34

16	17	18	19	20	21	22	23
15	8	9	19	— 23	— 17	— 28	4
24	25	26	27	28	29	30	31
— 31	— 26	24	27	— 14	2	20	— 13
32	33	34	35				
12	— 22	— 7	1 ;				

73									
	n	0	1	2	3	4			
	m. r.	1	10	27	— 22	— 1 ;			

77 (7.11)									
	n	0	1	2	3				
	m. r.	1	10	23	— 1 ;				

79									
	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	21	— 27	— 33	— 14	18	22
		8	9	10	11	12	13		
		— 17	— 12	38	— 15	8	1 ;		

81 (3^4)									
	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	19	28	37	— 35	— 26	— 17
		8	9						
		— 8	1 ;						

83									
	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	17	4	40	— 15	16	— 6
		8	9	10	11	12	13	14	15
		23	— 19	— 24	9	7	— 13	36	28
		16	17	18	19	20	21	22	23
		31	— 22	29	41	— 5	33	— 2	— 20
		24	25	26	27	28	29	30	31
		— 34	— 8	3	30	— 32	12	37	38
		32	33	34	35	36	37	38	39
		— 35	— 18	— 14	26	11	27	21	— 39
		40	41						
		25	1 ;						

87 (3.29)									
	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	13	43	— 5	37	22	— 41
		8	9	10	11	12	13	14	15
		25	— 11	— 23	31	— 38	— 32	28	19
		16	17	18	19	20	21	22	23
		16	— 14	34	— 8	7	— 17	4	40
		24	25	26	27	28			
		— 35	— 2	— 20	— 26	1 ;			

89	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	11	21	32	—36	—4	—40
		8	9	10	11	12	13	14	15
		—44	5	—39	—34	16	—18	—2	—20
		16	17	18	19	20	21	22	;
		—22	—42	25	—17	8	—9	—1	

91 (7.13)	n	0	1	2	3	;
	m. r.	1	10	9	—1	

93 (3.31)	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	7	—23	—44	25	—29	—11
		8	9	10	11	12	13	14	15 ;
		—17	16	—26	19	4	40	28	1

97	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	3	30	9	—7	27	—21
		8	9	10	11	12	13	14	15
		—16	34	—48	5	—47	15	—44	45
		16	17	18	19	20	21	22	23
		—35	38	—8	17	—24	—46	25	—41
		24	25	26	27	28	29	30	31
		—22	—26	31	19	—4	—40	—12	—23
		32	33	34	35	36	37	38	39
		—36	28	—11	—13	—33	—39	—2	—20
		40	41	42	43	44	45	46	47
		—6	37	—18	14	43	42	32	29
		48 ;							
		—1							

99 (3².11)	n	0	1	2	;
	m. r.	1	10	1	

101	n	0	1	2	;
	m. r.	1	10	—1	

103	n	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	—3	—30	9	—13	—27	39
		8	9	10	11	12	13	14	15
		—22	—14	—37	42	8	—23	—24	—34
		16	17 ;						
		—31	—1						

107

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−7	37	49	−45	−22	−6
	8	9	10	11	12	13	14	15
	47	42	−8	27	−51	25	36	39
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−38	48	52	−15	−43	−2	−20	14
	24	25	26	27	28	29	30	31
	33	9	−17	44	12	13	23	16
	32	33	34	35	36	37	38	39
	53	−5	−50	35	29	−31	11	3
	40	41	42	43	44	45	46	47
	30	−21	4	40	−28	41	−18	34
	48	49	50	51	52	53	;	
	19	−24	−26	−46	−32	1		

109

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−9	19	−28	47	34	13
	8	9	10	11	12	13	14	15
	21	−8	29	−37	−43	6	−49	−54
	16	17	18	19	20	21	22	23
	5	50	−45	−14	−31	17	−48	−44
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−4	−40	36	33	3	30	−27	−52
	32	33	34	35	36	37	38	39
	25	32	−7	39	−46	−24	−22	−2
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−20	18	−38	−53	15	41	−26	−42
	48	49	50	51	52	53	54	;
	16	51	−35	−23	−12	−11	−1	

111 3.37)

n	0	1	2	3	;
m. r.	1	10	−11	1	

113

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−13	−17	56	−5	−50	−48
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−28	−54	25	24	14	27	44	−12
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−7	43	−22	6	−53	35	11	−3
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−30	39	51	−55	15	37	31	−29
	32	33	34	35	36	37	38	39
	49	38	41	−42	32	−19	36	21

40	41	42	43	44	45	46	47
−16	−47	−18	46	8	−33	9	−23
48	49	50	51	52	53	54	55
−4	−40	52	−45	2	20	−26	−34
56 ;							
−1							

117 (3².13)

n	0	1	2	3	4	5	6 ;
m. r.	1	10	−17	−53	55	−35	1

119 (7.17)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−19	48	4	40	43	−46
	8	9	10	11	12	13	14	15
	16	41	53	54	−55	45	−26	−22
	16	17	18	19	20	21	22	23
	18	−58	15	31	−47	6	−59	5
	24	25	26	27	28	29	30	31
	50	24	2	20	−38	−23	8	−39
	32	33	34	35	36	37	38	39
	−33	27	32	−37	−13	−11	9	−29
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−52	−44	36	3	30	−57	25	12
	48 ;							
	1							

121 (11²)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−21	32	−43	54	56	−45
	8	9	10	11 ;				
	34	−23	12	−1				

123 (3.41)

n	0	1	2	3	4	5 ;
m. r.	1	10	−23	16	37	1

127

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−27	−16	−33	51	2	20
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−54	−32	61	−25	4	40	19	63
	16	17	18	19	20	21 ;		
	−5	−50	8	−47	38	−1		

129 (3.43)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−29	−32	−62	25	−8	49
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−26	−2	−20	58	64	−5	−50	16
	16	17	18	19	20	21 ;		
	31	52	4	40	13	1		

131

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−31	−48	44	47	−54	−16
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−29	−28	−18	−49	34	−53	−6	−60
	16	17	18	19	20	21	22	23
	55	26	−2	−20	62	−35	43	37
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−23	32	58	56	36	−33	63	−25
	32	33	34	35	36	37	38	39
	12	−11	21	−52	4	40	7	−61
	40	41	42	43	44	45	46	47
	45	57	46	−64	15	19	59	−65
	48	49	50	51	52	53	54	55
	5	50	−24	22	−42	−27	−8	51
	56	57	58	59	60	61	62	63
	−14	−9	41	17	39	−3	−30	−38
	64	65						
	13	−1;						

133 (7.19)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−33	−64	25	−16	−27	−4
	8	9						
	−40	−1;						

137

n	0	1	2	3	4
m. r.	1	10	−37	41	−1;

139

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−39	27	−8	59	34	62
	8	9	10	11	12	13	14	15
	64	−55	6	60	44	23	−48	−63
	16	17	18	19	20	21	22	23
	65	−45	−33	−52	36	−57	−14	−1;

141

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−41	13	−11	31	28	−2
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−20	−59	−26	22	−62	−56	4	40
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−23	52	−44	−17	−29	−8	61	46
	24	25	26	27	28	29	30	31
	37	−53	34	58	16	19	49	67

32	33	34	35	36	37	38	39
−35	−68	25	−32	−38	43	7	70
40	41	42	43	44	45	46	;
−5	−50	64	−65	55	−14	1	

143 (11.13)

n	0	1	2	3	;
m. r.	1	10	−43	−1	

147 (3.7²)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−47	−29	4	40	−41	31
	8	9	10	11	12	13	14	15
	16	13	−17	−23	64	52	−68	55
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−38	61	22	73	−5	−50	−59	−2
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−20	−53	58	−8	67	−65	−62	−32
	32	33	34	35	36	37	38	39
	−26	34	46	19	43	−11	37	−71
	40	41	42	;				
	25	−44	1					

149

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−49	−43	17	21	61	14
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−9	59	−6	−60	−4	−40	47	23
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−68	65	54	−56	36	62	24	−58
	24	25	26	27	28	29	30	31
	16	11	−39	57	−26	38	−67	−74
	32	33	34	35	36	37	38	39
	5	50	53	−66	−64	−44	7	70
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−45	−3	−30	−2	−20	−51	−63	−34
	48	49	50	51	52	53	54	55
	−42	27	−28	18	31	12	−29	8
	56	57	58	59	60	61	62	63
	−69	55	−46	−13	19	41	−37	−72
	64	65	66	67	68	69	70	71
	25	−48	−33	−32	−22	−71	35	52
	72	73	74	;				
	73	−15	−1					

151

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—51	—57	34	38	—73	25
n	8	9	10	11	12	13	14	15
m. r.	—52	—67	—66	—56	44	—13	21	59
n	16	17	18	19	20	21	22	23
m. r.	—14	11	—41	43	—23	72	—35	—48
n	24	25	26	27	28	29	30	31
m. r.	—27	32	18	29	—12	31	8	—71
n	32	33	34	35	36	37	38	39
m. r.	45	—3	—30	2	20	49	37	68
n	40	41	42	43	44	45	46	47
m. r.	—75	5	50	47	17	19	39	—63
n	48	49	50	51	52	53	54	55
m. r.	—26	42	—33	—28	22	69	—65	—46
n	56	57	58	59	60	61	62	63
m. r.	—7	—70	55	—54	64	36	58	—24
n	64	65	66	67	68	69	70	71
m. r.	62	16	9	—61	—6	—60	4	40
n	72	73	74	75	;			
m. r.	—53	74	—15	1				

153 (3².17)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—53	—71	55	—62	—8	73
n	8	9	10	11	12	13	14	15
m. r.	—35	—44	19	37	64	28	—26	46
n	16	;						
m. r.	1							

157

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—57	58	—48	—9	67	42
n	8	9	10	11	12	13	14	15
m. r.	—51	—39	—76	25	—64	—12	37	56
n	16	17	18	19	20	21	22	23
m. r.	—68	—52	—49	—19	—33	—16	—3	—30
n	24	25	26	27	28	29	30	31
m. r.	14	—17	—13	27	—44	31	—4	—40
n	32	33	34	35	36	37	38	39
m. r.	71	—75	35	36	46	—11	47	—1 ;

159 (3.53)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—59	46	—17	—11	49	13
n	8	9	10	11	12	13	;	
m. r.	—29	28	—38	—62	16	1		

161 (7.23)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−61	34	18	19	29	−32
	8	9	10	11	12	13	14	15
	2	20	39	68	36	38	58	−64
	16	17	18	19	20	21	22	23
	4	40	78	−25	72	76	−45	33
	24	25	26	27	28	29	30	31
	8	80	−5	−50	−17	−9	71	66
	32	33	;					
	16	−1						

163

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−63	22	57	81	−5	−50
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−11	53	41	−79	25	−76	55	61
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−42	69	38	54	51	21	47	−19
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−27	56	71	58	−72	−68	−28	46
	32	33	34	35	36	37	38	39
	−29	36	34	14	−23	−67	−18	−17
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−7	−70	−48	9	−73	−78	35	24
	48	49	50	51	52	53	54	55
	77	−45	39	64	−12	43	−59	62
	56	57	58	59	60	61	62	63
	−32	6	60	−52	−31	16	−3	−30
	64	65	66	67	68	69	70	71
	26	−66	−8	−80	15	−13	33	4
	72	73	74	75	76	77	78	79
	40	74	−75	65	−2	−20	−37	−44
	80	81	;					
	49	1						

167

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−67	−2	−20	−33	4	40
	8	9	10	11	12	13	14	15
	66	−8	−80	35	16	−7	−70	−32
	16	17	18	19	20	21	22	23
	14	−27	64	−28	54	39	56	59
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−78	55	49	−11	57	69	22	53

	32	33	34	35	36	37	38	39
	29	−44	61	−58	−79	45	−51	−9
	40	41	42	43	44	45	46	47
	77	−65	18	13	−37	−36	−26	74
	48	49	50	51	52	53	54	55
	72	52	19	23	63	−38	−46	41
	56	57	58	59	60	61	62	63
	76	−75	−82	15	−17	−3	−30	34
	64	65	66	67	68	69	70	71
	6	60	−68	−12	47	−31	24	73
	72	73	74	75	76	77	78	79
	62	−48	21	43	−71	−42	81	−25
	80	81	82	83				
	−83	5	50	−1 ;				

169 (13²)								
n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−69	−14	29	−48	27	−68
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−4	−40	−62	56	53	23	61	−66
	16	17	18	19	20	21	22	23
	16	−9	79	−55	−43	77	−75	−74
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−64	36	22	51	3	30	−38	−42
	32	33	34	35	36	37	38	39
	−82	25	81	−35	−12	49	−17	−1 :

171 (3².19)								
n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−71	−26	82	−45	−8	−80
	8	9	10	11	12	13	14	15
	55	37	28	−62	64	−44	73	46
	16	17	18					
	−53	−17	1 ;					

173								
n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−73	−38	−34	6	60	81
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−55	−31	36	14	−33	16	−13	43
	16	17	18	19	20	21	22	23
	84	−25	−77	−78	85	−15	23	57
	24	25	26	27	28	29	30	31
	51	−9	83	−35	−4	−40	−54	−21

32	33	34	35	36	37	38	39
−37	−24	−67	22	47	−49	29	−56
40	41	42	43				
−41	−64	52	1 ;				

177 (3.59)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−77	−62	88	−5	−50	31
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−44	−86	25	73	22	43	76	52
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−11	67	−38	−26	−83	55	19	13
	24	25	26	27	28	29	30	31
	−47	61	79	82	−65	58	49	−41
	32	33	34	35	36	37	38	39
	−56	−29	64	−68	28	−74	−32	34
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−14	37	16	−17	7	70	−8	−80
	48	49	50	51	52	53	54	55
	85	−35	4	40	46	−71	−2	−20
	56	57	58					
	−23	−53	1 ;					

179

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	−79	−74	−24	−61	−73	−14
	8	9	10	11	12	13	14	15
	39	32	−38	−22	−41	−52	17	−9
	16	17	18	19	20	21	22	23
	89	−5	−50	37	12	−59	−53	7
	24	25	26	27	28	29	30	31
	70	−16	19	11	−69	26	81	−85
	32	33	34	35	36	37	38	39
	45	−87	25	71	−6	−60	−63	86
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−35	8	80	84	−55	−13	49	−47
	48	49	50	51	52	53	54	55
	67	−46	77	54	3	30	−58	−43
	56	57	58	59	60	61	62	63
	−72	−4	−40	−42	−62	−83	65	−66
	64	65	66	67	68	69	70	71
	56	23	51	−27	88	−15	29	−68
	72	73	74	75	76	77	78	79
	36	2	20	21	31	−48	57	33

80	81	82	83	84	85	86	87
—28	78	64	—76	—44	—82	75	34
88	89						
—18	—1 ;						

181

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—81	—86	45	88	—25	—69
	8	9	10	11	12	13	14	15
	34	—22	—39	—28	82	—85	55	7
	16	17	18	19	20	21	22	23
	70	—24	—59	—47	73	6	60	57
	24	25	26	27	28	29	30	31
	27	89	—15	31	—52	23	49	—53
	32	33	34	35	36	37	38	39
	13	—51	33	—32	42	58	37	8
	40	41	42	43	44	45	46	47
	80	76	36	—2	—20	—19	—9	—90
	48	49	50	51	52	53	54	55
	5	50	—43	—68	44	78	56	17
	56	57	58	59	60	61	62	63
	—11	71	—14	41	48	—63	—87	35
	64	65	66	67	68	69	70	71
	—12	61	67	—54	3	30	—62	—77
	72	73	74	75	76	77	78	79
	—46	83	—75	—26	—79	—66	64	—84
	80	81	82	83	84	85	86	87
	65	—74	—16	21	29	—72	4	40
	88	89	90					
	38	18	—1 ;					

183 (3.61)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—83	85	—65	82	88	—35
	8	9	10	11	12	13	14	15
	16	—23	—47	79	58	31	—56	—11
	16	17	18	19	20	21	22	23
	73	—2	—20	—17	13	—53	19	7
	24	25	26	27	28	29	30	31
	70	—32	46	—89	25	67	—62	—71
	32	33	34	35	36	37	38	39
	22	37	4	40	34	—26	—77	—38
	40	41	42	43	44	45	46	47
	—14	43	64	91	—5	—50	49	—59

		48	49	50	51	52	53	54	55
		— 41	— 44	— 74	— 8	— 80	— 68	52	— 29
		56	57	58	59	60	;		
		76	28	— 86	55	1			
187 (11.17)	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	— 87	65	89	— 45	— 76	— 12
		8	9	10	11	12	13	14	15
		67	— 78	— 32	54	— 21	— 23	— 43	— 56
		16	;						
		1							
189 ($3^2.7$)	*n*	0	1	2	3	4	5	6	;
	m. r.	1	10	— 89	55	— 17	19	1	
191	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	— 91	45	68	— 84	— 76	4
		8	9	10	11	12	13	14	15
		40	18	— 11	81	46	78	16	— 31
		16	17	18	19	20	21	22	23
		72	— 44	— 58	— 7	— 70	64	67	— 94
		24	25	26	27	28	29	30	31
		15	— 41	— 28	— 89	65	77	6	60
		32	33	34	35	36	37	38	39
		27	79	26	69	— 74	24	49	— 83
		40	41	42	43	44	45	46	47
		— 66	— 87	85	86	— 95	5	50	— 73
		48	49	50	51	52	53	54	55
		34	— 42	— 38	2	20	9	90	— 55
		56	57	58	59	60	61	62	63
		23	39	8	80	36	— 22	— 29	92
		64	65	66	67	68	69	70	71
		— 35	32	— 62	— 47	— 88	75	— 14	51
		72	73	74	75	76	77	78	79
		— 63	— 57	3	30	— 82	— 56	13	— 61
		80	81	82	83	84	85	86	87
		— 37	12	— 71	54	— 33	52	— 53	43
		88	89	90	91	92	93	94	95 ;
		48	— 93	25	59	17	— 21	— 19	1
193	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	— 93	35	— 36	26	67	91
		8	9	10	11	12	13	14	15
		— 55	29	— 96	5	50	— 79	— 18	13

	16	17	18	19	20	21	22	23
	—63	—51	69	—82	—48	—94	25	57
	24	25	26	27	28	29	30	31
	—9	—90	65	71	—62	—41	—24	—47
	32	33	34	35	36	37	38	39
	—84	—68	92	—45	—64	—61	—31	76
	40	41	42	43	44	45	46	47
	—12	73	—42	—34	46	74	—32	66
	48	49	50	51	52	53	54	55
	81	38	—6	—60	—21	—17	23	37
	56	57	58	59	60	61	62	63
	—16	33	—56	19	—3	—30	86	88
	64	65	66	67	68	69	70	71
	—85	—78	—8	—80	—28	—87	95	—15
	72	73	74	75	76	77	78	79
	43	44	54	—39	—4	—40	—14	53
	80	81	82	83	84	85	86	87
	—49	89	—75	22	27	77	—2	—20
	88	89	90	91	92	93	94	95
	—7	—70	72	—52	59	11	—83	—58
	96	;						
	—1							

197								
n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—97	15	—47	—76	28	83
	8	9	10	11	12	13	14	15
	42	26	63	39	—4	—40	—6	—60
	16	17	18	19	20	21	22	23
	—9	—90	85	62	29	93	—55	41
	24	25	26	27	28	29	30	31
	16	—37	24	43	36	—34	54	—51
	32	33	34	35	36	37	38	39
	81	22	23	33	—64	—49	—96	25
	40	41	42	43	44	45	46	47
	53	—61	—19	7	70	—88	—92	65
	48	49	;					
	59	—1						

199								
n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	—99	5	50	—97	25	51
	8	9	10	11	12	13	14	15
	—87	—74	56	—37	28	81	14	—59

16	17	18	19	20	21	22	23
7	70	−96	35	−48	−82	−24	−41
24	25	26	27	28	29	30	31
−12	79	−6	−60	−3	−30	98	−15
32	33	34	35	36	37	38	39
49	92	−75	46	62	23	31	−88
40	41	42	43	44	45	46	47
−84	−44	−42	−22	−21	−11	89	94
48	49	50	51	52	53	54	55
−55	47	72	−76	36	−38	18	−19
56	57	58	59	60	61	62	63
9	90	−95	45	52	−77	26	61
64	65	66	67	68	69	70	71
13	−69	−93	65	53	−67	−73	66
72	73	74	75	76	77	78	79
63	33	−68	−83	−34	58	−17	29
80	81	82	83	84	85	86	87
91	−85	−54	57	−27	−71	86	64
88	89	90	91	92	93	94	95
43	32	−78	16	−39	8	80	4
96	97	98	99	;			
40	2	20	1				

211	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	−55	83	−14	71	77
		8	9	10	11	12	13	14	15
		−74	104	−15	61	−23	−19	21	−1 ;
239	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	44	−38	98	24	1 ;
241	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	36	119	−15	91	−54
		8	9	10	11	12	13	14	15
		−58	−98	−16	81	87	−94	24	−1 ;
251	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	−4	−40	102	16	−91
		8	9	10	11	12	13	14	15
		94	−64	113	−125	5	50	−2	−20
		16	17	18	19	20	21	22	23
		51	8	80	47	−32	−69	63	−123
		24	25	;					
		25	−1						

271

n	0	1	2	3	4	5	
m. r.	1	10	100	−84	−27	1	;

277

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	−108	28	3	30	23
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−47	84	9	90	69	136	−25	27
	16	17	18	19	20	21	22	23
	−7	−70	131	−75	81	−21	67	116
	24	25	26	27	28	29	30	31
	52	−34	−63	−76	71	−121	−102	88
	32	33	34	35	36	37	38	39
	49	−64	−86	−29	−13	−130	85	19
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−87	−39	−113	−22	57	16	−117	−62
	48	49	50	51	52	53	54	55
	−66	−106	48	−44	91	79	−41	−133
	56	57	58	59	60	61	62	63
	55	−4	−40	−123	−122	−112	−12	−120
	64	65	66	67	68	69		
	−92	−89	−59	−36	−83	1	;	

281

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	−124	−116	−36	−79	53
	8	9	10	11	12	13	14	
	−32	−39	−109	34	59	28	−1	;

289 (17^2)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	133	−115	6	60	22
	8	9	10	11	12	13	14	15
	−69	−112	36	71	132	−125	−94	−73
	16	17	18	19	20	21	22	23
	137	−75	117	14	140	−45	128	124
	24	25	26	27	28	29	30	31
	84	−27	19	−99	−123	−74	127	114
	32	33	34	35	36	37	38	39
	−16	129	134	−105	106	−96	−93	−63
	40	41	42	43	44	45	46	47
	−52	58	2	20	−89	−23	59	12
	48	49	50	51	52	53	54	55
	120	44	−138	65	72	142	−25	39
	56	57	58	59	60	61	62	63
	101	143	−15	139	−55	28	−9	−90

	16	17	18	19	20	21	22	23
	7	70	—96	35	—48	—82	—24	—41
	24	25	26	27	28	29	30	31
	—12	79	—6	—60	—3	—30	98	—15
	32	33	34	35	36	37	38	39
	49	92	—75	46	62	23	31	—88
	40	41	42	43	44	45	46	47
	—84	—44	—42	—22	—21	—11	89	94
	48	49	50	51	52	53	54	55
	—55	47	72	—76	36	—38	18	—19
	56	57	58	59	60	61	62	63
	9	90	—95	45	52	—77	26	61
	64	65	66	67	68	69	70	71
	13	—69	—93	65	53	—67	—73	66
	72	73	74	75	76	77	78	79
	63	33	—68	—83	—34	58	—17	29
	80	81	82	83	84	85	86	87
	91	—85	—54	57	—27	—71	86	64
	88	89	90	91	92	93	94	95
	43	32	—78	16	—39	8	80	4
	96	97	98	99	;			
	40	2	20	1				

211	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	—55	83	—14	71	77
		8	9	10	11	12	13	14	15 ;
		—74	104	—15	61	—23	—19	21	—1

239	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7 ;
	m. r.	1	10	100	44	—38	98	24	1

241	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	36	119	—15	91	—54
		8	9	10	11	12	13	14	15 ;
		—58	—98	—16	81	87	—94	24	—1

251	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	—4	—40	102	16	—91
		8	9	10	11	12	13	14	15
		94	—64	113	—125	5	50	—2	—20
		16	17	18	19	20	21	22	23
		51	8	80	47	—32	—69	63	—123
		24	25 ;						
		25	—1						

271	*n*	0	1	2	3	4	5	;
	m. n.	1	10	100	— 84	— 27	1	

277	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	— 108	28	3	30	23
		8	9	10	11	12	13	14	15
		— 47	84	9	90	69	136	— 25	27
		16	17	18	19	20	21	22	23
		— 7	— 70	131	— 75	81	— 21	67	116
		24	25	26	27	28	29	30	31
		52	— 34	— 63	— 76	71	— 121	— 102	88
		32	33	34	35	36	37	38	39
		49	— 64	— 86	— 29	— 13	— 130	85	19
		40	41	42	43	44	45	46	47
		— 87	— 39	— 113	— 22	57	16	— 117	— 62
		48	49	50	51	52	53	54	55
		— 66	— 106	48	— 44	91	79	— 41	— 133
		56	57	58	59	60	61	62	63
		55	— 4	— 40	— 123	— 122	— 112	— 12	— 120
		64	65	66	67	68	69	;	
		— 92	— 89	— 59	— 36	— 83	1		

281	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	— 124	— 116	— 36	— 79	53
		8	9	10	11	12	13	14	;
		— 32	— 39	— 109	34	59	28	— 1	

289	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
(17²)	*m. r.*	1	10	100	133	— 115	6	60	22
		8	9	10	11	12	13	14	15
		— 69	— 112	36	71	132	— 125	— 94	— 73
		16	17	18	19	20	21	22	23
		137	— 75	117	14	140	— 45	128	124
		24	25	26	27	28	29	30	31
		84	— 27	19	— 99	— 123	— 74	127	114
		32	33	34	35	36	37	38	39
		— 16	129	134	— 105	106	— 96	— 93	— 63
		40	41	42	43	44	45	46	47
		— 52	58	2	20	— 89	— 23	59	12
		48	49	50	51	52	53	54	55
		120	44	— 138	65	72	142	— 25	39
		56	57	58	59	60	61	62	63
		101	143	— 15	139	— 55	28	— 9	— 90

	64	65	66	67	68	69	70	71
	−33	−41	−121	−54	38	91	43	141
	72	73	74	75	76	77	78	79
	−35	−61	−32	−31	−21	79	−77	97
	80	81	82	83	84	85	86	87
	103	−126	−104	116	4	40	111	−46
	88	89	90	91	92	93	94	95
	118	24	−49	88	13	130	144	−5
	96	97	98	99	100	101	102	103
	−50	78	−87	−3	−30	−11	−110	56
	104	105	106	107	108	109	110	111
	−18	109	−66	−82	47	−108	76	−107
	112	113	114	115	116	117	118	119
	86	−7	−70	−122	−64	−62	−42	−131
	120	121	122	123	124	125	126	127
	135	−95	−83	37	81	−57	8	80
	128	129	130	131	132	133	134	135
	−67	−92	−53	48	−98	−113	26	−29
	136 ;							
	−1 ;							

349	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	−47	−121	−163	115	103
		8	9	10	11	12	13	14	15
		−17	−170	45	101	−37	−21	139	−6
		16	17	18	19	20	21	22	23
		−60	98	−67	28	−69	8	80	102
		24	25	26	27	28	29	30	31
		−27	79	92	−127	126	−136	36	11
		32	33	34	35	36	37	38	39
		110	53	−168	65	−48	−131	86	162
		40	41	42	43	44	45	46	47
		−125	146	64	−58	118	133	−66	38
		48	49	50	51	52	53	54	55
		31	−39	−41	−61	88	−167	75	52
		56	57	58 ;					
		171	−35	−1 ;					

401	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	198	−25	151	−94	−138
		8	9	10	11	12	13	14	15
		−177	−166	−56	−159	14	140	197	−35

16	17	18	19	20	21	22	23
51	109	−113	73	−72	82	18	180

24	25	26	27	28	29	30	31
196	−45	−49	−89	−88	−78	22	−181

32	33	34	35	36	37	38	39
195	−55	−149	114	−63	172	116	−43

40	41	42	43	44	45	46	47
−29	111	−93	−128	−77	32	−81	−8

48	49	50	51	52	53	54	55
−80	2	20	200	−5	−50	−99	−188

56	57	58	59	60	61	62	63
125	47	69	−112	83	28	−121	−7

64	65	66	67	68	69	70	71
−70	102	−183	175	146	−144	164	36

72	73	74	75	76	77	78	79
−41	−9	−90	−98	−178	−176	−156	44

80	81	82	83	84	85	86	87
39	−11	−110	103	−173	−126	−57	−169

88	89	90	91	92	93	94	95
−86	−58	−179	−186	145	−154	64	−162

96	97	98	99	100
−16	−160	4	40	−1

;

449

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	102	122	−127	77	−128

8	9	10	11	12	13	14	15
67	221	−35	99	92	22	220	−45

16
−1

;

521

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	−42	101	−32	201	−74

8	9	10	11	12	13	14	15
−219	−106	−18	−180	−237	235	−255	55

16	17	18	19	20	21	22	23
29	−231	−226	−176	−197	114	98	−62

24	25	26
−99	52	−1

;

641	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	−282	−256	4	40	−241
		8	9	10	11	12	13	14	15
		154	258	16	160	318	−25	−250	64
		16							
		−1 ;							

769	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	231	3	30	300	−76
		8	9	10	11	12	13	14	15
		9	90	131	−228	27	270	−376	85
		16	17	18	19	20	21	22	23
		81	41	−359	255	243	123	−308	−4
		24	25	26	27	28	29	30	31
		−40	369	−155	−12	−120	338	304	−36
		32	33	34	35	36	37	38	39
		−360	245	143	−108	−311	−34	−340	−324
		40	41	42	43	44	45	46	47
		−164	−102	−251	−203	277	−306	16	160
		48	49	50	51	52	53	54	55
		62	−149	48	−289	186	322	144	−98
		56	57	58	59	60	61	62	63
		−211	197	−337	−294	136	−178	−242	−113
		64	65	66	67	68	69	70	71
		−361	235	43	−339	−314	−64	129	−248
		72	73	74	75	76	77	78	79
		−173	−192	−382	25	250	193	−377	75
		80	81	82	83	84	85	86	87
		−19	−190	−362	225	−57	199	−317	−94
		88	89	90	91	92	93	94	95
		−171	−172	−182	−282	256	253	223	−77
		96							
		−1 ;							

809	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7
	m. r.	1	10	100	191	292	−316	76	−49
		8	9	10	11	12	13	14	15
		319	−46	349	254	113	321	−26	−260
		16	17	18	19	20	21	22	23
		−173	−112	−311	126	−358	−344	−204	387
		24	25	26	27	28	29	30	31
		−175	−132	298	−256	−133	288	−356	−324

32	33	34	35	36	37	38	39
— 4	— 40	— 400	45	— 359	— 354	— 304	196
40	41	42	43	44	45	46	47
342	184	222	— 207	357	334	104	231
48	49	50	51	52	53	54	55
— 117	— 361	— 374	305	— 186	— 242	7	70
56	57	58	59	60	61	62	63
— 109	— 281	— 383	215	— 277	— 343	— 194	— 322
64	65	66	67	68	69	70	71
16	160	— 18	— 180	— 182	— 202	— 402	25
72	73	74	75	76	77	78	79
250	73	— 79	19	190	282	393	— 115
80	81	82	83	84	85	86	87
— 341	— 174	— 122	398	— 65	159	— 28	— 280
88	89	90	91	92	93	94	95
— 373	315	— 86	— 51	299	— 246	— 33	— 330
96	97	98	99	100	101	;	
— 64	169	72	— 89	— 81	— 1		

929								
n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	71	— 219	— 332	396	244
	8	9	10	11	12	13	14	15
	— 347	246	— 327	446	— 185	8	80	— 129
	16	17	18	19	20	21	22	23
	— 361	106	131	381	94	11	110	171
	24	25	26	27	28	29	30	31
	— 148	378	64	— 289	— 103	— 101	— 81	119
	32	33	34	35	36	37	38	39
	261	— 177	88	— 49	439	— 255	237	— 417
	40	41	42	43	44	45	46	47
	— 454	105	121	281	23	230	442	— 225
	48	49	50	51	52	53	54	55
	— 392	— 204	— 182	38	380	84	— 89	39
	56	57	58	59	60	61	62	63
	390	184	— 18	— 180	58	— 349	— 703	402
	64	65	66	67	68	69	70	71
	304	253	— 257	217	312	333	— 386	— 144
	72	73	74	75	76	77	78	79
	418	464	— 5	— 50	429	— 355	166	— 198
	80	81	82	83	84	85	86	87
	— 122	— 291	— 123	— 301	— 223	— 372	— 4	— 40

88	89	90	91	92	93	94	95
—400	—284	—53	399	274	—47	459	—55
96	97	98	99	100	101	102	103
379	74	—189	—32	—320	—413	—414	—424
104	105	106	107	108	109	110	111
405	334	—376	—44	—440	245	—337	346
112	113	114	115	116	117	118	119
—256	227	412	404	324	453	—115	—221
120	121	122	123	124	125	126	127
—352	196	102	91	—19	—190	—42	—420
128	129	130	131	132	133	134	135
445	—195	—92	9	90	—29	—290	—113
136	137	138	139	140	141	142	143
—201	—152	338	—336	356	—156	298	193
144	145	146	147	148	149	150	151
72	—209	—232	—462	25	250	—287	—83
152	153	154	155	156	157	158	159
99	61	—319	—403	—314	—353	186	2
160	161	162	163	164	165	166	167
20	200	142	—438	265	—137	—441	235
168	169	170	171	172	173	174	175
—437	275	—37	—370	16	160	—258	207
176	177	178	179	180	181	182	183
212	262	—167	188	22	220	342	—296
184	185	186	187	188	189	190	191
—173	128	351	—206	—202	—162	238	—407
192	193	194	195	196	197	198	199
—354	176	—98	—51	419	—455	95	21
200	201	202	203	204	205	206	207
210	242	—367	46	460	—45	—450	145
208	209	210	211	212	213	214	215
—408	—364	76	—169	168	—178	78	—149
216	217	218	219	220	221	222	223
368	—36	—360	116	231	452	—125	—321
224	225	226	227	228	229	230	231
—423	415	434	—305	—263	157	—288	—93

232	;
—1	

997

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	3	30	300	9	90
	8	9	10	11	12	13	14	15
	— 97	27	270	— 291	81	— 187	124	243
	16	17	18	19	20	21	22	23
	436	372	— 268	311	119	193	— 64	357
	24	25	26	27	28	29	30	31
	— 418	— 192	74	— 257	421	222	226	266
	32	33	34	35	36	37	38	39
	— 331	— 319	— 199	4	40	400	12	120
	40	41	42	43	44	45	46	47
	203	36	360	— 388	108	83	— 167	324
	48	49	50	51	52	53	54	55
	249	496	— 25	— 250	491	— 75	247	476
	56	57	58	59	60	61	62	63
	— 225	— 256	431	322	229	296	— 31	— 310
	64	65	66	67	68	69	70	71
	— 109	— 93	67	— 327	— 279	201	16	160
	72	73	74	75	76	77	78	79
	— 394	48	480	— 185	144	443	442	432
	80	81	82	83				
	332	329	299	— 1 ;				

4649

n	0	1	2	3	4	5	6	7
m. r.	1	10	100	1000	702	— 2278	465	1 ;

9091

n	0	1	2	3	4	5
m. r.	1	10	100	1000	909	— 1 .

Anm. 1. Tabellens riktighet kan kontrolleres bland annat på följande sätt: är $10^m = M(p) + (m \cdot r \cdot)_m$ och $10^n = M(p) + (m \cdot r \cdot)_n$, är å ena sidan $10^{m+n} = M(p) + (m \cdot r \cdot)_m \times (m \cdot r \cdot)_n$; men å andra sidan är $10^{m+n} = M(p) + (m \cdot r \cdot)_{m+n}$, hvaraf följer likheten $(m \cdot r \cdot)_{m+n} = M(p) + (m \cdot r \cdot)_m \times (m \cdot r \cdot)_n$. Så är t. ex. $10^{45} = M(997) + 83$, $10^{22} = M(997) - 64$ och således $10^{67} = M(997) - 83 \times 64 = M(997) - 5312 = M(997) - 5 \times 997 - 327 = M(997) - 327$, öfverensstämmande med tabellen. Det är klart att denna anmärkning jämväl ger ett medel i handen, att finna $m \cdot r \cdot$ utan att altid utföra alla de successiva divisionerna tils resten -1 eller $+1$ framkommer. Så är det tillräckligt rörande talet 997, att utföra divisionerna endast å. t. o. m. 42, då resterna för

alla de följande divisionerna kunna erhållas på det anförda sättet. Isynnerhet kan detta förfarande användas med fördel på sammansatta tal, för hvilka *t* lätt kan bestämmas på grund af kännedomen af *t* för dess faktorer. Vi hafva likväl vid föregående tabells uträknande utfört samtliga divisionerna.

Anm. 2. Denna tabell, utsträkt till alla primtal under 1000, skulle vara mycket nyttig vid studium af *dekadiska* tals egenskaper. Uppställandet af de i det föregående anförda kriterierna för deras delbarhet utgör endast *en* användning bland många af nämnda tabell.

Tillägg. Med ledning af *Canon arithmeticus*··· *edidit C. G. J. Jacobi, Berolini 1839*, af hvilket intressanta arbete vi kommo i besittning först, sedan det föregående blifvit å tryckeriet färdigsatt, meddela vi följande tillägg till tabellen i n:o 4:

p	t	τ
317	79	
353	32	16
397	99	
547	91	
613	51	
617	88	44
733	61	
757	27	
859	26	13
1231	41	
1289	92	46
1321	55	
1409	32	16
1933	21	
2161	30	15
2531	46	23
2791	31	
3191	29	
3541	20	10
4093	22	11
8779	22	11



Einige Anwendungen der Theorie der elliptischen Functionen auf Aufgaben der Mechanik.

Von

Hj. Tallqvist.

Die Theorie der elliptischen Functionen findet bekanntlich auf dem Gebiete der Mechanik ihre zahlreichsten und schönsten Anwendungen. Nichtsdestoweniger sieht man in den gewöhnlichen Sammlungen von Problemen der Mechanik nur ausnahmsweise diejenigen Aufgaben vollständig durchgeführt, deren strenge Lösung mit Hilfe der elliptischen Functionen gewonnen werden kann. Sie kommen überhaupt spärlich vor. Die vorliegende Abhandlung beabsichtigt einen kleinen Beitrag zur Abhilfe dieses Mangels zu liefern. Es werden darin drei einfachere, meines Wissens neue Aufgaben der Bewegung eines einzelnen Punktes behandelt, nämlich:

I) ein Fall der gezwungenen Bewegung eines Punktes in einem Kreise unter dem Einflusse einer der Grösse nach constanten Centralkraft;

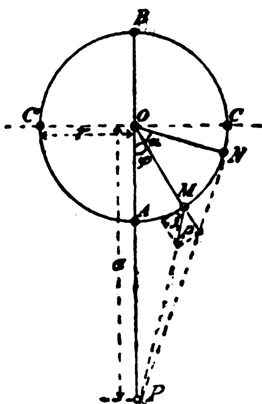
II) die schwingende Bewegung eines Punktes längs der Axe einer mit Masse belegten Kreisperipherie, welche den Punkt nach dem *Newton*'schen Gesetze anzieht;

III) einige Fälle der Bewegung eines schweren Punktes auf einer Hyperbel.

Die Bezeichnungsweise der elliptischen Functionen ist in den aufgestellten Formeln überall diejenige des Herrn *Weierstrass;* in einigen den betrachteten Aufgaben beigefügten numerischen Beispielen wird von den *Jacobi*'schen ϑ-Functionen Gebrauch gemacht.

I) Ein Punkt ist gezwungen sich auf einem Kreise zu bewegen. Auf denselben wirkt eine Centralkraft, deren Centrum in der Ebene des Kreises liegt, und deren Grösse constant bleibt. Wann kann die Bewegung des Punktes mittelst elliptischer Functionen ausgedrückt werden.

Fig. 1.



Es werde nur der Fall betrachtet, dass die Kraft attractiv wirkt. Die Voraussetzung einer repulsiven Kraft verändert die Behandlung der Aufgabe nicht wesentlich. M sei der auf dem Kreise mit dem Radius r bewegliche Punkt, P das Centrum der Kraft, p die constante Beschleunigung derselben, a der Abstand von P zum Kreismittelpunkte O, φ der veränderliche Winkel, den der Radius OM mit dem Radius OP bildet und endlich ϑ der Winkel zwischen MP und der Tangente des Kreises in M. Dann ergibt sich durch Betrachtung der Tangentialbeschleunigung die Differentialgleichung der Bewegung

$$r\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -p\cos\vartheta,$$

oder

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{p}{r}\cos\vartheta.$$

Aus dem Dreiecke POM folgt ferner

$$\frac{PM}{PO} = \frac{\sin\varphi}{\cos\vartheta},$$

oder

$$\cos\vartheta = \frac{a\sin\varphi}{\sqrt{a^2+r^2-2ar\cos\varphi}};$$

also

$$(1)\qquad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{pa}{r}\frac{\sin\varphi}{\sqrt{a^2+r^2-2ar\cos\varphi}}.$$

Eine erste Integration ergibt

$$(2) \qquad \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -\frac{2p}{r^2}\sqrt{a^2+r^2-2ar\cos\varphi} + \text{Const.},$$

welche Gleichung auch geschrieben werden kann:

$$(3) \quad v^2 = 2p\left(R - \sqrt{a^2+r^2-2ar\cos\varphi}\right) = 2p\left(R - \overline{PM}\right).$$

v bezeichnet die Geschwindigkeit des Punktes, R die Integrationsconstante. Damit eine Bewegung überhaupt möglich sei, muss R grösser sein als $a-r$ oder $r-a$, je nachdem P ausserhalb oder innerhalb des Kreises liegt. Die Niveaulinien für die Geschwindigkeiten sind dem Ausdrucke 3) gemäss Kreise mit dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte P. Wie beim gewöhnlichen Kreispendel kann die Art der Bewegung näher charakterisirt werden durch die relative Lage des Kreises $ACBC'$ und des Nullkreises, d. h. der Niveaulinie für die Geschwindigkeit Null. Wir unterscheiden hierbei drei Fälle:

1) Der Nullkreis schneidet den Kreis der Bewegung. Der bewegliche Punkt macht in diesem Falle Schwingungen zwischen den beiden Schnittpunkten. Es ist

$$\pm\,(a-r) < R < (a+r).$$

Bezeichnet man den grössten Ausschlag mit α, so kann gesetzt werden

$$R = \sqrt{a^2+r^2-2ar\cos\alpha}.$$

2) Die beiden Kreise berühren einander in dem vom Centrum P entferntesten Punkte B. Es kann gezeigt werden, dass der bewegliche Punkt sich dem Punkte B nur asymptotisch nähert, ohne ihn zu erreichen. Die Constante R hat den Werth

$$R = a + r.$$

3) Die Niveaulinie der Geschwindigkeit Null umschliesst gänzlich den Kreis O. Der Punkt macht volle Umläufe; die Geschwindigkeit wird nie gleich Null. Es ist

$$R > a + r.$$

Die Constante R kann durch die Geschwindigkeit v_0 in dem Punkte A ersetzt werden. Man erhält den drei Fällen entsprechend

$$o < \frac{v_0^2}{r} < 4p.$$

$$\frac{v_0^2}{r} = 4p.$$

$$\frac{v_0^2}{r} > 4p.$$

Beachtet man, dass $\frac{v_0^2}{r}$ nichts anderes bezeichnet als die Centrifugalkraft im Punkte A, so kann das gefundene Resultat auch folgendermassen ausgesprochen werden: je nachdem die Centrifugalkraft im Punkte A kleiner, gleich oder grösser als die vierfache Beschleunigung p ist, findet der Fall 1), 2) oder 3) statt. Die Analogie mit dem gewöhnlichen Kreispendel ist, wie man sieht, vollkommen.

Gehen wir jetzt weiter. Die Gleichung 3) ergibt

$$\frac{\sqrt{2p}}{r}\,dt = \frac{d\varphi}{\sqrt{R - \sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\cos\varphi}}},$$

woraus folgt

(4) $$\frac{\sqrt{2p}}{r}\,t = \int_o^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{R - \sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\cos\varphi}}}.$$

Die Zeit wird hierbei von dem Durchgange des beweglichen Punktes durch den Bahnpunkt A aus gerechnet. Setzt man nun

(5) $$y = \sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\cos\varphi},$$

so erhält man

(6) $$\cos\varphi = \frac{a^2 + r^2 - y^2}{2ar},$$

und

$$d\varphi = \frac{2y\,dy}{\sqrt{4a^2r^2 - (y^2 - a^2 - r^2)^2}}.$$

Die Gl. 4) geht über in

(7)

$$\frac{\sqrt{2p}}{2r}\,t = \int_{y_0}^{y} \frac{y\,dy}{\sqrt{(y-R)[y-(a+r)][y+(a+r)][y-(a-r)][y+(a-r)]}}.$$

Die untere Grenze y_0 dieses Integrals ist gleich $a-r$ oder $r-a$, je nachdem P ausserhalb oder innerhalb des Kreises O liegt. Das Polynom unter dem Wurzelzeichen ist hier vom fünften Grade. Folglich wird t durch ein elliptisches Integral ausdrückbar nur in dem Falle, dass zwei Wurzel dieses Polynoms mit einander gleich werden. Es sind hierbei mehrere Fälle möglich. Ausser den Grenzfällen, in welchen der Kreis in eine gerade Linie übergeht, oder das Centrum der Kraft mit dem Kreismittelpunkte zusammenfällt, oder endlich dieses Centrum ins Unendliche rückt, wobei die Bewegung des Punktes eine gewöhnliche Pendelbewegung ist, haben wir die beiden eigentlichen Specialfälle, welche den Annahmen

$$a = r,$$

und

$$R = a + r$$

entsprechen. Im ersteren Falle liegt das Attractionscentrum auf dem Kreise selbst, im letzteren wird die Bewegung von der unter 2) (Seite 3) charakterisirten Art sein. Das hiermit gefundene bemerkenswerthe Resultat enthält die Antwort auf die anfangs gestellte Frage.

Führen wir jetzt die Untersuchung durch in dem zweiten Falle unter der Voraussetzung, dass P ausserhalb des Kreises liegt, also $a > r$ ist. Wir bekommen dann aus 7)

(8)

$$\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{2r}}\, t = \int_{a-r}^{y} \frac{y\, dy}{[y-(a+r)]\sqrt{4[y-(a-r)][y+(a-r)][y+(a+r)]}}.$$

Zweckmässig kann man jetzt substituiren:

$$y-(a-r) = \tau^2 (s-e_1),$$
$$y+(a-r) = \tau^2 (s-e_2),$$
$$y+(a+r) = \tau^2 (s-e_3),$$

und die Grössen e_1, e_2, e_3 so bestimmen, dass sie der Bedingung

$$e_1 + e_2 + e_3 = O$$

genügen. Wählt man ausserdem

$$\tau^2 = 2a,$$

so ergibt sich

$$e_1 - e_3 = 1;\ e_1 - e_2 = \frac{a-r}{a};\ e_2 - e_3 = \frac{r}{a};$$

und für die Wurzel e_1, e_2, e_3 selbst

$$e_1 = \frac{2a-r}{3a};\ e_2 = \frac{2r-a}{3a};\ e_3 = -\frac{a+r}{3a}.$$

Die Gl. 8) geht über in

$$\frac{\sqrt{a.p}}{r}\,t = \int_{e_1}^{s} \frac{(2s+e_3)\,ds}{(s+2e_3)\sqrt{4(s-e_1)(s-e_2)(s-e_3)}}.$$

Setzt man schliesslich

$$s = \wp(u)$$

und bezeichnet mit $2\omega_1$ die reelle Periode der den Wurzeln e_1, e_2 und e_3 entsprechenden $\wp(u)$ Function, so ergibt sich

$$\frac{\sqrt{ap}}{r}\,t = \int_{\omega_1}^{u} \frac{2\wp u + e_3}{\wp u + 2e_3}\,du =$$

$$= 2(u-\omega_1) - 3e_3\int_{\omega_1}^{u} \frac{du}{\wp u + 2e_3}.$$

Um das letzte Integral zu berechnen, setze man

$$\wp(v) = -2e_3,$$

wobei v eine reelle, zwischen o und ω_1 gelegene Grösse bezeichnet. Es ergibt sich dann

$$\int_{\omega_1}^{u} \frac{du}{\wp u + 2e_3} = \int_{\omega_1}^{u} \frac{du}{\wp u - \wp v} = \Big|_{\omega_1}^{u} \frac{1}{\wp'(v)}\left\{\log\frac{\sigma(v-u)}{\sigma(v+u)} + 2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}u\right\} =$$

$$= \frac{1}{\wp'(v)}\left\{2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}(u-\omega_1) + \log\frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} + 2\eta_1 v\right\}.$$

Die gesuchte Gl. für t wird also endlich

(9)

$$\frac{\sqrt{ap}}{r}\,t = 2(u-\omega_1) - \frac{3e_3}{\wp'(v)}\left\{\log\frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} + 2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}(u-\omega_1) + 2\eta_1 v\right\}.$$

Die Grösse $\wp'(v)$ hat hierin den Werth

$$\wp'(v) = -\sqrt{-12(e_1-e_3)(e_2-e_3)\,e_3} = -\frac{2\sqrt{r(a+r)}}{a}.$$

Nebst der Gl. 9) bestehen die Gl.

(10) $$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}=\sqrt{\frac{(\wp u-e_1)(\wp u-e_2)}{(\wp u-e_3)(\wp v-\wp u)}},$$

(11) $$r\frac{d\varphi}{dt}=2\sqrt{a.p}\,\sqrt{\wp v-\wp u},$$

aus welchen die Lage und die Geschwindigkeit des beweglichen Punktes entnommen werden können, nachdem die einer gegebenen Zeit entsprechende Grösse u aus der transcendenten Gl. 9) bestimmt ist. Während der Punkt sich von A nach B bewegt, nimmt u abnehmend alle Werthe des Intervalles

$$\omega_1 \geqq u > v$$

an. Bei dem Punkte B findet eine asymptotische Annäherung statt. Die grösste Geschwindigkeit

$$v_{\max}=2\sqrt{a.p}\,\sqrt{\wp v-e_1}=2\sqrt{r.p}$$

des beweglichen Punktes entspricht dem Punkte A. Damit die betrachtete Bewegung thatsächlich stattfinde, ist es nur erforderlich, dass dem beweglichen Punkte in einem beliebigen Punkte der kreisförmigen Bahn die diesem Punkte entsprechende Geschwindigkeit ertheilt wird.

Numerische Anwendung: Man bestimme die Zeit für die Bewegung von A nach C um ein Viertel der ganzen Kreisperipherie unter den Annahmen:

$$r=1\,\frac{\mathrm{m}}{};\; a=2\,\frac{\mathrm{m}}{};\; p=1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sek}^2}.$$

Es ergibt sich in diesem Falle

$$e_1=\frac{1}{2};\; e_2=0;\; e_3=-\frac{1}{2}.$$

$$g_2=1;\; g_3=0.$$

Dem Punkte C entspricht der Werth

$$\varphi=\frac{\pi}{2}$$

des Winkels φ. Der entsprechende Werth der Grösse $\wp(u)$ ergibt sich aus der Gl.

$$(\wp u-e_1)(\wp u-e_2)=(\wp u-e_3)(\wp v-\wp u),$$

woraus gefolgert wird

$$\wp u = \frac{1+\sqrt{5}}{4} = 0.8090170.$$

Ferner folgt

$$\wp v = -2e_3 = 1.$$
$$\wp'(v) = -\sqrt{3} = -1.7320508.$$

Die Grössen u und v sind zunächst zu bestimmen. Nach bekannten Formeln (Vergl. *H. A. Schwarz;* Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Functionen) ergibt sich

$$l = \frac{\sqrt[4]{e_1-e_3}-\sqrt[4]{e_1-e_2}}{\sqrt[4]{e_1-e_3}+\sqrt[4]{e_1-e_2}} = \frac{1-\sqrt[4]{\frac{1}{2}}}{1+\sqrt[4]{\frac{1}{2}}} = 0.08642726.$$

$$h = \frac{l}{2} + 2\left(\frac{l}{2}\right)^5 + 15\left(\frac{l}{2}\right)^9 + \cdots = 0.04321393.$$

Ferner aus den Gl.

$$\sqrt{\frac{2\omega_1}{\pi}} = \frac{2}{\sqrt[4]{e_1-e_3}+\sqrt[4]{e_1-e_2}}(1+2h^4+2h^{16}+\cdots),$$

$$2\eta_1\omega_1 = \frac{\pi^2}{6}\,\frac{1-3^3h^2+5^3h^6-7^3h^{12}+\cdots}{1-3\,h^2+5\,h^6-7\,h^{12}+\cdots}.$$

$$\omega_1 = 1.854075; \qquad \eta_1 = 0.4236066.$$

Unter Benutzung der Bezeichnungen

$$\tau = \frac{\omega_3}{\omega_1}; \quad r = \frac{u}{2\omega_1}; \quad r' = \frac{v}{2\omega_1},$$

ergeben sich nun durch Einführung der *Jacobi*'schen ϑ-Functionen zur Bestimmung der Grössen u und v die Gl.

$$\frac{\sqrt[4]{e_1-e_2}\,\sqrt[4]{e_1-e_3}}{\sqrt{\wp u - e_1}}$$

$$= \frac{\vartheta_1(r \mid \tau)}{\vartheta_2(r \mid \tau)} = \frac{\sin r\pi - h^2 \sin 3\,r\pi + h^6 \sin 5\,r\pi - \cdots}{\cos r\pi + h^2 \cos 3\,r\pi + h^6 \cos 5\,r\pi + \cdots},$$

$$\frac{\sqrt{e_1 - e_3}\,\sqrt{e_1 - e_2}}{\sqrt{\wp v - e_1}}$$

$$= \frac{\vartheta_1(r' \mid \tau)}{\vartheta_2(r' \mid \tau)} = \frac{\sin r'\pi - h^2 \sin 3 r'\pi + h^6 \sin 5 r'\pi - \cdots}{\cos r'\pi + h^2 \cos 3 r'\pi + h^6 \cos 5 r'\pi + \cdots}.$$

Löst man diese transcendenten Gl. auf, so findet man

$$r\pi = 56^\circ\, 27'\, 20''.1,$$
$$r'\pi = 49^\circ\, 54'\, 13''.0,$$

und hieraus

$$u = 1.163032,$$
$$v = 1.028056.$$

In dem Ausdrucke für die Zeit kommen noch die Grössen

$$\log \frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} \text{ und } \frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}$$

vor, die wir jetzt berechnen wollen. Es ergibt sich

$$\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)} = 2\,\eta_1 r' + \frac{1}{2\omega_1} \frac{\vartheta_1'(r' \mid \tau)}{\vartheta_1(r' \mid \tau)} = \frac{2\eta_1}{\pi} r'\pi +$$

$$+ \frac{\pi}{2\omega_1} \frac{\cos r'\pi - 3\,h^2 \cos 3\,r'\pi + 5\,h^6 \cos 5\,r'\pi - \cdots}{\sin r'\pi - h^2 \sin 3\,r'\pi + h^6 \sin 5\,r'\pi - \cdots},$$

$$\log \frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} = -\,8\eta_1\,\omega_1\,rr' + \log \frac{\vartheta_1(r_1 \mid \tau)}{\vartheta_1(r_2 \mid \tau)} = -\,8\eta_1\omega_1 rr'$$

$$+ \log \frac{\sin r_1\pi - h^2 \sin 3\,r_1\pi + h^6 \sin 5\,r_1\pi - \cdots}{\sin r_2\pi - h^2 \sin 3\,r_2\pi + h^6 \sin 5\,r_2\pi - \cdots},$$

worin $r_1 = r - r'$; $r_2 = r + r'$ ist.

Durch Ausführung der Rechnung findet man

$$\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)} = 0.9544551,$$

und

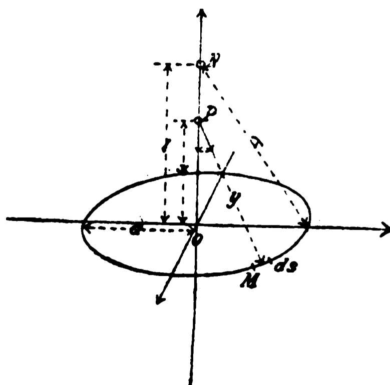
$$\log \frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} = -\,2.682462.$$

Setzt man die verschiedenen somit gefundenen Werthe in den Ausdruck 9) für die gesuchte Zeit t ein, so ergibt sich schliesslich

$$t = 0.939822 \text{ sek.}$$

II) Bewegung eines Punktes auf der Axe einer mit Masse gleichförmig belegten Kreisperipherie, welche den Punkt nach dem Newton'schen Gesetze anzieht.

Fig. 2.



Der Radius des Kreises (Fig. 2) sei a, die Masse auf der Längeneinheit ϱ, der Abstand des angezogenen Punktes P von der Ebene des Kreises x, der Abstand dieses Punktes von einem Punkte des Kreises y und die Masse desselben m. Die Constante der Attraction werde $= 1$ genommen. Dann ist die Anziehung eines Elementes ds des Kreises auf den Punkt P

$$\frac{\varrho . m . ds}{y^2},$$

die Componente derselben in der Richtung PO der Axe

$$\frac{x . \varrho \, m . ds}{y^3},$$

und die Kraft, mit welcher der ganze Kreisring wirkt

$$\frac{m . 2\pi a \varrho . x}{y^3}.$$

Die Differentialgleichung der Bewegung ist folglich

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{m . 2\pi a \varrho . x}{y^3}$$

oder

$$\text{(1)} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -2\pi a\varrho \frac{x}{y^3}.$$

Da

$$y^2 = x^2 + a^2$$

ist, so folgt ferner

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2\pi a\varrho \frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}},$$

woraus durch eine erste Integration sich ergibt

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = v^2 = \frac{4\pi a\varrho}{\sqrt{x^2+a^2}} + \text{Const.}$$

Wenn dem Punkte $x = l$ eine Geschwindigkeit $v = o$ entspricht, so besteht die Gl.

$$\text{(2)} \qquad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = v^2 = 4\pi a\varrho \left\{\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{l^2+a^2}}\right\}.$$

Hieraus ergibt sich

$$2\sqrt{\pi a\varrho}\, dt = \frac{\sqrt[4]{l^2+a^2}.\ \sqrt[4]{x^2+a^2}}{\sqrt{\sqrt{l^2+a^2} - \sqrt{x^2+a^2}}}\, dx$$

und

$$\text{(3)} \qquad 2\sqrt{\frac{\pi a\varrho}{\lambda}}\, t = \int_o^x \frac{\sqrt[4]{x^2+a^2}}{\sqrt{\lambda - \sqrt{x^2+a^2}}}\, dx,$$

wenn

$$\lambda = \sqrt{l^2+a^2}$$

gesetzt wird, und die Zeitmessung in dem Augenblicke anfängt, in welchem der bewegliche Punkt sich im Kreismittelpunkte befindet.

Dass das Integral 3) ein transformirtes elliptisches Integral ist, sieht man sogleich, wenn man die Grösse

$$y = \sqrt{x^2+a^2}$$

als unabhängige Veränderliche einführt. Es ergibt sich

$$dx = \frac{y\,dy}{\sqrt{y^2-a^2}},$$

und

$$(4) \qquad \sqrt{\frac{\pi a \varrho}{\lambda}}\, t = \int_a^y \frac{y^2 dy}{\sqrt{4y(\lambda - y)(y^2 - a^2)}}.$$

Um dieses Integral in die *Weierstrass*'sche Normalform zu bringen, kann man die allgemeine Substitution

$$s_1 = \frac{\sqrt{R(y_0)}\sqrt{R(y)} + R(y_0) + \frac{1}{2} R'(y_0)(y - y_0)}{2(y - y_0)^2} + \frac{R''(y_0)}{24}$$

benutzen, wodurch ein Integral

$$\int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{R(y)}} = \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{Ay^4 + 4\,By^3 + 6\,Cy^2 + 4\,B'y + A'}}$$

in die Form

$$-\int_\infty^{s_1} \frac{ds_1}{\sqrt{4s_1^3 - g_2 s_1 - g_3}}$$

transformirt wird. Es ergibt sich in unserem speciellen Falle

$$R(y) = 4y(\lambda - y)(y^2 - a^2),$$
$$y_0 = a,$$
$$R(y_0) = o,$$
$$R'(y_0) = R'(a) = 8a^2(\lambda - a),$$
$$R''(y_0) = R''(a) = 8a(3\lambda - 5a),$$

und

$$s_1 = \frac{2a^2(\lambda - a)}{y - a} + \frac{a(3\lambda - 5a)}{3},$$

woraus ferner folgt

$$y - a = \frac{2a^2(\lambda - a)}{s_1 - a\lambda + \frac{5}{3} a^2},$$

$$y = \frac{a(s_1 + a\lambda - \frac{1}{3} a^2)}{s_1 - a\lambda + \frac{5}{3} a^2},$$

$$y + a = \frac{2a(s_1 + \frac{2}{3} a^2)}{s_1 - a\lambda + \frac{5}{3} a^2},$$

$$\lambda - y = \frac{(\lambda - a)(s_1 - a\lambda - \frac{1}{3} a^2)}{s_1 - a\lambda + \frac{5}{3} a^2},$$

$$dy = -\frac{2a^2(\lambda - a)ds_1}{(s_1 - a\lambda + \frac{5}{3} a^2)^2}.$$

Diese Werthe, in die Gleichung 4) eingesetzt, ergeben

$$(5)\qquad \frac{1}{a^2}\sqrt{\frac{\pi a\varrho}{\lambda}}\,t =$$

$$-\int_{\infty}^{s_1}\frac{(s_1 + a\lambda - \tfrac{1}{3}a^2)^2 ds_1}{(s_1 - a\lambda + \tfrac{1}{3}a^2)^2\sqrt{4(s_1 + a\lambda - \tfrac{1}{3}a^2)(s_1 + \tfrac{2}{3}a^2)(s_1 - a\lambda - \tfrac{1}{3}a^2)}}.$$

Die drei Wurzeln

$$\varepsilon_1 = a(\lambda + \tfrac{1}{3}a),$$
$$\varepsilon_2 = -\tfrac{2}{3}a^2,$$
$$\varepsilon_3 = a(-\lambda + \tfrac{1}{3}a),$$

deren Grössenfolge durch die Bedingungen

$$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$$

angegeben wird, genügen der Gl.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0.$$

Wir transformiren allerdings die Gl. 5) noch ein wenig indem wir eine Veränderliche s durch die Gl.

$$s_1 = 2a\lambda . s$$

einführen. Es ergibt sich dann

$$(6)\qquad \frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a}\,t = -\int_{\infty}^{s}\frac{(s - e_3)^2 ds}{(s - s_0)^2\sqrt{4(s - e_1)(s - e_2)(s - e_3)}},$$

worin

$$e_1 = \frac{a + 3\lambda}{6\lambda},$$

$$e_2 = -\frac{2a}{6\lambda},$$

$$e_3 = \frac{a - 3\lambda}{6\lambda},$$

und

$$s_0 = \frac{3\lambda - 5a}{6\lambda}$$

ist.

Setzt man schliesslich

$$s = \wp(u),$$

und

$$s_0 = \wp(v),$$

wobei v eine complexe Grösse von der Form

$$v = \omega_1 + i\,\alpha$$
$$\left(o \overline{\overline{<}}\, \alpha \leq \frac{\omega_3}{i}\right)$$

bezeichnet, so ergibt die Gl. 6)

(7) $$\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a}\,t = \int_0^u \frac{(\wp u - e_3)^2}{(\wp u - \wp v)^2}\,du\,.$$

Das rechts in dieser Gl. stehende Integral soll nun berechnet werden. Zu dem Zwecke schreibe man

$$\frac{(\wp u - e_3)^2}{(\wp u - \wp v)^2} =$$
$$= \frac{\{\wp u - \wp v + (\wp v - e_3)\}^2}{(\wp u - \wp v)^2} = 1 + \frac{2(\wp v - e_3)}{\wp u - \wp v} + \frac{(\wp v - e_3)^2}{(\wp u - \wp v)^2}$$

und erhält dann beim Einsetzen in die Gl. 7)

(8) $$\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a}\,t = u + 2(\wp v - e_3)\int_0^u \frac{du}{\wp u - \wp v} +$$
$$+ (\wp v - e_3)^2 \int_0^u \frac{du}{(\wp u - \wp v)^2}.$$

Die Werthe der in diesem Ausdrucke eingehenden unbestimmten Integrale

$$\int \frac{du}{\wp u - \wp v}\,; \quad \int \frac{du}{(\wp u - \wp v)^2}$$

sind bekanntlich

$$\int \frac{du}{\wp u - \wp v} = \frac{1}{\wp'(v)}\left\{\log \frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} + 2\,\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}\,u\right\} + \text{Const.}$$

$$\int \frac{du}{(\wp u - \wp v)^2} =$$
$$= \frac{-1}{\wp'^2(v)}\left\{\wp''(v)\int \frac{du}{\wp u - \wp v} + \frac{\sigma'(u+v)}{\sigma(u+v)} + \frac{\sigma'(u-v)}{\sigma(u-v)} + 2p(v)\,u\right\} + \text{Const}$$

Hieraus folgt ferner, wenn man die Grenzwerthe einsetzt,

$$\int_0^u \frac{du}{\wp u - \wp v} = \frac{1}{\wp'(v)}\left\{\log \frac{\sigma(v-u)}{\sigma(v+u)} + 2\,\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}\,u\right\},$$

$$\int_0^u \frac{du}{(\wp u - \wp v)^2} =$$

$$= \frac{-1}{\wp'^2(v)}\left\{\wp''(v)\int_0^u \frac{du}{\wp u - \wp v} + \frac{\sigma'(v+u)}{\sigma(v+u)} - \frac{\sigma'(v-u)}{\sigma(v-u)} + 2\wp(v).\,u\right\}.$$

Dem natürlichen Logarithmus ist hierbei sein Hauptwerth beizulegen. Die Gl. 8) für t geht nun über in

$$\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a}t = u +$$

$$+ \frac{(\wp v - e_3)[2\wp'^2(v) - (\wp v - e_3)\wp''(v)]}{\wp'^3(v)}\left\{\log\frac{\sigma(v-u)}{\sigma(v+u)} + 2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}u\right\}$$

$$(9)\qquad - \frac{(\wp v - e_3)^2}{\wp'^2(v)}\left\{\frac{\sigma'(v+u)}{\sigma(v+u)} - \frac{\sigma'(v-u)}{\sigma(v-u)} + 2\,\wp(v).\,u\right\}.$$

Um diese Gleichung etwas zu vereinfachen, führen wir zwei neue Constanten $C_1(v)$ und $C_2(v)$ ein, indem wir setzen

$$C_1(v) = \frac{(\wp v - e_3)[2\wp'^2(v) - (\wp v - e_3)\wp''(v)]}{\wp'^3(v)},$$

$$C_2(v) = -\frac{(\wp v - e_3)^2}{\wp'^2(v)}.$$

Es bestehen ferner die Gl.

$$\wp(v) = \frac{3\lambda - 5a}{6\lambda},$$

$$\wp'(v) = i\frac{\lambda - a}{\lambda}\sqrt{\frac{2a}{\lambda}},$$

$$\wp''(v) = \frac{(\lambda - a)(\lambda - 4a)}{\lambda^2},$$

mit Hilfe deren für die Constanten $C_1(v)$ und $C_2(v)$ die folgenden Werthe C_1 und C_2 sich ergeben

$$C_1 = -i\frac{\lambda}{2a}\sqrt{\frac{\lambda}{2a}},$$

$$C_2 = \frac{\lambda}{2a}.$$

Stellen wir jetzt sämmtliche für eine Discussion der Aufgabe nothwendigen Formeln zusammen, so bekommen wir das System:

$$\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a} t = u + C_1 \left\{ \log \frac{\sigma(v-u)}{\sigma(v+u)} + 2 \frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)} u \right\}$$

$$(10) \qquad + C_2 \left\{ \frac{\sigma'(v+u)}{\sigma(v+u)} - \frac{\sigma'(v-u)}{\sigma(v-u)} + 2 \wp(v) . u \right\}.$$

$$(11) \qquad y = a \frac{\wp u - e_3}{\wp u - \wp v}.$$

$$(12) \qquad \lambda - y = (\lambda - a) \frac{\wp u - e_1}{\wp u - \wp v}.$$

$$x^2 = y^2 - a^2 = \frac{2a^2(\lambda - a)}{\lambda} \frac{\wp u - e_2}{(\wp u - \wp v)^2}.$$

$$(13) \qquad x = a \sqrt{\frac{2(\lambda - a)}{\lambda}} \frac{\sigma_2(u)}{\sigma(u)(\wp u - \wp v)}.$$

$$v^2 = \frac{4\pi\varrho(\lambda - a)}{\lambda} \frac{\wp u - e_1}{\wp u - e_3}.$$

$$(14) \qquad |v| = \left| \frac{dx}{dt} \right| = 2 \sqrt{\frac{\pi\varrho(\lambda - a)}{\lambda}} \frac{\sigma_1(u)}{\sigma_3(u)}.$$

Dem Werthe $u = o$ entsprechen die Werthe $t = o$ und $x = o$. Der bewegliche Punkt fällt mit dem Mittelpunkte des Kreisringes zusammen und die Geschwindigkeit hat ihren grössten Werth

$$v_{\max} = 2 \sqrt{\frac{\pi\varrho(\lambda - a)}{\lambda}}.$$

Während u stets reelle Werthe annehmend wächst, nimmt x anfänglich zu, während die Geschwindigkeit abnimmt. Für $u = \omega_1$ erreicht x seinen grössten Werth

$$\sqrt{\lambda^2 - a^2} = l.$$

Die Geschwindigkeit ist Null. Der bewegliche Punkt kehrt dann zurück, erreicht für $u = 2\omega_1$ wieder den Mittelpunkt des Kreises, und macht einen ebenso grossen symme-

trischen Ausschlag nach der anderen Seite. Die Bewegung ist eine oscillirende mit der vollständigen Periode T, bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{4a} T = \omega_1 + 2C_1 \left\{ \frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)} \omega_1 - \eta_1 v + \frac{\pi i}{2} \right\} + 2C_2 \left\{ \eta_1 + \wp(v).\omega_1 \right\}.$$

Numerisches Beispiel: Unter den Annahmen

$$\varrho = 1, a = 1, l = \sqrt{3},$$

ergibt sich für die Schwingungszeit der Werth

$$T = 5.84506 \text{ sek.}$$

Annäherung: Wenn die Schwingungen sehr klein sind, so kann man approximativ setzen

$$a = \lambda - y.$$

Es ergibt sich dann

$$e_1 = \tfrac{2}{3}; \quad e_2 = e_3 = -\tfrac{1}{3},$$

und die elliptischen Functionen degeneriren. Man bekommt

$$g_2 = 3e_1^2 = \tfrac{4}{3}; \quad g_3 = e_1^3 = \tfrac{8}{27}.$$

$$\wp u = -\frac{3g_3}{2g_2} + \frac{9g_3}{2g^2} \frac{1}{\sin^2 u \sqrt{\frac{9g_3}{2g^2}}} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{\sin^2 u}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2}.$$

$$\wp v = e_3 = -\frac{1}{3}.$$

$$\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a} t = u.$$

$$\lambda - a = \frac{1}{2} \frac{l^2}{a}.$$

$$x = l \sin u = l \sin\left(\frac{\sqrt{2\pi\varrho}}{a} t\right).$$

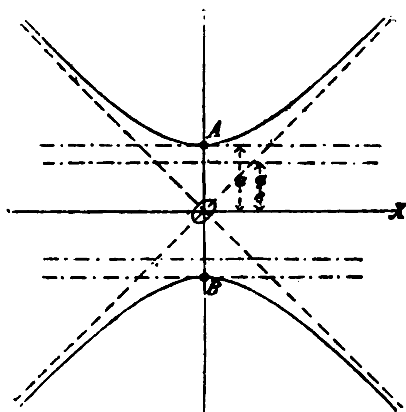
$$T = \sqrt{\frac{2\pi}{\varrho}}\, a.$$

Die Bewegung ist in diesem Falle die gewöhnliche oscillirende Bewegung, welche auch als Projection einer gleichförmigen Kreisbewegung dargestellt werden kann.

III) Specielle Fälle der Bewegung eines schweren Punktes auf einer Hyperbel.

Eine Hyperbel liegt in einer verticalen Ebene, so dass ihre imaginäre Axe horizontal ist. Auf der Hyperbel bewegt sich ein materieller Punkt unter dem Einfluss der Schwerkraft. Es ergibt sich, dass die Bewegung dieses Punktes für specielle Annahmen über die Anfangsgeschwindigkeit desselben durch elliptische Functionen ausgedrückt werden kann.

Fig. 3.



Es sei (Fig. 3)

(1) $$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

die Gleichung der Hyperbel in einem von den Axen gebildeten ebenen Coordinatensysteme. Alsdann ergibt sich für das Bogendifferential ds die Gl.

$$\left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = \frac{a^2(a^2 - y^2)}{a^4 - (a^2 + b^2)y^2},$$

oder

(2) $$\left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = \frac{a^2 - y^2}{a^2 - e^2 y^2},$$

wenn die numerische Excentricität der Hyperbel mit e bezeichnet wird. Nach dem Gesetze der lebendigen Kraft ist nun

$$\text{(3)} \qquad \frac{1}{2}v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = g(h-y);$$

v bezeichnet hierin die Geschwindigkeit, $y = h$ ist die Gl. für die horizontale Gerade, welche das Niveau der Geschwindigkeit Null angibt. Aus den Gl. 2) und 3) ergibt sich die Differentialgl. der Bewegung des schweren Punktes auf der Hyperbel, nämlich

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{g(h-y)(a^2-y^2)}{(a^2-e^2y^2)},$$

woraus

$$\sqrt{2g}\,dt = \pm\frac{(a^2-e^2y^2)dy}{\sqrt{(h-y)(a^2-y^2)(a^2-e^2y^2)}}.$$

Das Zeichen $+$ entspricht der fallenden, das Zeichen $-$ der steigenden Bewegung. Durch Integration folgt ferner

$$\text{(4)} \qquad \sqrt{2g}\,t = \pm\int_{y_0}^{y}\frac{(a^2-e^2y^2)dy}{\sqrt{(h-y)(a^2-y^2)(a^2-e^2y^2)}},$$

wobei die Ordinate des Ausgangspunktes mit y_0 bezeichnet ist. Das Polynom unter dem Wurzelzeichen ist vom fünften Grade. Werden zwei der Wurzeln desselben einander gleich, so kann die Bewegung durch elliptische Functionen bestimmt werden. Diese Wurzeln sind

$$h,\ a,\ -a,\ \frac{a}{e} \text{ und } -\frac{a}{e},$$

und es sind hierbei nur die folgenden vier Fälle möglich:

$$h = a,\quad h = -a,\quad h = \frac{a}{e} \text{ oder } h = -\frac{a}{e}.$$

Jeder dieser Annahmen entspricht ein verschiedenes Niveau der Geschwindigkeit Null. Zwei dieser Niveaulinien sind die durch die Scheitel A und B gezogenen wagerechten Geraden, die beiden übrigen liegen innerhalb dieser, symmetrisch in Bezug auf die horizontale Axe der Hyperbel.

Da keine von diesen Niveaulinien den oberen Hyperbelast schneidet, so folgt, dass die Bewegung des schweren Punktes nur auf dem unteren Hyperbelast stattfinden kann, wenn dieselbe durch elliptische Functionen ausgedrückt werden soll.

Betrachten wir zunächst den Fall

$$h = a.$$

Die Gl. 4) geht unter dieser Annahme über in

$$\sqrt{2g}\, t = \pm \int_{y_0}^{y} \frac{(a^2 - e^2 y^2) dy}{(a - y)\sqrt{(a + y)(a^2 - e^2 y^2)}},$$

welche Gl. durch die Substitutionen

$$y = -a\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{e}\, s\right\},$$

$$s = \wp u$$

mit den Bestimmungen

$$= e_1 \frac{2e}{3}, \quad e_2 = \frac{3 - e}{3}, \quad e_3 = -\frac{3 + e}{3},$$

$$y_0 = -a\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{e} s_0\right\} = -a\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{e}\wp(u_0)\right\},$$

in die Gl.

$$(5) \qquad \sqrt{\frac{g}{2ae}}\, t = \mp \int_{u_0}^{u} \frac{(\wp u - e_2)(\wp u - e_3)}{\wp u + \frac{4}{3} e}\, du$$

transformirt wird. Setzt man noch

$$\wp(v) = -\frac{4}{3} e,$$

wobei

$$o < \frac{v}{i} < \frac{\omega_3}{i}$$

st, so findet man, wenn man die Integration in 5) ausführt:

$$(6) \qquad \sqrt{\frac{g}{2ae}}\, t =$$

$$\pm \Big|_{u_0}^{u} \left\{\frac{\sigma'(u)}{\sigma(u)} + e_1 u - \frac{e^2 - 1}{\wp'(v)}\left(\log\frac{\sigma(u - v)}{\sigma(u + v)} + 2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}\, u\right)\right\}.$$

Während 6) die Zeit gibt, so bestimmt die Gl.

$$y = -a\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{e}\wp u\right\} \tag{7}$$

die Lage des beweglichen Punktes auf der Hyperbel. In diesen Gl. ist u eine reelle Veränderliche. u_0 kann angemessen gleich der halben reellen Periode ω_1 der $\wp u$-Function angenommen werden. Die Zeit wird alsdann von dem Augenblicke des Durchganges des materiellen Punktes durch den Scheitel B gezählt. Die Gl. 6) geht über in

$$\sqrt{\frac{g}{2ae}}\,t = \tag{8}$$

$$\frac{u)}{u)} - \eta_1 + e_1(u-\omega_1) - \frac{e^2-1}{\wp'(v)}\left(\log\frac{\sigma(u-v)}{\sigma(u+v)} + 2\eta_1 v + 2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}(u-\omega_1)\right)\Bigg\}.$$

Betrachten wir noch einen Fall, beispielsweise denjenigen, für welchen

$$h = -\frac{a}{e}$$

ist. Die Gl. 4) ergibt dann

$$\frac{\sqrt{2g}}{e}\,t = \pm\int_{y_0}^{y}\frac{\left(\frac{a}{e}-y\right)dy}{\sqrt{\left(\frac{a}{e}-y\right)(y^2-a^2)}}. \tag{9}$$

Setzt man

$$y = \frac{a}{e}\left(\frac{1}{3} - s\right),$$

$$s = \wp u,$$

$$e_1 = \frac{3e+1}{3}; \quad e_2 = -\frac{2}{3}, \quad e_3 = -\frac{3e-1}{3},$$

$$y_0 = \frac{a}{e}\left(\frac{1}{3} - s_0\right) = \frac{a}{e}\left(\frac{1}{3} - \wp(u_0)\right),$$

so geht die Gl. 9) über in die sehr einfache Gl.

$$\sqrt{\frac{g}{2ae}}\,t = \mp\int_{u_0}^{u}(\wp u - e_2)\,du,$$

woraus

$$(10)\qquad \sqrt{\frac{g}{2ae}}\,t = \pm \Big|_{u_0}^{u} \left\{\frac{\sigma'(u)}{\sigma(u)} + e_2 u\right\}$$

gefunden wird. Während u abnehmend die Werthe des Intervalles

$$\omega_1 \geqq u > 0$$

annimmt, bewegt sich der materielle Punkt von dem Scheitel B des unteren Hyperbelasts bis ins Unendliche. Nehmen wir speciell

$$u_0 = \omega_1,$$

so ergibt die Gl. 10) für die Zeit den Ausdruck

$$(11)\qquad \sqrt{\frac{g}{2ae}}\,t = \pm \left\{\frac{\sigma'(u)}{\sigma(u)} - \eta_1 + e_2(u - \omega_1)\right\}.$$

Die Lage des beweglichen Punktes wird bestimmt durch die Gl.

$$(12)\qquad y = \frac{a}{e}\left(\frac{1}{3} - \wp u\right).$$

Für die beiden anderen Fälle wird die Behandlung der Aufgabe ganz analog. Wir verzichten deshalb auf jene Fälle näher einzugehen.



Bidrag till kännedom af sydvestra Sibiriens insektfauna.

Förteckning öfver i Minusinska kretsen och angränsande delar af Mongoliet af K. J. Ehnberg och R. E. Hammarström sommaren 1885 insamlade

Cerambycider

sammanställd af

R. Hammarström.

Våren 1885 erhöllo insamlarne af Universitetet i Helsingfors ett reseunderstöd ur den Sahlbergska donationsfonden, hvars ändamål såsom bekant är att understöda zoologiska forskningsresor uti trakter belägna utom Europa. Till undersökningsområde utvaldes en del af södra Sibirien, efter den förnämsta orten derstädes kallad Minusinska kretsen och sträckande sig längs båda sidorna af Jenisei ända till Kinesiska gränsen. Detta på den grund att Sibiriens fauna likasom för mellersta Europa så ock för vårt land eger många intressanta jemförelsepunkter, hvarför alla företag, åsyftande att i entomologiskt hänseende göra faunan derstädes känd, tillika borde kunna lemna värdefullt material till lösande af en mängd djurgeografiska frågor, t. ex. frågan om insektarternas utbredningscentra etc. Det entomologiska arbetet var afsedt att fördelas sålunda, att Ehnberg skulle rikta sin hufvudsakliga uppmärksamhet på Lepidoptera, jag åter på Coleoptera och Hymenoptera, utan att dock försumma insamlandet af öfriga ordningar.

Afresan från Helsingfors skedde den 22 Maj 1885, och den 21 Juni anlände vi till Minusinsk, der de första skördarna gjordes. Efter några dagars uppehåll och insamlingar i de steppartade omgifningarna af denna stad, reste

vi den 28 Juni till den finska förbrytare kolonin Werchne-Sujetuk, der en mera omvexlande terräng och en frodigare vegetation af örter, gräs och trädartade växter också åtföljdes af ett rikare insektlif. Här gjordes insamlingar under trenne veckors tid, hvarefter vi förflyttade oss till den ryska byn Osnatjennaja, dit vi anlände den 21 Juli. Belägen uppå gränsen emellan steppen, hvilken, efter den densamma genomflytande bifloden till Jenisei, kallas den Abakanska och den Sajanska bergsträckningen, som sänder sina skogbevuxna utlöpare ända till byns närhet, erbjuder denna ort tillfälle till insamlingar både på steppområdet och inom det egentliga skogsgebitet, som utbreder sig längs dälderna och de lägre höjderna, hvilka uppgå till circa 3 à 4000 fots höjd. Den från den finska olikartade karakteren i denna skogsvegetation framträder uti en rikligare och saftigare undervegetation af örtartade växter. Uti de högre fjälltrakterna öfvergår den dock genom förekomsten af ris till mera likartad. Trädformerna äro hufvudsakligen lärkträd uti de lägre delarne, Pinus cembra och Abies pichta i de högre, blandade med hos oss vanliga löf och barrträd. Ofvan skogsgränsen uppträda alpina örter. I denna alpina region voro insamlingarne mindre betydande med anledning af den relativt ringare utbredningen af sagda formation och det svårtillgängliga läget af de högre fjällpartierna, ehuru visserligen ett grundligt insamlande å just dessa ställen säkert varit af största intresse.

Från Osnatjennaja afreste vi den 17 Augusti till det midt in i bergen belägna Abakanska jernbruket (Abakanskij savod), dit vi anlände den 18 Augusti. Efter en tids excursioner på de närbelägna höjderna och i dälderna, företogs den 30 Augusti en excursion öfver Sajanska bergen in på det mongoliska steppområdet söder om desamma i trakterna kring bifloden Kemtschik och Jeniseis öfra lopp. Den 29 September skedde återfärden härifrån med en stockflotta längs Jenisei till Osnatjennaja, dit vi anlände den 5 Oktober, och till Abakanska bruket den 7:de. Här dröjde vi till den 21 Oktober, reste sedan till Minusinsk, hvarifrån vi, sedan

slädföre inträdt, anträdde återfärden till Europa den 22 November.

Hvad det vetenskapliga utbytet af resan, representeradt genom de insamlade arternas och exemplarens antal beträffar, så må här först nämnas, att antalet af de förra, då ännu en stor del af samlingarne är obearbetad eller under bearbetning, icke kan bestämmas. Följande tal uttrycka åter mängden af de utaf de olika ordningarna insamlade exemplaren: Coleoptera 9,618 ex.; Hymenoptera 2,282 ex.; Lepidoptera 2,134 ex.; Hemiptera 1,666 ex.; Diptera 631 ex.; Orthoptera 368 ex.; Neuroptera 110 ex.; summa 16,809 exempl.

Tillika må här anmärkas, att i följd af den vid vår ankomst långt framskridna årstiden säkerligen en mängd former, hvilka uppträda tidigare på våren, hade hunnit försvinna. Dock torde kunna antagas, att samlingarna i fråga, då de engång blifvit fullständigt bearbetade, i sin mån skola bidraga till en bättre kännedom af insektfaunan uti det undersökta området. Det torde derför icke sakna sitt intresse att meddela, hvilket öde samlingarna undergått, sedan de hamnat på finsk mark. Hufvuddelen förvaras i Universitetets entomologiska museum. Skilda grupper hafva blifvit bearbetade dels af inhemska, dels af utländska specialister, och några publikationer angående desamma hafva ock redan sett dagens ljus. Filosofie kandidat Ehnberg har bestämt en del af fjärilarne, professor J. Sahlberg har bearbetat familjerna Buprestidae och Elateridae samt en del Carabicider, och utsigt förefinnes att också de öfriga Coleoptera i en snar framtid skola blifva af honom genomsedda. D:r J. Morawitz i S:t Petersburg har bestämt Hymenoptera Anthophila och Raptatoria samt bland bien beskrifvit några nya arter. Staphyliniderna hafva bearbetats af D:r Eppelsheim i Germersheim, och Curculioniderna af D:r Faust i Libau. En förteckning öfver de senare af D:r Faust har blifvit publicerad uti „Öfversigt af finska Vetenskaps-societetens förhandlingar Bd XXXII", hvaruti bland de insamlade 137 arterna icke mindre än 28 nya arter beskrifvits.

Diptera äro under bearbetning hos Herr Röder i Hoym, och i Finska Vet. Soc. Förhandlingar Bd XXXIII 1891 har professor O. M. Reuter publicerat en förteckning öfver de insamlade Hemiptera Heteroptera.

I det följande lemnas en förteckning öfver de uti samlingarna befintliga Cerambyciderna. Antalet af arterna är relativt ringa, endast femtio. Det torde dock vara tillräckligt att också för denna grupp påvisa den stora öfverensstämmelse emellan södra Sibiriens och norra samt mellersta Europas insektfauna, som redan förut genom föregående samlares arbeten blifvit flerfaldiga gånger påvisad. Af de nedan uppräknade arterna äro 39 gemensamma. Sålunda äro, då *Anoplistes minutus* n. sp. och *Neodorcadion quinquevittatum* n. sp. och *Neodorcadion sajanicum* n. sp. såsom hörande till det mongoliska faunaområdet borträknas, endast 8 af de samlade arterna karakteristiska för den Sibiriska faunan, nämligen *Leptura 12-guttata* Fabr., *Strangalia longipes* Gebl., *Pachyta variabilis* Gebl., *Oedecnema dubia* Fabr., *Clytus gracilipes* Fald., *Clytus hircus* Gebl., *Phytoecia cinctipennis* Mann., *Oberea depressa* Gebl.

Bestämningarna äro gjorda hufvudsakligen med ledning af „Bestimmungs-Tabellen der europäischen Coleopteren, VII, Cerambycidæ. Bearbeitet von Ludvig Ganglbauer". De med * betecknade arterna tillhöra icke den europeiska faunan. E = Ehnberg, H = Hammarström.

Cerambycidae.

Cerambycitae.

Grupp Lepturini.

1. **Necydalis major** L. En hane tagen af E. vid Werchne-Sujetuk.

2. **Leptura attenuata** L. Synes vara ganska allmän och är i flertal tagen vid Osnatjennaja, Verchne-Sujetuk, Abakanska bruket och Minusinsk. E. H.

3. **Lept. arcuata** Panz. (annularis Fabr.). Några exemplar tagna vid Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

4. **Lept. quadrifasciata** L. Allmän vid Verchne-Sujetuk, Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

5. **Lept. thoracica** Fabr. Ett exemplar taget vid Osnatjennaja. E.

6. **Lept. melanura** L. Allmän vid Verchne-Sujetuk, Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

7. **Lept. bifasciata** Müller (cruciata Oliv.). Lika allmän som föregående vid Verchne-Sujetuk, Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

Många exemplar öfverenstämma till färgen fullkomligt med *Stenura Sedakowi* Mannerh., utan att dock så väsentligt skilja sig från bifasciata, att något skäl förefunnes för uppställandet af en skild art, utan bör denna St. Sedakowi, såsom ock af S. Solsky uti Horæ societatis entomologicæ rossicæ T. IX N:o 3 blifvit framhållet, anses endast ss. en färgvarietet af L. bifasciata.

8. **Lept. æthiops** Poda (atra Laich.). Några exemplar tagna af Martjanow vid Minusinsk.

9. **Lept. nigripes** De Geer. Allmän vid Verchne-Sujetuk och Osnatjennaja. E. H.

10. **Lept. sexmaculata** L. (trifasciata Fabr.). Ett exemplar taget vid Osnatjennaja. H.

11. **Lept. erratica** Dalm. (sexmaculata Fabr.). Högeligen allmän vid Osnatjennaja, Verchne-Sujetuk och Abakanska bruket. E. H.

12. **Lept. rubra** L. (rubrotestacea Ill). Några exemplar tagna vid Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

13. **Lept. variicornis** Dalm. Tagen i flertal vid Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

14. **Lept. dubia** Scop. (cinta Fabr.). I flertal tagen vid Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

15. **Lept. virens** L. Tagen i mängd vid Osnatjennaja och Abakanska bruket. En del exemplar utmärka sig genom sin mörka färg beroende uppå en glesare och gråare behåring än hos hufvudformen. E. H.

16. **Lept. livida** Fabr. Flere exemplar samlade från Verchne-Sujetuk och Osnatjennaja.

♀ **var. bicarinata** Arnold, tagen i några exemplar vid Osnatjennaja. E. H.

*17. **Lept. 12-guttata** Fabr. Ett exemplar från Verchne-Sujetuk. E. — Tagen vid Minusinsk af Martjanow.

*18. **Strangalia longipes** Gebl. Tvänne exemplar tagna af E. vid Osnatjennaja.

19. **Acmaeops collaris** L. Vid Abakanska bruk. E. H.

20. **A. smaragdula** Fabr. Ett exemplar från Osnatjennaja. H.

21. **Gaurotes virginea** L. Osnatjennaja och Abakanska bruket. Alla exemplaren (4) med röd thorax.

22. **Brachyta interrogationis** L. Från Osnatjennaja, Abakanska bruket och Minusinsk tagen i flertal, alla med väl utvecklade fläckar på elytra. E. H.

*23. **Br. (Pachyta) variabilis** Gebl. Tvänne exemplar erhållna från Minusinska museum.

*24. **Oedecnema dubia** Fabr. Tvänne exemplar tagna af förf. vid Verchne-Sujetuk. Dessutom äro trenne exemplar utan närmare angifvande af lokal erhållna från museum i Minusinsk genom Martjanow.

25. **Rhagium inquisitor.** L. Tvänne exemplar från Osnatjennaja. E. H.

Grupp Cerambycini.

26. **Clytus rusticus** L. Ett enda exemplar taget vid Verchne-Sujetuk. H.

27. **Cl. pantherinus** Saven. Ett exemplar erhållet genom Martjanow ur Minusinka museum utan lokaluppgift.

28. **Cl. ibex** Gebl. Tagen vid Osnatjennaja och Abakanska bruket. E.

*29. **Cl. gracilipes** Fald. Högeligen allmän vid Verchne-Sujetuk, dessutom några ex. från Minusinsk. E. H.

*30. **Cl. hircus** Gebl. Tio exemplar tagna vid Verchne-Sujetuk pupå staplar af björkved. H.

31. Cyrtoclytus capra Germ. Allmän vid Minusinsk, Verchne-Sujetuk, Osnatjennaja och Abakanska bruket. E. H.

***32. Anoplistes minutus n. sp.**

Niger, elytris lateritio-rubris; capite prothoraceque parce albido-pubescentibus, illo antice subtiliter-, inter oculos rugoso-punctato; prothorace longitudine paullo latiore, ante basin leviter coarctato, utrinque impressione longitudinali basin versus convergente, qvam vertice multo fortius ruguloso-punctato, lateribus medio obtuse angulatis; elytris macula basali subtriangulariter rotundata, flavorubra, in hac fortiter punctatis, ceterum subtiliter et dense ruguloso-punctatis, dense atque aequaliter albo-pubescentibus; corpore subtus sat subtiliter punctulatus et albido-pubescens. Long. 9 m. m.

♀ Antennæ corpore distincte (circiter $^1/_4$) breviores, pygidio margine postico dense testaceo-imbriato.

Svart, hufvudet framtill lätt, pannan och främre delen af hjessan temligen djupt punkterade, med sparsam och uppstående hvit behåring. Prothorax något bredare än lång, framtill och baktill afstött, vid bakre randen något insnörd, sidoranden med en liten trubbig knöl, framåt och bakåt måttligt afsmalnande, vid främre randen nästan bredare än vid bakre. Den är skrynkligt punkterad, på hvardera sidan bakom midten med en svag emot basen konvergerande intryckning, på undre sidan med sparsam och åtliggande behåring. Täckvingarne svarta, sidoranden och en rundad fläck inom skuldran rödgula, skilda från hvarandra genom ett temligen bredt svart band. Punkteringen inom skulderfläcken djup, för öfrigt äro täckvingarne temligen tätt och likformigt skrynkligt punkterade. Den hvita behåringen på elytra är tät, kort och likformig, hvarigenom täckvingarne erhålla ett gråskimrande utseende. Kroppens undre sida med åtliggande hvit behåring, meso- och metasternum lätt, prosternum starkare, svagt skrynkligt punkterade. Bukringarne mycket lätt punkterade, försedda med hvit behåring.

Denna art synes stå A. Halodendri närmast, från hvilken den dock genom sin mindre kroppsstorlek, kortare antenner och genom sin punktering lätt kan skiljas.

Bland de utaf G. N. Potanin uti China och Mongoliet insamlade samt af L. Ganglbauer beskrifna Cerambyciderna (Труды русскаго энтомологическаго Общества, Томъ XXIV) förekommer en ny art A. mongolicus, från hvilken den i fråga varande arten, om ock erbjudande vissa likheter, dock lätteligen skiljes genom kroppstorlek, genom den temligen smala gulröda sidoranden längs elytra och genom den rundade från den förra skilda basalfläcken, genom punkteringen och den mera likformiga hvita pubescensen på elytra.

Ett enda exemplar (♀) taget i Mongoliet invid Bjakows handelsfaktori vid floden Kemtschik af Ehnberg, den 19 sept.

33. **Criocephalus rusticus** L. Tagen i flertal vid Minusinsk, dessutom i Osnatjennaja. E. H.

34. **Asemum striatum** L. Ett exemplar från Abakanska bruket. H.

35. **Spondylis buprestoides** L. Från Minusinsk och Osnatjennaja. E. H.

Lamiitae.

*36. **Neodorcadion quinquevittatum n. sp.** Nigrum, nitidum; capite lateribus cinereo-pulverulento, medio sulcato, antice mediocriter, vertice fortius atque densius ruguloso-punctato; antennis unicoloribus, articulo primo sparse et subtiliter punctato, ante apicem plica transversa circulari, ceteris rufotestaceis; prothorace ruguloso-punctato, sulco medio, ad basin impressione transversa instructo; elytris oblongo-ovatis, nitidis, margine laterali vittisque quatuor albis: tertia et quarta, eodem modo prima et secunda postice conjunctis; carinis qvinque, suturali, humerali tribusqve inter has instructis; corpore subtus albido-pulverulento; pedibus nigris, albido-griseis. Long. 17 m. m.

Kroppen svart, på undre sidan med hvitgrå behåring, hvilken ock sträcker sig längs sidorna af hufvudet. Deremot är hufvudets öfra sida, likasom prothorax kal, glänsande. Punkteringen på hufvudets främre del ganska djup.

dock icke så grof och tät som emellan antennerna, der hufvudet är intryckt, samt på hjessan. Antennernas längd kan icke å de tvänne skadade exemplaren bestämmas, men de äro enfärgade, utan hvita ringar vid ledernas bas, den första leden på yttre sidan under spetsen med ett skarpt tvärveck. Prothorax ofvantill skrynkligt punkterad, med längsfåra; framför bakre randen med en tvärgående intryckning. Bredden större än längden, och å hvardera sidan finnes en hvass utstående tagg. Elytra ovala, sidoranden och fyra band hvita, åtskilda genom listformiga upphöjningar, till antalet fem, af hvilka i synnerhet humerallisten är skarp och hög samt sträcker sig, likasom ock de öfriga, nära elytras bakre rand. Omedelbart längs suturen befinner sig en list, så att det första hvita bandet icke följer suturen åt. Af de hvita banden äro det första och andra (ofta), likasom det tredje och fjärde baktill förenade och nå elytras bakkant; dessutom hafva det tredje och fjärde benägenhet att ock förenas framtill och innesluta då helt och hållet inom sig den fjärde längslisten, hvilken icke såsom de öfriga når elytras bas. Listerna glänsande och punkterade.

Endast tvänne skadade exemplar tagna af Ehnberg vid faktoriet Soldan invid Jenisei (Ulu-kem) uti Mongoliet i slutet af September.

***37. Neodorcadion sajanicum n. sp.** Nigrum, nitidulum, prothorace pedibusque nigris; antennis in ♂ longitudine corporis, in ♀ circiter $^1/_5$ brevioribus, articulo primo sparse et subtiliter punctato, nigro, ante apicem plica transversa instructo, ceteris rufotestaceis; capite antice mediocriter, apud ♀ subtilius punctato, medio sulcato, vertice fortiter ruguloso-punctato; prothorace rugoso-punctato linea longitudinali atque impressione transversali ante basin instructo; elytris oblongo-ovatis, carina postice abbreviata, medium elytorum attingens vel paullo superante, ceteris tribus obsoletioribus; infra carinam humeralem vittis tribus albis, duobus externis postice conjunctis; corpore subtus inaequaliter albido-pulverulento. Long. 17—18 m. m.

Kroppen svart, på undre sidan med hvitgrå pubescens. Öfre sidan kal och glänsande. Hufvudet framtill glänsande ganska djupt, ehuru glest punkteradt, — hos honan synes punkteringen vara svagare, — emellan antennerna intryckt och på hjessan groft skrynkligt punkterad. Antennerna hos hanen af kroppens längd, hos honan kortare, första leden svart med ett tvärveck vid antennledens spets, med undantag af första leden brunhårige. Prothorax bredare än lång med mer eller mindre markerad längslinie och en tvärgående intryckning framför basen, kal och på hvardera sidan med en hvass utstående tagg. Elytra glänsande, ovala, svagt skrynkligt punkterade, en humerallist nående hälften eller $^2/_3$ af elytras längd tydlig, innanför densamma trenne mer eller mindre tydliga längskölar. Elytra med trenne smala mer eller mindre tydliga hvita längsband, af hvilka de tvänne yttersta, närmare humerallisten belägna, förena sig baktill och utlöpa till elytras spets; framtill hafva dessa ock benägenhet att förena sig; alla tre äro belägna på den yttre hälften af elytra emellan sutural- och humeralisten, så att ett bredare glatt mellanrum finnes emellan suturen och första hvita längsbandet.

Några exemplar tagna invid floden Kemtschik i Mongoliet. E. H.

Synes stå närmast N. maurum, hvilken af B. E. Jakowleff beskrifvits ibland de af G. N. Potanin uti Mongoliet samlade arterna. Antennerna äro dock hos den nu beskrifna kortare; elytras hvita band och den i allmänhet svarta kroppsfärgen torde dock berättiga särskiljandet af densamma såsom en ny art.

38. Monochammus quadrimaculatus Motsch. (sartor Gyll. Thoms). Tvänne exemplar utan angifvande af fyndort erhållna från Minusinska museum genom Martjanow.

39. M. galloprovincialis Oliv. Tagen vid Osnatjennaaj af E. Dessutom erhållen från museum i Minusinsk.

40. Acanthocinus ædilis L. Några exemplar tagna uti stubbar vid Abakanska bruket. H.

41. **Acanthoderes clavipes** Schrank. (Lamia varia Fabr.). Verchne-Sujetuk och Abakanska bruket. E.

42. **Agapanthia Dahli** Richt. (cardui Fabr.). En hane och hona tagen vid Verchne-Sujetuk af H. Dessutom erhållen genom Martjanow.

43. **A. leucaspis** Stev. (cyanella Dalm). Verchne-Sujetuk. E. H.

44. **Saperda populnea** L. Ett exemplar taget vid Minusinsk. E.

45. **Phytoecia virgula** Charp. (punctum Men.). Ett exemplar från Verchne-Sujetuk. H.

46. **Ph. cylindrica** L. Ett exemplar från Verchne-Sujetuk. H.

47. **Ph. nigricornis** Fabr. Ett exemplar från Verchne-Sujetuk. E.

*48. **Ph. cinctipennis** Mhm. Tvänne exemplar från Verchne-Sujetuk. H.

49. **Oberea oculata** L. Ett exemplar från Abakanska bruket. E.

*50. **Oberea depressa** Gebl. Ett exemplar af denna sällsynta art taget af Ehnberg vid Osnatjennaja. Väl skild från O. pupillata Gyllh. De tre svarta linierna på thorax äro förbundna genom en basallinie, den mellersta sträcker sig till främre kanten af thorax, der den t. o. m. utbreder sig något längs densamma. Den gula fläcken på elytra förlängd uti en gul strimma, elytra *tvärt* afskurna.



Ftalidbildningen ur o-oxymetylbenzoesyra vid olika temperaturer

af

Edv. Hjelt.

I mina tidigare undersökningar öfver laktonbildningshastigheten[1]) påpekades det anmärkningsvärda förhållande, att reaktionshastigheten vid ftalidbildningen vid 100°, beräknad enligt den för reaktioner af andra ordningen gällande formeln, visar en stark ökning i den mån reaktionen framskrider. Detta förhållande beror sannolikt derpå, att vid framskridande ftalidbildning utspädningsgraden hos syrelösningen ökas samt syrans elektrolytiska dissociation i samma mån tilltager. Om så är, bör nämda formel kompletteras genom införande af dissociationsgraden hos den vid tiden för bestämningen i lösningen befintliga oförändrade syran. Fil. mag. U. Collan har i syfte att klarställa denna omständighet utfört undersökningar öfver ftalidbildningen, hvilka om kort komma att offentliggöras.

I det följande lemnas endast en sammanställning af undersökningarna öfver reaktionshastigheten vid oxymetylbenzoesyrans öfvergång i ftalid vid olika temperaturer.

Vid dessa försök hafva icke, såsom vid de föregående, användts en lösning beredd genom tillsats af saltsyra till oxysyrans salt, utan lösningarna hafva framstälts ur fri oxyme-

---

[1]) Acta Soc. Scient. Fem. Tom. XVIII.

tylbenzoesyra [1]) och således innehållit hvarken oorganiska eller organiska neutralsalter. På grund af syrans svårlöslighet hafva $^1/_{50}$-normal lösningar användts, undet det de tidigare bestämningarna gjorts med $^1/_{20}$-normal lösningar.

Lösningarna bereddes genom upplösning af syran i vatten, samt genom utspädning till den bestämda koncentrationen, hvilken fastställdes genom titrering. I öfrigt förfors såsom tidigare, utom vid de vid lägre temperatur (20° och 25°) gjorda försöken, der lösningen icke omedelbart fördelades i portioner af 10 c. c., utan profven efterhand uttogos från den kolf, i hvilken lösningen hölls innesluten. Försöken vid 36° —100° gjordes i den förut beskrifna apparaten.

Temperatur 20°.

Tid i timmar.	c. c. $Ba(OH)_2$	% syra.	$\frac{x}{a-x} \cdot \frac{1}{t}$
0	20,55	100	
16	17,03	82,9	0,0130
40	13,1	65,7	,0142
64	10,72	52,1	,0156
90	8,5	41,3	,0159
120	6,78	33,0	,0172
184	4,51	21,9	,0193
281	2,95	14,3	,0224
424	1,9	9,2	,0233

---

[1]) Den rena fria syran erhålles lätt, om man uppvärmer ftalid med måttligt koncentrerad natriumhydratlösning och försätter den afkylda lösningen med saltsyra. Den afskilda syran affiltreras snabt, tvättas med vatten och torkas på porösa plattor. Sålunda framstäld bildar den en af fina nålar sammansatt massa, hvilken smälter vid 120°. Vid 20° lösa 100 del. vatten 0,428 del. oxymetylbenzoesyra. Det är på grund af denna svårlöslighet syran lätt kan erhållas i fri form, ehuru den betydligt lättare öfvergår i inre anhydrid, än de laktongifvande oxyfettsyrorna, hvilka icke äro bekanta som rena fria syror.

Temperatur 25°.

(Bestämningen gjord af U. Collan).

Tid i timmar.	c. c. $Ba(OH)_2$.	% syra.	$\frac{x}{a-x} \cdot \frac{1}{t}$
0	33,1	100	
16	24,0	72,5	0,0237
40	16,45	49,7	,0253
100	8,25	24,9	,0301
188	4,16	12,5	,0370
265	2,76	8,3	,0415
290	2,52	7,6	,0422
360	1,90	5,7	,0456
475	1,29	3,7	,0519
788	0,53	1,6	,0780
1268	0,24	0,7	—

Temperatur 36°.

Tid. i minuter.			
0	20,65	100	
180	17,18	83,2	0,0011
420	14,0	67,8	,0011
680	11,42	55,3	,0012
1280	7,8	37,7	,0013
2000	5,73	27,7	,0013

Temperatur 51°.

	20,3	100	
0	20,0	98,5	
60	16,92	83,3	0,0030
120	14,4	70,9	,0032
230	11,0	54,2	,0036
360	8,35	41,1	,0038
480	6,68	32,9	,0041
720	4,70	23,1	,0045
1220	2,65	13,0	,0053
1440	2,2	10,8	,0056
1800	1,8	8,9	,0056

Temperatur 54°.

Tid i minuter.	c. c. $Ba(OH)_2$.	% syra.	$\frac{x}{a-x} \cdot \frac{1}{t}$
0	19,84	98,7	
30	17,9	89,0	0,0036
100	13,9	69,1	,0040
200	10,32	51,3	,0046
300	7,48	37,2	,0055
410	6,28	31,2	,0053

Temperatur 71°.

	20,05	100	
0	18,85	94,0	
10	16,35	81,5	0,0152
20	14,12	70,4	,0167
40	11,45	57,1	,0161
70	8,2	40,9	,0185
120	5,8	28,9	,0187
180	4,15	20,7	,0196
245	3,2	15,8	,0199
310	2,4	11,9	,0221

Temperatur 80°.

	20,4	100	
0	19,9	97,5	
10	16,38	80,3	0,0215
35	10,03	49,2	,0273
70	5,89	28,8	,0339
100	4,2	20,6	,0374
130	3,27	16,0	,0391
160	2,55	12,5	,0425
190	2,05	10,0	,0458

Vid ett kontrollförsök erhöllos följande tal.

Tid i minuter.	c. c. $Ba(OH)_2$.	% syra.	$\frac{x}{a-x} \cdot \frac{1}{t}$
	20,5	100	
0	19,5	95,1	
10	15,82	77,1	0,0232
20	13,38	65,2	,0229
40	9,2	45,9	,0240
70	5,78	28,2	,0338
100	4,02	19,5	,0368
130	3,18	15,5	,0394

Temperatur 100°.

	20,50	100	
0	17,36	84,7	
5	11,98	56,5	0,0898
10	8,6	42,0	,1012
20	5,19	24,8	,1205
40	2,65	13,0	,1388
50	2,05	10,0	,1493
70	1,32	6,4	,1735
95	1,0	4,9	,1722
120	0,73	3,6	,1898

En kontrollbestämning gaf följande tal.

	20,5	100	
0	17,4	84,9	
5	11,85	57,8	0,0936
10	8,46	41,2	,1056
20	5,1	20,0	,1204
40	2,65	12,9	,1391
70	1,39	6,7	,1645
100	0,94	4,6	,1751
130	0,7	3,4	,1835
160	0,55	2,7	,1914

Ur dessa bestämningar framgår, att för beräkning af reaktionskonstanten vid ftalidbildningen äfven vid lägre temperaturer den för reaktioner af andra ordningen gällande formeln icke oförändrad är tillämplig. Icke heller låter sig reaktionen uttryckas såsom en sådan af första ordningen. Reaktionskoefficienten ökas i den mån syremängden i lösningen minskas och den relativa ökningen blir större ju längre reaktionen framskrider. Den relativa ökningen håller sig ungefär lika vid de särskilda försöksserierna såsom af nedanstående sammanställning framgår och synes således icke i nämvärd grad vara beroende af temperaturen, ehuru man vore benägen att förutsätta motsatsen, om man anser denna ökning bero på tilltagande elektrolytisk dissociationsgrad hos syran.

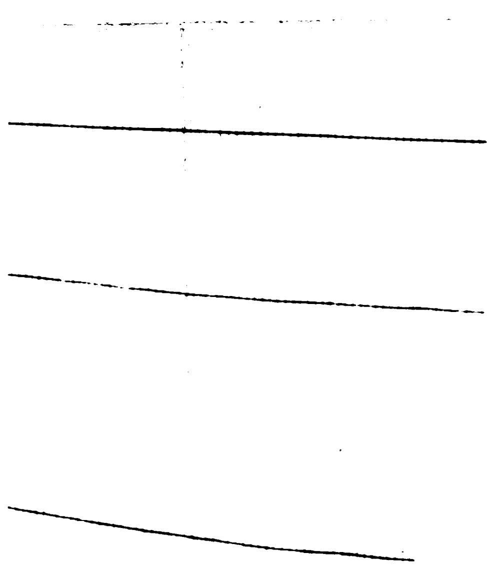
Deremot ökas naturligtvis den absoluta reaktionshastigheten med tilltagande temperatur, och i hvilken grad detta sker, framgår vid jämförelsen af reaktionskoefficienterna, samt de tider som erfordras för öfverförande af en viss mängd syra i ftalid, såsom ock af bilagda grafiska framställning.

Temperatur.	Förhållandet mellan reaktionshastigheterna vid första bestämningen.	Förhållandet mellan medeltalen af reaktionshastigheterna vid bestämningarna tills 90 % af syran öfvergått i ftalid.
20°	1	1
25°	1,7	1,7
36°	5,5	—
51°	14	14,3
54°	17	—
71°	70	61
80°	100	117
100°	414	400

Uträknar man åter den tid, som vid de olika temperaturerna åtgår för att öfverföra 90 % af syran i ftalid, erhållas följande tal (förvärmningstiden 2 min. deri inberäknad).

Temperatur.	Minuter.
20°	24,120
25°	14,040
51°	1,594
71°	(339)
80°	192
100°	52





ket för ds. Tilldelas k successivt nya värden, erhålles en följd af på sferen och på hvarandra böjbara ytor.

Notis om ett sätt att geometriskt interpretera elementen i de elliptiska integralerna.

Af

Edvard Selander.

För denna interpretation användes en af sferens böjningsytor. De rätvinkliga koordinaterna xyz för en punkt på en sfer med radien *1* skola derföre uttryckas som funktioner af krokliniga koordinater $\varnothing$, φ, motsvarande längd ($\varnothing$) och bredd (φ). Sammanfaller ekvatorns plan med xy-planet och är x-axeln dragen från sfer-medelpunkten som origo till första meridian, har man

$$\begin{aligned} x &= \cos\varphi \cos\varnothing, \\ y &= \cos\varphi \sin\varnothing, \\ z &= \sin\varphi. \end{aligned} \tag{1}$$

Som bekant besitta böjningsytorna till en gifven yta samma uttryck för linie-elementet som den gifna. Från föregående ekvationer finner man kvadraten af sferens linie-element

$$\begin{aligned} ds^2 &= dx^2 + dy^2 + dz^2 \\ &= d\varphi^2 + \cos^2\varphi \, d\varnothing^2. \end{aligned} \tag{2}$$

Sferens böjningsytor böra således hafva samma linie-elements ekvation. Förbytes i senaste uttryck $\cos\varphi$ i $k\cos\varphi$ och $\varnothing$ i $\frac{\varnothing}{k}$, då k betecknar en konstant, förändras icke uttrycket för ds. Tilldelas k successivt nya värden, erhålles en följd af på sferen och på hvarandra böjbara ytor.

För närmare bestämning af den ifrågavarande genom utböjning från sferen uppkomna ytan observeras att från $z = \sin\varphi$ fås

$$dz = \cos\varphi\, d\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi}\, d\varphi.$$

Antages å den nya ytan

(3) $$dz = \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}\, d\varphi$$

eller

(4) $$z = \int \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}\, d\varphi,$$

representerar senaste ekvation den kurva, å hvars rotationsyta sferen är böjbar. Man finner lätt att värdena härledda från denna likhet och från

(5) $$x = k \cos\varphi \cos\frac{\theta}{k}$$
$$y = k \cos\varphi \sin\frac{\theta}{k}$$

satisfiera sferens linie-elements ekvation (2). Sträcker sig det betraktade sfer-stycket från ekvatorn till polen bör tydligen

$$k < 1.$$

Betecknar α vinkeln emellan z-koordinaten och meridianens kurv-element i punkten $\theta\varphi$, gifva senaste ekvationer för $\theta = 0$

(6) $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dx}{dz} = \pm \frac{k \sin\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}}$$

hvaraf för $\varphi = \frac{\pi}{2}$, om $\sqrt{1 - k^2}$ betecknas med k',

$$\frac{dx}{dz} = \pm \frac{k}{\sqrt{1 - k^2}} = \pm \frac{k}{k'}$$

samt slutligen för $\varphi = 0$

$$\frac{dx}{dz} = 0.$$

Från de två senaste ekvationerna framgår att den betraktade böjningsytan slutar i en spets och skär ekvator-planet under rät vinkel. Som uttryck för $\sin\alpha$ och $\cos\alpha$ finner man medels ekvationen (6)

$$\begin{aligned} \sin\alpha &= k\sin\varphi \\ \cos\alpha &= \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} \qquad (8) \\ &= \triangle\varphi \end{aligned}$$

om $\triangle\varphi$ för korthetens skull införes.
Göras i ekvationerna (5) $\varphi=0$, $\vartheta=0$, blir

$$x=k,$$

hvarför böjningsytans ekvator har radien k.

Sammanhanget emellan de elliptiska funktionerna och ofvan anförda geometriska kvantiteter inses nu lätt. De elliptiska integralernas normal-former af första och andra arten äro som bekant

$$(9)\qquad u=\int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\triangle\varphi} = \mathrm{F}(\varphi,k)$$

$$(10)\qquad \int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} = \int_0^\varphi \triangle\varphi\, d\varphi = \mathrm{E}(\varphi,k).$$

A omstående figur är den groft markerade kurvan meridian till en sferens böjningsyta, representerad af ekv. (4), då $k<1$. Nämnaren $\triangle\varphi$ i integralen uttrycker på grund af ekv. (8) kosinus för vinkeln α emellan z-koordinaten och bågelementet i slutpunkten af bågen φ, $k\sin\varphi$ representeras åter af $\sin\alpha$, k slutligen af ekvatorradien. Afsättes på tangenten i meridianens slutpunkt a räknadt från denna punkt ett stycke $=1$ samt fälles från detta styckes ändpunkt en perpendikel mot z-axeln, blir på grund af ekv. (8), för $\varphi=\frac{\pi}{2}$, denna perpendikels längd k eller $\sin\alpha_0$, om vinkeln vid a betecknas med α_0. Sträckan

emellan a och perpendikelns fotpunkt eller $\cos\alpha_0$ motsvaras enligt ekv. (7) af k', hvarför

$$k^2 + k'^2 = 1$$

äfvensom

$$\triangle\frac{2}{\pi} = \sqrt{1-k^2} = k'.$$

Det minsta värde $\triangle\varphi$ kan antaga är således k'. Växer φ utöfver $\frac{\pi}{2}$, ökas värdet på $\triangle\varphi$, hvarför $\triangle\varphi$ för reella värden på φ ej försvinner.

För att i allmänhet å figuren finna $\sin\alpha$ eller $k\sin\varphi$ observeras att

$$\begin{aligned}\sin\alpha &= k\sin\varphi \\ &= k\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \\ &= k\cos\varphi_1\end{aligned}$$

om φ_1 för korthetens skull införes. Men enligt ekvation (5) representerar $k \cos \varphi_1$ radien till ytans parallelcirkel i punkten $\varphi_1 \vartheta$. Fälles således mot z-axeln en perpendikel från en punkt på den betraktade böjningsytan, belägen från punkten $\varphi \vartheta$ på afståndet $\frac{\pi}{2}$ räknadt längs en meridian, representerar nämnda perpendikel sinus för α eller $k \sin \varphi$ motsvarande punkten φ. Förfarandet, frånsedt dess praktiska svårighet, är analogt med konstruktionen af sinus för en båge.

Från ekvationen (8) följer

$$\triangle^2\varphi + k^2 \sin^2 \varphi = 1$$
$$\triangle^2\varphi - k^2 \cos^2 \varphi = k'^2.$$

För att erhålla den geometriska betydelsen af $\sqrt{1-k'^2 \sin^2 \varphi}$ böjes som ofvan ett ytstycke af enhetssferen till en rotationsyta med ekvator-radien k'. Kosinus för vinkeln α' emellan z-koordinaten och bågelementet i slut-punkten af φ representeras af $\sqrt{1-k'^2 \sin^2 \varphi}$. Enligt ekvat. (8) har man

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha' &= k'^2 \sin^2 \varphi \\ &= (1-k^2) \sin^2 \varphi \\ &= \sin^2 \varphi - \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

Af sinerna för de tre bågarne φ, α, α' kan således alltid konstrueras en rätvinklig triangel.

I den rätvinkliga infinitesimal-triangeln (se fig.), som bildas af båg-elementet $d\varphi$ och den del du af z-koordinaten, som begränsas af bågens ena ändpunkt och normalen till båg-elementet i dess andra ändpunkt har man

$$du = \frac{d\varphi}{\cos \alpha} = \frac{d\varphi}{\triangle \varphi}.$$

Summan inom behöriga gränser af element liknande du utgör således värdet af integralen (9).

Från ekvation (4) följer omedelbart att den geometriska motsvarigheten till integralen (10) utgör koordinaten z i punkten $\varphi \vartheta$ på sferens böjnings yta.

Skrifves

$$(11) \qquad K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$$

har man $K = \frac{\pi}{2}$ för $k = 0$. För alla värden på $k > 0$ blir $K > \frac{\pi}{2}$ samt oändligt stor för $k = 1$, då motsvarande yta är en sfer och

$$K' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k'^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{\pi}{2}.$$

Betraktas i integralen

$$u = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta \varphi}$$

φ som en funktion af u och k, angifven genom beteckningen am, så att

$$\varphi = \text{am}\,(u, k)$$

eller kortare

$$\varphi = \text{am}\,u,$$

har man således från ekvationen (10)

$$(12) \qquad \text{am}\,K = \frac{\pi}{2}$$

representeradt å fig. af meridian-stycket emellan ekvatorn och polen. Från figuren finner man vidare att om från slutpunkten af bågen φ längs meridianen och dess fortsättning på ytan genomlöpes framåt eller tillbaka en väg $2\,n\,\pi$, der n är ett helt tal, återkommer man till utgångspunkten; likaså inses, emedan böjningsytans alstrings kurva är symmetrisk med afseende å x-axeln, att

$$n\,K = n\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\triangle\,\varphi} = \int_0^{\frac{n\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\triangle\,\varphi}.$$

Man har derföre

$$n\,(\text{am}\,K) = \frac{n\pi}{2} = \text{am}\,(n\,K),$$

äfvensom med stöd af ekvationen (12)

$$\begin{aligned} \text{amu} \pm 2\,n\,\pi &= \text{amu} \pm \text{am}\ 4\,n\,K \\ &= \text{am}\ (u \pm 4\,n\,K) \end{aligned}$$

följaktligen äfven

$$\begin{aligned} \sin\,\text{am}\ (u \pm 4\,K) &= \sin\ (\text{amu} \pm 2\,\pi) \\ &= \sin\,\text{amu}. \end{aligned}$$

Ökas eller minskas argumentet u i de elliptiska funktionerna med kvantiteten 4 K blifva de således oförändrade.

Häraf framgår deras periodicitet vid reelt värde af k. Bytes i föregående uttryck k mot k', förändras deras periodicitets index till 4 K′.

Som tillämpning af metoden må härledes några formler från de elliptiska funktionernas teori.

Från figuren har man

$$du = dz + \delta$$

eller, om för δ införes dess värde uttryckt i du,

(13) $$du = dz + du\,\sin^2\alpha.$$

Förbytes $\sin\alpha$ i $k\sin\varphi$ samt skrifves för dz dess värde $\triangle\varphi\,d\varphi$, har man

$$\begin{aligned} \int_0^{\varphi} \triangle\,\varphi\,d\varphi &= \int_0^{u} \triangle^2\varphi\,du \\ &= \int_0^{u} \triangle^2\,\text{amu}\,du \end{aligned}$$

ett från elliptiska funktionernas teori kändt uttryck.

Å andra sidan, om för du, dz, $\sin\alpha$ införas deras värden i φ, öfvergår ekvation (13) i

$$\frac{d\varphi}{\triangle\varphi} = \triangle\varphi\, d\varphi + \frac{k^2 \sin^2\varphi\, d\varphi}{\triangle\varphi}$$

hvaraf efter integration och med fästadt afseende å beteckningssättet i ekvat. (8), (9)

$$\int_0^{\varphi} \sin^2\varphi \frac{d\varphi}{\triangle\varphi} = \frac{\mathrm{F}\varphi - \mathrm{E}\varphi}{k^2},$$

angifvande ett sammanhang emellan integralen af första och andra arten.

Den imaginära periodens index, de elliptiska funktionernas additions teorem m. m. härledas från nu gifna grundbegrepp enligt kända förfaringssätt.



De astrofotografiska arbetena å observatoriet i Helsingfors från 1890 till våren 1892.

Af

Anders Donner.

(Meddeladt den 11 April 1892.)

För omkring ett år sedan hade jag äran att för Finska Vetenskaps-Societeten framlägga ett antal prof på fotografier tagna med astronomiska observatoriets nya fotografiska dubbelrefraktor samt att i sammanhang dermed omnämna några resultat, till hvilka dessa preliminära arbeten då redan ledt. Då någon redogörelse härför emellertid icke ingått i Societetens publikationer, vill jag här i ett sammanhang omnämna de hufvudsakliga arbeten, vid hvilka refraktorn sedan dess uppställande för 2 år sedan varit använd, och främst nämna några ord beträffande refraktorns historia.

Då observationerna utanför meridianen endast voro tillgodosedda genom en Fraunhofer'sk refraktor af 7 tums öppning och af föråldrad konstruktion, framlade jag i December 1884 för Universitetets konsistorium förslag om att för observatoriet anskaffa en 14 tums refraktor jämte tillhörande torn. Sedan konsistorium genom universitetets rektor anhållit om utlåtanden af några framstående fackmän nämligen geheimerådet Struve och professorerna Gyldén och Krueger, beslöt konsistorium tilldela mig ett reseunderstöd för att under sommaren 1886 vid besök å utländska observatorier och mekaniska institut studera refraktorskonstruktioner och med utländska astronomer öfverlägga om de olika

systemens särskilda företräden. Under den efter förslagets inlämnande förflutna tiden hade emellertid herrarna Henry vid Pariserobservatoriet konstruerat och uppstält sin fotografiska dubbelrefraktor samt med densamma uppnått resultat, hvilka i högsta grad voro egnade att tilldraga sig astronomernas uppmärksamhet. Medan bestämningarna nämligen i noggranhet fullt kunde mäta sig med dem af mikrometerobservationer, kunde snabbheten af arbetet mångdubblas och genom den objektivitet, den fotografiska bilden i jämförelse med den menskliga uppfattningen äger, säkerheten mot misstag och möjligheten af kontroll i utomordentlig grad ökas. Det på så sätt införda fotografiska förfaringssättet var därför egnadt att åstadkomma en fullständig revolution på många områden af den astronomiska observationskonsten.

Efter resans slutförande och sedan eskissritningar till tornet efter mina anvisningar utarbetats af herrar arkitekten K. G. Nyström och ingeniör R. Kolster, inlämnade jag derför i Februari 1887 preliminärt och i November samma år definitivt förslag om att för observatoriet anskaffa en dubbelrefraktor af den typ, som vid den astrofotografiska kongressen i Paris i April samma år, i hvilken jag äfven satts i tillfälle deltaga, faststälts såsom den, hvilken borde komma till användning vid de fotografiska arbetena för åstadkommande af en fotografisk himmelskarta och en stjärnkatalog, omfattande exakta positioner af alla stjärnor t. o. m. 11:te storleksklassen. I enlighet härmed borde den fotografiska tuben äga en objektivöppning af 330 mm och en fokaldistans af $3^{m}.43$. Åt den s. k. „optiska" tuben gafs åter något större dimensioner än hvad vid de flesta af de öfriga dubbelrefraktorerna af detta slag är fallet, nämligen en öppning af 10 engelska tum (254 mm) och en brännvidd af $3^{m}.96$. Denna del af instrumentet var nämligen afsedd att tillgodose observatoriets behof af en refraktor lämpad för vanliga mikrometriska mätningar. I enlighet härmed blef densamma försedd med en fullständig positionsmikrometer. De önskningsmål beträffande kostnadernas nedbringande, hvilka vid det första förslaget uttalats af professorerna Krue-

ger och Gyldén, kunde nu ock tagas i betraktande; kostnaderna för refraktorn och tornet hafva nämligen belupit sig till 84,000 finska mark mot i det första förslaget upptagna 110,000 mark.

Konsistorium hänskjöt förslaget till statsrådet L. Lindelöfs utlåtande, hvilken derjämte i saken vände sig till geheimeråden Struve och Döllen i Pulkowa. Sedan alla dessas yttranden varit tillstyrkande, beslöt konsistorium våren 1888, att utom ur astronomiska observatoriifonden för ändamålet disponibla 10,000 mark en summa af 74,000 mark ur den till stor del af almanacksarrendet bildade reservfonden skulle för refraktorns anskaffande anslås. Beslutet vann sedan under sommaren universitetets kanslers stadfästelse.

Efter en del underhandlingar beträffande detaljer af konstruktionen kunde kontrakten med fabrikanterna undertecknas i början af år 1889 och levererades monteringen i Mars 1890. För arbetets granskande och för objektivens mottagande samt transporterande hit verkstälde jag i Februari sistnämda år en resa till Hamburg och Paris. Instrumentet uppstäldes i April 1890. För några kompletteringsarbeten med tornets inredning blef det dock efter några veckor åter nertaget och installerades definitivt på sin plats i Augusti samma år.

Efter instrumentets uppställande och under dess fortsatta begagnande har det omdöme om den mönstergilla beskaffenheten af den af firman A. Repsold & Söhne utförda monteringen, hvilket jag ansåg mig kunna fälla vid arbetets inspekterande i Hamburg, yttermera och till fullo bekräftat sig. Objektiven åter, hvilka slipats af herrar Henry i Paris, hafva i olika afseenden pröfvats och dervid visat sig hafva utfallit synnerligen väl. Observatoriet kan därför i allo lyckönskas till att vara i besittning af ett instrument af så utmärkt beskaffenhet. En redogörelse för instrumentets detaljer och för tornkonstruktionen skall jag på annat ställe lämna. Senare har hithörande appareil ännu kompletterats med en apparat för utmätning af fotografiska plåtar samt med en

mikrometer med stort synfält, båda levererade af herrar Repsold.

Med anskaffandet af en dubbelrefraktor af detta slag var ock afgjordt, att observatoriet i Helsingfors skulle komma att ansluta sig till de institutioner, hvilka skulle deltaga i arbetet till åstadkommande af en fotografisk himmelskarta och af en stjärnkatalog, erhållen genom utmätande af särskildt derför tagna fotografiska plåtar. Detta företag betraktades med rätta såsom den första värdiga användningen af de nya fotografiska refraktorerna. Katalogen borde upptaga alla stjärnor t. o. m. 11:te storleksklassen, d. v. s. omkring $2^1/_2$ miljoner. Vid kartan åter skulle man sträfva att så mycket som möjligt närma sig den 14:de storleksklassen. Uppställandet af ett så vidsträkt program med utsigt att kunna genomföra detsamma hade med de hjälpmedel, öfver hvilka man tidigare förfogade, varit helt enkelt otänkbart. Äfven nu är dess genomförande möjligt endast genom samverkan af ett antal i arbetet deltagande observatorier.

Målet och arbetssättet hade till en del faststälts såväl vid den första kongressen 1887 som vid en senare, i September 1889, hållen kongress i Paris. Formulerandet af arbetsprogrammet måste dock i en del punkter uppskjutas, till dess erfarenhet samlats under refraktorernas användande. Sedan de flesta medverkande observatorierna under året 1890 och början af året 1891 mottagit och begynt använda sina instrument, kunde ock besluten i flertalet af dessa punkter, såvidt de rörde den afsedda stjärnkatalogen, fastslås vid den kongress, som hölls i April senaste år i Paris och vid hvilken jag äfven var i tillfälle att deltaga. Några få punkter måste dock ännu lämnas öppna och beroende på undersökningar vid hvarje särskildt instrument och å hvarje skild ort; dervid voro nämligen äfven de förhållanden, under hvilka de särskilda deltagarena arbetade, af inflytande.

De hithörande undersökningarna hafva under hösten verkstälts å särskilda af de deltagande observatorierna. De

hafva i främsta rummet rört fastställandet af den riktiga expositionstiden för erhållandet af för mätning lämpade bilder af stjärnor af storleksklassen $11^m.0$. Denna tid måste derjämte vara sådan, att på hälften af densamma ännu erhålles på plåten ett förnimbart ljusintryck af en stjärna af 11:te storleken. Då nämligen efter den första och för mätning afsedda expositionens afslutande instrumentet föres några bågsekunder i deklination samt plåten derpå ånyo exponeras hälften så länge, erhålles en andra och svagare bild af hvarje af dessa stjärnor, hvilken genom sitt läge och afstånd från den första bilden kan tjena att verificera, huruvida den första bilden verkligen motsvarar en stjärna eller möjligen härrör af något fel i plåten. Slutlig verifikation erhålles visserligen derigenom, att samma himmelstrakt förekommer på minst tvenne plåtar. Emellertid undvikes genom den nämda verifikationsbilden en hel del onödigt mätnings- och reduktionsarbete.

Fastställandet af den riktiga expositionstiden inneslöt ock fixerandet af en enhetlig definition på hvad man borde förstå med 11:te storleksklassen i fotografisk mening. Man hade till en början obetingadt antagit, att expositionstiden skulle stå i ett konstant förhållande till det reciproka värdet af ljusstyrkan. Då ljusstyrkan för en följande storhetsklass förhåller sig till den af den föregående klassen såsom 1 till 2.5, antogs därför, att man skulle vinna en storleksklass genom att exponera $2^1/_2$ gånger så länge. Genom arbeten å observatoriet i Postdam, framlagda å kongressen 1891, hade emellertid ådagalagts, att denna vinst ej uppgår till mera än 0.5 à 0.7 storleksklasser och varierar med luftens beskaffenhet. Detta har ock genom särskilda här senare verkställda försöksserier bekräftats. I anledning häraf beslöts å nämda kongress, att expositionstiden skulle fixeras genom att framför objektivet placerades ett galler, som absorberar 2 storleksklasser, och att dermed skulle undersökas, hvilken expositionstid vore nödvändig för att stjärnorna af 9:de storleksklassen skulle med önskvärd tydlighet framträda å plåten. Samma expositionstid skulle derpå efter gallrets

aflägsnande användas till erhållande af stjärnorna af 11:te storleksklassen, hvilken på så sätt äfven blefve definierad.

Gallren valdes af prof. Vogel och dr Scheiner och undersöktes genom fotometriska mätningar. Emellertid visade det sig vid gallrens anbringande framför objektiven å de särskilda refraktorerna, att resultaten af de fotografiska upptagningarna icke stämde öfverens hvarken sinsemellan eller med hvad som väntats. Förlusten i storleksklass var nämligen icke konstant och $= 2^m.0$ utan vexlade från $2^m.8$ à $2^m.4$, som erhållits vid franska och en del engelska observatorier, till $1^m.6$, som framgått ur de här i Sept. 1891 anstälda profven. Till en del beror resultatens olikhet på det olika sättet för frågans uppställande och på den roll, antagandet, att expositionstiden än omvändt proportionel mot föremålens ljusstyrka, spelar vid härledandet af resultaten å en del orter. Då emellertid prof. Pritchard vid samma gallers användande framför tvenne olika objektiv funnit förlusterna vara $2^m.8$ och $2^m.4$, framgår, att äfven objektivens egenskaper hafva inflytande på dessa resultat; vidare tyckas stjärnornas färger och luftens beskaffenhet inverka. De särskilda undersökningarna öfver gallrens verkan hafva resumerats i en bulletin, utgifven af den internationella komitén för himmelskarta.

På grund af nämda försök beslöts att öfvergifva tanken på gallrens användande. Expositionstiden skulle bestämmas direkt genom att jämföra resultaten af olika expositionstider med en och samma karta eller katalog öfver en himmelstrakt. På fotografisk väg erhållna kartor öfver ett antal för ändamålet valda sådana regioner, åtföljda af förteckningar upptagande ett antal typiska stjärnor af 9:de och 11:te storleksklassen, hafva ombesörjts af prof. Pritchard i Oxford och utdelats till de medverkande observatorierna.

Genom fotograferande af sådana regioner och af Plejaderna samt dessa fotografiers jämförande med tillhörande stjärnförteckningar hafva vi funnit, att vid Helsingfors luftförhållanden 6 minuter vanligen är den riktigaste expositionstiden för stjärnorna af 11:te storleken och att på halfva denna

tid en verifikationsbild af tillräcklig tydlighet framträder. Ibland hafva 5 minuter varit tillräkliga, någon gång har expositionstiden utsträckts till 8^m. Profven böra dock tid efter annau förnyas och alltid, då man har anledning att antaga någon förändring i luftens genomskinlighet. Självfallet är, att fotografering endast kan ifrågakomma vid fullt klar himmel. De prof, som under senaste vinter tagits vid starkare köld, visa ingen känbar förminskning af luftens genomskinlighet under köldens inverkan. Några plåtar från vintern 1890—91, äfvenledes tagna under starkare köld, visa deremot ett påfallande litet antal stjärnor.

Den med en expositionstid af 3^m erhållna verifikationsbilden, ehuru mindre än den första bilden af 6^m exposition, än för ljusstarkare stjärnor ännu för utbredd, för att tillåta exakt mätning. I anledning häraf och med anslutning till ett af Christie gjordt förslag hafva vi tagit till regel att efter de två nämda expositionerna åter förställa instrumentet 20″ à 25″ i deklination och exponera under 20^s. På så sätt erhålles en tredje bild för stjärnorna ur Bonner Durchmusterung, förträffligt egnad för mätning af dessa.

För att underlätta mätandet af stjärnornas läge på plåten betjenar man sig af ett nät, aftryckt på plåten på fotografisk väg. För framställande af nämda nät användes en försilfrad spegelglasskifva, på hvilken ett nät af fina linier på 5 mm afstånd från hvarandra är uppdraget med delningsmaskin. Skifvan placeras i en kassett, som äfven upptager den fotografiska plåten, skild från skifvan genom tunna lameller af metall eller stanniolblad anbragta vid skifvans hörn. För aftryckandet af nätet begagnas den fotografiska tuben i omvänd led. I fokus af densamma placeras en lampa, hvars strålar då utträda ur objektivet parallela med tubens optiska axel. Vid objektivets fattning eller daggkåpa fästes derpå ett lock, som kan upptaga kassetten. När kassetten så öppnas, falla strålarna från lampan vinkelrätt mot spegelglasskifvan, genomgå denna vid de genombrutna linierna på amalgamet och falla äfven vinkelrätt på den fotografiska plåten, der sålunda ett troget aftryck af nätet uppstår, hvil-

ket vid plåtens utveckling framträder. Med den använda lampan hafva vi för nätets aftryckande begagnat en expositionstid af $1^1/_2$ till 2 minuter. Före plåtens insättande i kassetten, måste densamma noga afdammas, för att vid plåtens närhet till den försilfrade ytan denna sistnämda ej måtte få skrapor till följd af damkorn. För att vinna en mindre ömtålig matriz, gjordes försök att från en plåt, der nätet sålunda var aftryckt, på motsvarande sätt vinna en annan, som skulle innehålla ljusa linier på mörk grund och sålunda kunna göra samma tjenst som den försilfrade spegelglasskifvan. Fullt tillfredsställande resultat hafva dock icke på denna väg ernåtts; derför äro de fotografiska plåtarna af spegelglas icke tillräckligt plana, utan borde planslipade glas användas; hindret ligger derjämte ock i verkan af de böjningsfenomen, som uppstå vid ljusets gång genom de fina linierna i silfvernätet. Vi hafva derför stannat vid att något öka tjockleken af lamellerna, hvilket mycket väl till en viss grad kan ske utan risk för afdragets skärpa. Är amalgamet i någon punkt genombrutet, kan verkan deraf oskadliggöras genom retuschering å glasskifvans bakre sida.

För att möjligast förenkla reduktionsarbetet efter plåtarnas utmätning uttalades vid kongressen år 1889, att orienteringen på himlen af plåtens midtpunkt, som bestämmes genom nätets mellersta korspunkt, borde i deklination vara riktig på 6″ när eller i bildens skala på 0.1 mm. Då plåten först måste insättas i en kassett och exponeras för bildens upptagande samt därpå uttagas och insättas i den kassett, som innehåller den försilfrade glasskifvan, för att derpå ånyo exponeras till nätets aftryckande, så innesluter denna fordran i sig tvenne: fordran på bildens orienterande och fordran på nätets orienterande. Den fotografiska tuben är fast förbunden med den s. k. optiska tuben. Mot plåtens midtpunkt svarar derför en bestämd punkt inom mikrometern, hvilken lätt kan bestämmas[1]). Dessa punkter kunna

[1]) Insätter man nämligen en plåt med påtryckt nät i kassetten, öppnar denna och håller ögat nära intill plåten, så varseblifver man, enligt hvad mag. Dreijer vid början af våra orienteringsprof fann, å

derför bringas att sammanfalla med en bestämd punkt på himmelen, derigenom att en stjärna en s. k. ledstjärna, hvars läge är tillräckligt noga bekant, under expositionen hålles på motsvarande ställe af mikrometerns synfält. Införandet af en ensam plåt i en och samma kassett kan nu genom ett par konstgrepp ske med vida större noggrannhet än 0.1 mm, särskildt om, såsom vid de af oss använda plåtarna, en af plåtens kanter är afslipad. Upptager kassetten emellertid vid den ena insättningen äfven skifvan med nätet, kommer plåten på en ny plats inom kassetten och, då plåten sjunker ned på sin plats genom glidning mot stöd med sneda ytor, kommer den olika lutningen af dessa ytor och plåtarnas olika tjocklek att inverka på orienteringen. Denna verkan kunde förminskas genom att plåtkanten vore snedt afslipad. Vid de flesta här gjorda upptagningarna har fordran på en noggrannhet af 6″ i orienteringen dock kunnat upprätthållas.

Förra delen af hösten 1891 egnades till större delen åt dessa skilda slag af undersökningar. Under vintern 1890—91 hade särskilda försök gjorts beträffande möjligheten att ersätta det vid utvecklingen använda järnoxalatet med eikonogen, som är en starkare utvecklare och ger svartare bilder, synnerligen lämpade för mätning. Det visade sig emellertid, att eikonogenet icke är någon konstant utvecklare, hvad som här är af särskild vikt att äga, då man

---

plåten bilden af hvarje stjärna under formen af en lysande fläck af skarp cirkulär begränsning, utgörande genomskärningen af plåten med den af stjärnan alstrade ljuskonen. Bringas genom instrumentets finrörelser, fläcken att befinna sig vid en af nätets korspunkter, så projicera sig nätets linier på denna och framträda såsom ganska starka streck, och då till följd af ögats närhet bilden synes betydligt förstorad, så kan inställningen af korspunkten på cirkelns medelpunkt ske med mikrometrisk noggrannhet. Har cirkeln så placerats på nätets mellersta korspunkt, behöfver man blott inställa mikrometertrådarna på stjärnans bild i mikrometerns synfält för att kunna afläsa, hvilken punkt inom mikrometern svarar mot plåtens midtpunkt. — Vid fastställande instrument kan man likaså genom att undersöka cirkelns väg öfver nätet, orientera detta i den dagliga rörelsens riktning.

i regeln under utvecklingen icke ser något af bilden och derför måste kunna vara säker på, att, om utvecklingen fortsättes en bestämd tid, man äfven ernått bilder af en gifven intensitet. För speciela ändamål t. ex. månfotografier, fotografier af Jupiterssystemet m. m. lämpar sig eikonogen deremot förträffligt och är äfven tidsbesparande. För stjärnfotografier hafva vi deremot stannat vid järnoxalatet och en utvecklingstid af 15 minuter. Lösningarne hafva varit: *a*) 1 del oxalsyradt kali i 3 delar destilleradt vatten; *b*) 1 del järnvitriol i 3 delar dest. vatten med ett spår af vinsyra. För utvecklingen tages 1 del af *b*) mot 3 delar af *a*). Till utvecklingen af hvarje plåt af 16 × 16 cm användes 100 à 120 gram; för hvarje plåt tages ny utvecklare. Fixeringen har skett i lösning 1 : 5 af undersvafvelsyrligt natron.

Då Helsingfors är det nordligast belägna af de i arbetet deltagande observatorierna, syntes det naturligast, att vid fördelningen af himlen i zoner vårt arbetsområde skulle blifva trakten kring himmelens nordpol. Emellertid uppstodo senare hos mig tvifvel om lämpligheten häraf särskildt för det vid denna zon ofantligt ökade arbetet med observationernas reduktion. Detta arbete hade svårligen kunnat uträttas med den ringa personal observatoriet äger eller med någon mindre ökning af densamma genom anställande af tillfälliga biträden. Ungefär samtidigt härmed hade föreståndaren för observatoriet i Greenwich Christie framlagt ett förslag om fördelning af zonerna med mål att undvika zenitaltrakterna. Häri föreslogs för Helsingfors zonen emellan 39° och 47° nordlig deklination. Innan detta förslag dock kunde komma till antagande, borde likväl undersökas, huruvida sommarljuset ej satte hinder i vägen för möjligheten att öfvertaga denna zon. Aflägsnar man sig emellertid icke mera från zenit än 30° d. v. s. polens zenitdistans i Helsingfors, hvad som derför äfven vid polarkalotten hade varit nödvändigt, äro i hvarje nu $5^1/_2$ timmar eller nära $^1/_4$ af zonen tillgängliga för observation; och utsträcker man denna gräns till polens zenitdistans i Greenwich, har man att städse disponera öfver $^1/_3$ af zonen. Fara är därför blott förhan-

den för trakten vid 16—18 timmars rectascension, för hvilkens fotograferande blott slutet af våren och början af hösten äro användbara. För det starka ljuset om natten måste nämligen det fotografiska arbetet inställas emellan den 5 à 10 Maj och den 1 à 6 Augusti. Då emellertid slutet af våren och början af hösten äro de af klart väder vanligen mest gynnade tiderna af observationsåret, så bör nämda omständighet på sin höjd blott kunna verka ett fördröjande med något år af arbetet i denna himmelstrakt, jämfördt med det inom andra; och härpå ligger dock föga vigt. Sedan jag härom skrifvit till amiral Mouchez, framlade jag denna öfverläggning för kongressen senaste vår. Genom det derpå följande beslutet anvisades ock definitivt åt Helsingfors zonen emellan $+39°$ och $+47°$. Plåtarnas centra böra ligga: för den ena serien vid $+40°$, $+42°$, $+44°$, $+46°$ i δ och $0^h\,0^m$, $0^h\,10^m$, $0^h\,20^m$ etc. i α; för den andra vid $+41°$, $+43°$, $+45°$ i δ och $0^h\,5^m$, $0^h\,15^m$, $0^h\,25^m$ etc. i α.

Det definitiva upptagandet af fotografier för katalogen vidtog den 8 November 1891. Efter några klara qvällar i December inträdde en lång period af mulen väderlek, som med någon enda natts afbrott fortfor ända till den 21 Februari. I slutet af Februari inträffade deremot en veckas oafbruten klar väderlek och likaså i slutet af Mars; dessa perioder voro så mycket mera välkomna, som de hvardera voro utmärkta af synnerligen genomskinlig och lugn luft. Arbetet skred derunder äfven raskt framåt. Under April hafva deremot dels sjukdom, dels månsken hindrat observation under de nätter, himlen varit molnfri. Under den gångna tiden har utbytet varit 94 katalogfotografier, omfattande omkr. 443 qvadratgrader af himlen.

I en särskild journal har antecknats för hvarje plåt dess nummer och datum, observatorns namn, afläsningarna af utdraget för hvardera tuben, afläsningarna af termometrarna vid okular och objektiv, den använda ledstjärnan, okularet, belysningsarten och hvilken kassett som begagnats, expositionstidens längd och tiden då expositionen afslutats, afläsningarna af mikrometertrummorna samt instrumentläget

och objektet, som varit föremål för fotografering, slutligen plåtsorten, framkallningsmedlet och tiden för framkallningen; en skild kolumn har dessutom reserverats för anmärkningar och innehåller regelbundet anteckning om luftens beskaffenhet.

Hvad kartfotografierna angår, är programmet ännu ej definitivt faststäldt, hvarför det regelbundna arbetet med deras framställande ännu ingenstädes påbörjats. Opinionen lutar dock åt en expositionstid af 60 m., hvarigenom man skall ernå kartfotografiska plåtar omfattande stjärnorna till inemot 13:de storleksklassen. En synnerligen viktig omständighet vid kartan är reproduktionssättet. Uppgiften härvid är i främsta rummet att finna en metod, hvarigenom vid fotografins öfverförande på papper möjligast minsta del af bilden går förlorad. Skulle man såsom vid de hittills kända metoderna vid reproduktionen förlora en storleksklass, så komme kartan blott att innehålla stjärnorna t. o. m. 12:te storleken och dermed i jämförelse med katalogen, som omfattar stjärnorna t. o. m. 11^m, ett ganska litet steg framåt vara gjordt. Kartan skulle då hafva föga annan betydelse än den af en illustration till katalogen, visserligen också denna oundgängligen nödvändig i och för sig, men dock af vida mindre betydelse, än den man tänkt sig för den fotografiska himmelskartan.

Ett vidlyftigt förberedelsearbete, som nu genast måste utföras, är det med uppsökande och reducerande af ledstjärnor för samtliga de 1008 plåtar, hvilkas utförande blifvit öfverlemnadt åt vårt observatorium. För bl. a. äfven vår zon har observatoriet i Pulkowa åtagit sig detta omfattande arbete och hade jag äfven tillfredsställelsen i Oktober förledet år derifrån genom doktor Renz emottaga en preliminär förteckning öfver en större del af ledstjärnorna för regionen 0^h — 3^h i rectascension, dock reducerade till 1875,0. Derjämte hade jag nöjet erhålla löftet om den definitiva förteckningen för hela zonen, så snart positionerna för ledstjärnorna hunnit i Bonn och Lund uppsökas ur de der verkstälda, men blott delvis publicerade zonobservatio-

nerna och så snart dessa positioner i Pulkowa hunnit reduceras till 1900.0 samt praecessionerna beräknas. Orterna af ledstjärnorna för $0^h - 3^h$ uppsöktes emellertid af oss på grund af den preliminära förteckningen ur de ursprungliga stjärnkatalogerna och uppreducerades. Då emellertid denna region med årstidens framskridande ryckte i för stora zenitdistanser och jag saknade underrättelser om huru snart katalogen från Pulkowa vore att förvänta, blef det för oss en bjudande nödvändighet att för ständigt nya regioner uppsöka och reducera ledstjärnor. Närmast verkställdes detta för plåtarna vid $+40°$ deklination, för hvilka vi hade att tillgå den redan publicerade delen af Lunds zoner. Detta gjordes med ens för samtliga 24 timmar; öfverhufvud måste nämligen arbeten af detta slag, för att resultatet skall motsvara mödan, anordnas systematiskt. I enlighet härmed hafva öfriga nyare stjärnkataloger, som omfatta Helsingfors zon, blifvit på samma sätt genomgångna och de lämpliga stjärnorna reducerade. Och slutligen har ett utväljande af de som ledstjärnor lämpligaste stjärnorna ur Bonner Durchmusterung verkstälts för ungefär halfva zonen samt de i stjärnkataloger öfverhufvud befintliga positionerna för dem uttagits och delvis reducerats. Detta arbete har i själfva verket upptagit oss under en betydande del af vintern och våren [1]).

Under det första året, då instrumentet var här uppstäldt, användes refraktorn vid fotograferandet af en mängd af olika slags celesta objekt, i afsigt dels att pröfva instrumentets förmåga och användbarhet för olika sådana ända-

---

[1]) Efter denna redogörelses afgifvande hade jag den 27 April glädjen genom Herr *Seyboth* i Pulkowa mottaga katalogen öfver ledstjärnor, fullständig så när som på de två sista timmarna för 41°—46°. Densamma innehåller med blott enstaka undantag positioner uteslutande från zonobservationerna i Bonn och Lund. Jag begagnar tillfället för att uttrycka min djupa tacksamhet för de astronomer i Pulkowa, Bonn och Lund, hvilka nedlagt arbete på sammanställandet af de der upptagna positionerna och på deras reducerande, ett arbete, som blir af den största betydelse för ledstjärnornas fastställande.

mål, dels åter att anskaffa åt observatoriet en samling fotografiska upptagningar af mera anmärkningsvärda celesta föremål, hvilka framdeles vid anledning kunde rådfrågas. Till sådana upptagningar har under vintern 1891—92 föga tid funnits öfrig. Af stjärngrupperna χ och h Persei har en fotografi tagits med $1^h 5^m$ expositionstid, innehållande en utomordentlig massa stjärnor; en fotografi af Plejaderna exponerad $2^1/_2$ timme visar Maja- och Merope-nebulosorna med en mängd detaljer samt spår äfven af annan nebulositet. Af Orionnebulosan har en serie fotografier med olika expositionstider framstälts, hvilka särdeles skulle egna sig att tjena såsom underlag för en monografi öfver denna intressanta himmelstrakt. En af dessa plåtar med 4 timmars expositionstid visar nebulosan med en genomskärning af omkring 45′ och med en utomordentlig rikedom på enskildheter, medan nebulosan kring *c* Orionis mycket tydligt framträder och är utbredd öfver ett område af 30′ i rectascension och 15′ i deklination.

En regelbunden användning har refraktorn emellertid haft utom för katalogfotografier äfven för tvenne andra företag. Sålunda har Jupiterssystemet programmässigt fotograferats hvarje läglig qväll; och komma dessa plåtar att utmätas af akademikern *O. Backlund* i Petersburg för undersökning af månarnas rörelseteori. Ett annat företag har utgjorts af framställandet af ett större antal plåtar, afseende systemafiska undersökningar öfver stjärnparallaxer i enlighet med ett program uppstäldt af prof. *J. C. Kapteyn* i Gröningen, hvilken äfven torde öfvertaga plåtarnas utmätning.



Om den molekylära attraktionen hos mättade ångor.

Af

K. F. Slotte.

Då en mättad ånga sammantryckes vid konstant temperatur eller afkyles under mättningstemperaturen, blir en del deraf kondenserad, medan återstoden förblir i mättadt tillstånd. Är ångan innesluten i ett kärl, sker utfällningen vanligtvis på kärlets väggar. I atmosferen deremot utfaller ångan merendels såsom dimma eller moln, och om än utfällningen der kan befordras af i luften sväfvande fasta partiklar, så bevisa likväl alldagliga företeelser, t. ex. den kondensation, hvilken eger rum ofvanför ytan af en kokande vätska eller vid ångors utströmning i atmosferen, att utfällningen kan försiggå oberoende af fasta eller flytande kroppars närvaro. Utförda försök bevisa äfven, att en ånga kan utfalla såsom dimma också i ett rum, der ingen annan gas finnes, och att således icke heller närvaron af en annan gasformig kropp är nödvändig för kondensationen.

Häraf framgår, att en ångas kondensation kan försiggå oberoende af de molekylära krafter, hvilka verka mellan ångan och omgifvande kroppar. Under sådana förhållanden måste man söka orsaken till kondensationen uteslutande i den förändring, som de mellan ångans egna partiklar verkande molekylarkrafterna undergå, då ångans volym eller temperatur förändras.

Den molekylära attraktionen mellan tvenne molekyler af en flytande eller gasformig kropp torde, åtminstone inom vissa gränser, kunna antagas omvändt proportionell mot

någon positiv potens af afståndet mellan molekylernas medelpunkter. Den repulsiva kraften hos de gasformiga kropparne, hvilken yttrar sig i expansivkraften eller trycket, ökas äfven, då molekylernas afstånd från hvarandra minskas, men beror dessutom af temperaturen. Då en gasformig kropps volym eller temperatur förändras, måste således antingen begge eller någondera af de två nämnda krafterna äfven undergå en förändring. Vid isotermisk komprimering måste begge krafterna tillväxa, och då kondensation härvid eger rum, ifall kroppen är en mättad ånga, så synes det nödvändigt att antaga, att molekylarattraktionen hastigare tillväxer, då molekylernas afstånd från hvarandra minskas, än den repulsiva kraften, samt att attraktionen mellan de molekyler, hvilka äro på minsta afstånd från hvarandra, just vid denna punkt får öfvervigten öfver den repulsiva kraft, som verkar mellan samma molekyler, hvaraf åter följer, att dessa begge krafter i det mättade ångtillståndet böra hålla hvarandra i jemnvigt. Den kondensation, som eger rum, då en ånga afkyles under mättningstemperaturen, skulle enligt dessa antaganden förklaras deraf, att den af temperaturen beroende repulsiva kraften mellan de molekyler, som befinna sig närmast intill hvarandra, härvid undergår en så stor minskning, att attraktionen mellan samma molekyler åter får öfverhanden och bringar dem att närma sig till hvarandra.

Betecknas med s volymen af en vigtsenhet (specifika volymen) af en gasformig kropp, hvars alla molekyler äro lika beskaffade och likformigt fördelade i det rum, gasen upptager, samt med μ gasens molekylarvigt, så belöper sig på hvarje molekyl af gasen ett rum, hvars volym är μs. Om detta rum betraktas såsom en kub, så är kubens kant

$$\lambda = (\mu s)^{\frac{1}{3}},$$

och λ utgör då äfven ett mått på medelafståndet från hvarje molekyls medelpunkt till de närmaste molekylernas medelpunkter.

Vi göra nu den förutsättningen, att molekylernas dimensioner äro obetydliga i jemförelse med afståndet λ, samt

beteckna medelgenomskärningsytan af en molekyl med ω och gasens tryck på ytenheten med p. Vidare antages ω konstant eller nära konstant för samma gas, hvilket antagande innebär, att molekylernas dimensioner icke eller blott i ringa grad förändras med temperaturen och trycket.

Tänker man sig en sfer med radien λ inom det af gasen uppfylda rummet, så är trycket på ytenheten af denna sfer äfven $= p$. Befinner sig en molekyl af gasen i sferens medelpunkt, så kunna de närmaste molekylerna anses belägna på sferens yta, af hvilken hvar och en upptager en del, hvars area kan antagas $= \omega$. På hvar och en af dessa molekyler kan då den i medelpunkten befintliga molekylen antagas utöfva ett tryck $= p\omega$. Detta tryck betraktas i det följande såsom mått på den repulsiva kraften mellan två molekyler af gasen, hvilkas afstånd från hvarandra är λ. Kraften kan till sin absoluta storlek afvika från detta värde, men torde i alla händelser få anses proportionell dermed. Betecknas i fråga varande kraft med φ, så kunna vi följakteligen sätta

(1) $$\varphi = m \cdot p\omega,$$

hvarest m är ett konstant tal.

Attraktionen mellan tvenne molekyler, hvilkas afstånd från hvarandra är λ, kan enligt ofvan gjorda antagande uttryckas genom formeln

(2) $$f = \frac{\gamma}{\lambda^k} = \frac{\gamma}{(\mu s)^{\frac{k}{3}}},$$

hvarest γ och k äro tvenne positiva konstanter för samma kropp.

För att kroppen skall kunna existera i gasform, måste man antaga $\varphi > f$ eller såsom gränsfall $\varphi = f$. Detta gränsfall torde, såsom förut blifvit antydt, representeras af de mättade ångorna. Skulle nemligen äfven för en mättad ånga φ vara större än f, så borde ångan kunna isotermiskt sammantryckas utan att kondenseras; men då skulle

den icke ega de för det mättade ångtillståndet karakteristiska egenskaperna. Vi antaga derföre för mättade ångor

$$\varphi = f.$$

Insättas här värdena på φ och f ifrån (1) och (2), så erhålles

$$(3) \qquad p\, s^{\frac{k}{s}} = \frac{\gamma}{m \cdot \omega \cdot \mu^{\frac{k}{s}}} = c.$$

Med kännedom af värdena på p och s för olika temperaturer kan man bestämma k och c i eqv. (3) såsom empiriska konstanter.

Värdena på p äro på grund af Regnault's och andras mätningar bekanta inom vidsträckta temperaturområden för mättade ångor af flera särskilda vätskor. För den andra i eqv. (3) förekommande variabeln s gäller den ur mekaniska värmeteorins begge grundsatser härflytande formeln

$$(4) \qquad s = u + \sigma = \frac{E \cdot r}{T \cdot \frac{dp}{dT}} + \sigma,$$

hvarest E betecknar värmeenhetens mekaniska eqvivalent, r vätskans ångbildningsvärme vid absoluta temperaturen T och σ vätskans specifika volym, u således specifika volymens tillväxt vid öfvergången från det flytande aggregattillståndet till det mättade ångtillståndet. För de flesta af de vätskor, för hvilka p är bekant, känner man på grund af utförda mätningar äfven värdena på r inom samma temperaturgränser. Med kännedom af värdena på p för tillräckligt nära hvarandra liggande temperaturer kan man äfven bestämma $\frac{dp}{dT}$, och σ kan betraktas såsom konstant inom de temperaturgebit, som försöken omfatta. Man kan då på grund af formeln (4) beräkna u och s.

Värdena på u hafva enligt denna formel blifvit beräknade af Zeuner för ett antal olika vätskor och anföras i de

tabeller, hvilka finnas i slutet af hans bekanta arbete[1]). Man får således s genom att till dessa värden addera σ. Från samma tabeller erhållas äfven värdena på p för samma vätskor. Med tillhjelp af dessa värden hafva nu k och Log c blifvit bestämda enligt minsta qvadratmetoden för flertalet af de i Zeuner's tabeller upptagna vätskorna, hvarvid användts värdena på p och s för alla hela tiotalsgrader från 0° ända upp till de högsta temperaturer, som äro upptagna i tabellerna[2]). De sålunda erhållna värdena på de begge konstanterna meddelas i nedan stående tabell jemte de sannolika felen. Insättas dessa värden i formeln

$$\frac{\gamma}{m \cdot \omega} = c \cdot \mu^{\frac{k}{3}}$$

jemte den kemiska molekylarvigten såsom värde på μ, så fås relativa värden på $\frac{\gamma}{m \cdot \omega}$, hvilka äfven anföras i samma tabell

	μ	k	Log c	$\frac{\gamma}{m \cdot \omega}$
Vatten	18	3,1781 ± 0,0018	3,1136 ± 0,0006	27760
Alkohol. . . .	45,9	3,1036 ± 0,0040	2,6731 ± 0,0011	24670
Eter.	73,8	3,1708 ± 0,0084	2,3820 ± 0,0025	22720
Kloroform . .	119	3,2539 ± 0,0020	2,1826 ± 0,0006	27150
Kolsvafla . . .	75,9	3,1781 ± 0,0052	2,3754 ± 0,0016	23300
Koltetraklorid	153,5	3,1991 ± 0,0088	2,0780 ± 0,0027	25660
Aceton	57,9	3,2338 ± 0,0138	2,5141 ± 0,0033	25950

Ur eqv. (3) erhålles

$$s = c^{\frac{3}{k}} \cdot p^{-\frac{3}{k}} \tag{5}$$

Om man i denna formel insätter de funna värdena på k och c samt beräknar s för olika temperaturer genom insättning af de bekanta värdena på p för samma temperaturer, så erhållas värden på s, hvilkas öfverensstämmelse med de

[1]) Grundzüge der mech. Wärmetheorie, Leipzig, 1866. Technische Thermodynamik, Leipzig 1887.

[2]) Med tacksamhet får jag här omnämna, att dessa beräkningar äro utförda af Herr Doktor Hj. Tallqvist.

på grund af formeln (4) beräknade värdena kan bedömmas af nedan stående sammanställningar.

Vatten.

t	s Enl. (5)	s Enl. (4)	t	s Enl. (5)	s Enl. (4)
0°	205,8	210,7	110°	1,20	1,19
10	107,4	108,5	120	0,878	0,876
20	58,6	58,7	130	0,656	0,656
30	33,4	33,3	140	0,498	0,498
40	19,8	19,7	150	0,384	0,385
50	12,2	12,1	160	0,300	0,301
60	7,73	7,65	170	0,237	0,238
70	5,06	5,02	180	0,190	0,191
80	3,41	3,38	190	0,154	0,155
90	2,35	2,34	200	0,126	0,127
100	1,66	1,65			

Alkohol. / **Kolsvafla.**

Alkohol t	s Enl. (5)	s Enl. (4)	Kolsvafla t	s Enl. (5)	s Enl. (4)
0°	32,9	32,1	0°	1,79	1,76
10	17,6	17,3	10	1,18	1,17
20	9,79	9,80	20	0,807	0,804
30	5,65	5,73	30	0,565	0,566
40	3,38	3,45	40	0,406	0,408
50	2,09	2,13	50	0,298	0,300
60	1,33	1,35	60	0,223	0,225
70	0,875	0,882	70	0,170	0,172
80	0,590	0,590	80	0,132	0,133
90	0,410	0,406	90	0,104	0,105
100	0,290	0,286	100	0,083	0,083
110	0,210	0,208	110	0,067	0,067
120	0,155	0,154	120	0,055	0,055
130	0,117	0,116	130	0,045	0,045
140	0,090	0,090	140	0,038	0,037
150	0,071	0,070	150	0,032	0,031

Eter.

t	s Enl. (5)	Enl. (4)
0°	1,29	1,27
10	0,848	0,841
20	0,575	0,572
30	0,400	0,400
40	0,285	0,287
50	0,208	0,210
60	0,155	0,157
70	0,118	0,120
80	0,092	0,093
90	0,072	0,073
100	0,057	0,058
110	0,046	0,046
120	0,038	0,036

Aceton.

t	s Enl. (5)	Enl. (4)
0°	4,58	4,26
10	2,74	2,68
20	1,74	1,75
30	1,15	1,18
40	0,793	0,820
50	0,561	0,581
60	0,407	0,420
70	0,301	0,309
80	0,228	0,232
90	0,175	0,177
100	0,136	0,137
110	0,108	0,107
120	0,087	0,085
130	0,071	0,069
140	0,058	0,056

Kloroform.

t	s Enl. (5)	Enl. (4)
0°	2,37	2,37
10	1,47	1,47
20	0,953	0,957
30	0,639	0,641
40	0,442	0,443
50	0,314	0,314
60	0,228	0,228
70	0,170	0,169
80	0,129	0,128
90	0,099	0,099
100	0,078	0,077
110	0,062	0,062
120	0,050	0,050
130	0,041	0,041
140	0,034	0,034
150	0,028	0,029
160	0,024	0,024

Koltetraklorid.

t	s Enl. (5)	Enl. (4)
0°	3,35	3,26
10	2,04	2,00
20	1,29	1,28
30	0,850	0,848
40	0,578	0,581
50	0,404	0,409
60	0,290	0,296
70	0,213	0,218
80	0,160	0,164
90	0,123	0,126
100	0,095	0,098
110	0,075	0,077
120	0,060	0,061
130	0,049	0,049
140	0,040	0,039
150	0,033	0,032
160	0,028	0,026

Häraf framgår, att de enligt (5) beräknade värdena på s i allmänhet temmeligen väl öfverensstämma med de värden, som fås på grund af eqvationen (4) och att följakteligen k och c (således äfven $\frac{\gamma}{\omega}$), i enlighet med förutsättningarna, äro approximativt konstanta för samma ånga.

Man finner äfven, att värdena på k icke äro mycket olika för olika vätskor; såsom medelvärde för alla vätskorna erhålles $k = 3{,}1882$.

Då den repulsiva kraften hos de gasformiga kropparne närmelsevis är omvändt proportionell mot tredje potensen af molekylernas afstånd från hvarandra samt k för alla vätskor är större än 3, så skulle följakteligen, i öfverensstämmelse med de gjorda förutsättningarna, den molekylära attraktionen något hastigare af- och tilltaga, då molekylernas inbördes afstånd förändras, än den repulsiva kraften.

I en föregående uppsats[1]) gjordes försök att bestämma k enligt en annan metod, som grundar sig på vissa teoretiska förutsättningar angående det sätt, hvarpå vätskornas friktionskonstant förändras med temperaturen. Enligt denna metod erhölls för vatten $k = 3{,}71$, för alkohol $k = 3{,}28$ och för de öfriga vätskorna fås äfven något större värden på k än de ofvan funna. Sålunda erhålles approximativt för kloroform $k = 3{,}8$, för koltetraklorid $k = 3{,}46$ och för aceton $k = 3{,}26$. Differenserna torde härröra deraf, att förutsättningarna icke exakt motsvara verkligheten; men att de icke äro större, utgör å andra sidan ett stöd för de åskådningar, hvilka i denna och den föregående uppsatsen fått sitt uttryck.

Eqvationen (5) har äfven förut blifvit tillämpad såsom rent empirisk formel, nemligen af Zeuner, hvilken användt densamma för beräkning af den mättade vattenångans specifika vigt såsom funktion af trycket.

---

[1]) Om den inre friktionen hos vätskor, Öfvers. af Finska Vet. Soc. förhandl., tome XXXII, 1890, sid. 116. I st. f. k användes här bokstafven p.



Några derivat af kapronitril.

Af

Claës Norstedt o. H. A. Wahlforss.

Enligt ett tidigare meddelande, offentliggjordt i „Öfversigt af Finska Vet.-Soc. Förhandlingar“ B. XXXI har den ena af oss funnit, att de flygtiga fettsyror, hvilka vinnas vid ricinoljas oxidation med salpetersyra, innehålla omkring 4 procent neutrala ämnen, hvilka hafva en genomträngande lukt, på samma gång erinrande om såväl amylnitrat som kanel.

Vid närmare undersökning[1]) visade sig dessa bestå af en serie syrefria substanser, nemligen de syrors nitriler, hvilka bildas vid oxidationen. Af syrorna utgöres den öfvervägande mängden af *enantylsyra;* af nitrilerna ej dess, utan *kapronsyrans* nitril. Denna blef isolerad genom fraktionerad destillation; dess sammansättning faststäldes genom organisk elementaranalys och kväfvebestämning. Molekylarvigten beräknades ur dess gastäthet.

Kapronitril har tidigare blifvit framstäld af Balard och blef derefter framstäld och undersökt af utmärkta kemister — Kolbe & Frankland, Würtz, Williamson, Henke och för kort tid sedan af R. Schiff. Alla dessas gemensamma utgångsmaterial var jäsnings amylalkobol, hvarför den derur framstälda nitrilen ej kunde vara normal. Den af den ena af oss erhållna nitrilen var likväl ej identisk med den

---

[1]) Öfversigt af Finska Vetensk.-Soc. Förhandl., Tome XXXII.

nämnda. Den skilde sig från densamma genom en högre kokpunkt, hvilken tycktes antyda dess normala struktur. Denna förmodan leddes i bevis på två olika sätt. Nitrilen öfverfördes i normalkapronsyra, hvars stelningspunkt enligt tidigare meddelanden[1]) ligger vid — 8°. Ren normalkapronsyra af stelningspunkten — 8°, hvilken dels erhållits vid oxidation af ricinolja, dels af sorgfälligt renad jäsningskapronsyra, öfverfördes derefter i nitril. Sålunda erhållen visade den i fysiskt och kemiskt afseende fullkomlig öfverensstämmelse med den, som erhållits vid ricinoljas oxidation.

Nitriler höra, såsom bekant, till de organiska ämnen, hvilkas reaktionsförmåga är utomordentligt vidtomfattande. I det följande skola endast de närmast liggande derivat, som erhållits genom kapronitrilreaktioner, beskrifvas. Att meddelanden om dessa nu publiceras, oaktadt reaktionerna sjelfva ej kunnat uttömmande studeras, och genom dem uppkomna substanser ej blifvit fullständigt karakteriserade, beror både derpå, att den ena af oss öfvergår till en annan sysselsättning, och i synnerhet på tvungen sparsamhet med och slutligen total brist på material, hvilken brist för ögonblicket ej kunnat afhjelpas.

För framställning af kapronitril hafva vi ännu ej funnit någon bättre metod än den Krüss-Lettska: genom kapronsyrans upphettning med rodanbly. Härvid går dock halfva kapronsyre-mängden för ändamålet förlorad genom samtidig bildning af kapronamid. Försöken att öfverföra denna samt ammoniumkapronat i nitril äro ännu ej afslutade, men hafva hittills gifvit mindre gynsamma resultat. Den använda kapronsyran har blifvit framstäld ur, från föregående undersökningar härrörande, rent metyl-kapronat, men isynnerhet från etylkapronat, levereradt af Kahlbaum. Detta har förtvålats med kaliumhydroxid i 96 procentig alkohollösning. Kaliumsaltets ovanliga kristallisationsförmåga, hvilken tidigare blifvit berörd, har äfven nu ständigt blifvit iakttagen. Det väl torkade kaliumsaltet har sönderdelats med ett öfverskott

---

[1]) „Finska Vet.-Soc. Förhandlingar" B. XXXI.

af utspädd svafvelsyra. Den afskilda syran har blifvit torkad genom upphettning och fraktionerad i kolf med Brühls luftbad. Tillföljd af etylkapronatets ofullkomliga renhet hafva vi vid fyra förtvålningar af 200 g. för hvarje gång ej kunnat komma högre än från 125 g. till 138 g. kapronsyra, kokande från 201° till 205° (okorr.). Syrans stelningspunkt har alltid varit —8°.

Beredning af kapronitril ur kapronsyra.

Denna står i fullkomlig öfverensstämmelse med tidigare meddelande[1]). 150 g. blyrodanid och derpå 100 g. kapronsyra af smältpunkten —7,5° infördes uti en retort. Vid lindrig uppvärmning inträdde reaktionen, vätskan började koka, blysaltet mörkfärgades småningom och en ringa mängd gult sublimat afsatte sig i retortens uppåt riktade hals. Efter något öfver 20 timmars kokning afdestillerades reaktionsprodukten. Dervid erhölls 63 g. flytande destillat, ur hvilket kristaller afsatte sig, dessutom uppkom 22 g. fast substans. Den fasta substansen har visat en smältpunkt af 100° och utgör utan tvifvel den normala kapronamiden, hvilken blifvit framställd af Hofmann genom upphettning af ammoniumkapronat till 230°[2]). Vid förnyad destillation af det flytande destillatet steg temperaturen genast till 162°. Till 170° erhöllos 37 g., som tvättades — först med utspädd natronlut och derefter med vatten — samt destillerades, hvarvid erhöllos 30 g. kapronitril, kokande från 162° till 166°.

Vid en följande beredning erhöllos ur 130 g. kapronsyra: 47 g. kokande mellan 160° och 170°, vid en annan likaledes ur 130 g. kapronsyra: 36 g. kokande från 159° till 166° och 7 g. från 166° till 169°. Den fasta substansens vigt har alltid något öfverstigit nitrilens.

---

[1]) Finska Vet.-Soc. Förhandl., B. XXXII.
[2]) Berl. Ber. B. 15, 983.

Inverkan af vätgas in statu nascendi på kapronitril.

I en kolf med uppåt riktadt långt och vidt kylrör upplöstes 5 g. kapronitril i 50 g. absolut alkohol, hvarefter 15 g. natrium infördes i små portioner. Natrium löste sig till en början under stark värmeutveckling, hvarvid alkoholen råkade i kokning, så att kylröret visade sig vara väl behöfligt, men derefter långsammare, tills slutligen uppvärmning och ytterligare tillsats af alkohol visade sig vara nödvändig. Alkohol tillsattes två gånger, 25 g. hvarje gång. Vid afsvalning utkristalliserade natriumalkoholatet och bildade en fast massa, som hade en stark på samma gång fisk- och lut-artad lukt. Hexylamin öfverdestillerades derur med vattenånga och uppsamlades i utspädd saltsyra. Dess till torrhet afdunstade klorväteförening var endast svagt gråfärgad och bestod af fjäll med svag pärlemorglans. Den löste sig fullständigt i absolut alkohol, och var sålunda fri från salmiak. Det torra saltets vigt var 6,8 g.

Vid följande beredningar har från 10 g. kapronitril och vid användning af 30 g. natrium, två gånger erhållits 13,4 g. och 13,9 g. af ett färglöst salt, en gång 17 g. salt, hvilket dock denna gång visade sig vara ganska orent.

Saltsyrad hexylamin är mycket lätt lösligt i vatten, likaså i alkohol, svårlösligt deremot i eter. Det kristalliserar i radialt stängliga blad.

Det har med nyssnämnda undantag utan vidare rening visat sig vara tjenligt för analys.

0,2275 salt torkadt vid 90° gaf sifverklorid: 0,2364 g. eller klor i procent 25,70.

Ur formeln $C_6H_{13}NH_2HCl$ beräknas 25,81 %.

Dess koncentrerade absolut alkoholiska lösning försattes med platinaklorid i ringa öfverskott. Den dervid erhållna kristalliniskt korniga och gulfärgade fällningen aftvättades med något absolut alkohol och torkades i luften.

0,5938 g. lufttorkadt salt förlorade vid 100° endast 0,0010 g.

0,5928 g. gaf vid glödgning 0,1895 g. platina. I procent utgjorde platina halten sålunda 31,96.

Ur hexylplatinasalmiaksformel beräknas 31,97 % platina.

Vi hafva isolerat aminen derigenom att den koncentrerade vattenlösningen af det saltsyrade saltet öfvergjutits med eter. Saltet har blifvit sönderdeladt med kaliumhydroxid. Efter eterns afdrifning och destillation erhöllo vi en tjockflytande vätska af kokpunkten 127° till 130°.

Dess lukt är intensift fiskartad och på samma gång kväfvande, erinrande om koniin. Det är sålunda utan tvifvel samma normala hexylamin, som Pelouze och Cahours erhållit ur hexylklorid med ammoniak [1]) och Hofmann [2]) samt Frenzel [3]) framstält ur enantylamid med brom och kaliumhydroxid. Af dess derivat har, utom de ofvan anförda två, tillsvidare endast det enkla urinämnet blifvit framställdt.

Hexylurinämne.

2,75 g. saltsyrad hexylamin och 1,62 g. kaliumcyanat uppvärmdes i koncentrerad lösning på vattenbad, hvarvid afskilde sig en olja, hvilken vid afsvalning stelnade och afskildes från den undre lösningen. Den återstående vätskan afdunstades till fullkomlig torrhet. Återstoden jämte den stelnade oljan löstes uti en ringa mängd absolut alkohol och befriades från kaliumklorid genom filtrering. Vid försättande af den alkoholiska lösningen med vatten grumlade sig lösningen och afskilde hvita, glänsande kristaller, hvilka upptogos på filtrum och afsköljdes med en ringa mängd kallt vatten. Vid torkning i luften sammanfiltade sig kristallerna till en färglös massa af praktfull pärlemorglans.

Monahexylurinämne utkristalliserar ur vatten i långa, tunna blad — ofta af öfver en cm. längd — ur eter äfven uti tunna blad af rektangulär form. Dess smältpunkt visade

---

[1]) Jahresber. 1863, 1527.
[2]) Berl. Ber. XXV, 771.
[3]) Berl. Ber. XXVI, 744.

sig ligga vid 109,5°. Det är svårlösligt i vatten, löser sig utomordentligt lätt i alkohol och med något större svårighet i eter. Det på ofvan anförda sätt framstälda ämnet var, utan vidare behandling rent för analys.

0,2395 g. substans torkad vid 80° gaf vid förbränning 0,5147 g. koldioxid och 0,2402 vatten

0,2251 g. ämne gaf 38,0 cm³ kväfve vid 75,6 cm tryck och 19° temperatur.

	Beräknade:	Funna:	
6 C = 72	58,33	58,61	procent.
16 H = 16	11,11	11,14	„
2 N = 28	19,44	19,29	„
O = 16	11,12		
132	100		

Kapronitrils förhållande till hydroxylamin.

4,85 g. kapronitril blandades med 3,48 saltsyrad hydroxylamin, löst i möjligast ringa mängd vatten, hvarpå absolut alkohol tillsattes tills lösning inträdt. 0,46 g. natrium löstes i absolut alkohol och sattes i små portioner till den förra med is afkylda lösningen. Vid hvarje tillsats afskilde sig natriumklorid. Hela reaktions-massan hölls derefter uppvärmd vid en temperatur af circa 50° under tre dygn. Koksaltet affiltrerades; efter afdunstning till torrhet erhölls en ofärgad olja, hvilken inom en par timmar stelnade till ett radialt stängligt kristalliniskt aggregat. Detta upplöstes ånyo i absolut alkohol, lösningen afdunstades vid lindrig värme till torrhet. Den erhållna oljan öfverlämnades åt sig själf öfver svafvelsyra. Dervid erhölls substansen uti hvita glänsande fjäll, hvilka understundom voro radialt grupperade, erinrande om amidokapronsyra.

Ämnet löser sig mycket lätt i vatten under rotationsfenomen, i alkohol är det äfven lätt lösligt, något svårlösligare i eter. Vid frivillig afdunstning af den eteriska lösningen kvarblef ämnet såsom en tjockflytande olja.

Dess smältpunkt ligger vid 48°.

Dess vattenlösning färgas af ferriklorid rödbrun.

0,2118 g. i exsickator vid vanlig temperatur torkadt ämne gaf vid förbränning 0,4301 koldioxid och 0,2018 vatten.

	Beräknade:	Funna:	
6 C = 72	55,38	55,38	procent.
14 H = 14	10,76	10,59	„
2 N = 28			
O = 16			
130			

Ämnet är sålunda hexenylamidoxim.

Metenylamidoxim framstäldes först af Lossen och Schifferdecker[1]), och amidoximer äro för närvarande föremål för mångfaldiga undersökningar.

Kapronitrils förhållande till kapronsyra vid högre temperatur.

10 g. kapronitril blandades med 12 g. ren kapronsyra och upphettades tillsammans i slutet rör till en temperatur af omkring 250°. Efter fyra dygns upphettning stelnade rörets innehåll till en massa, bestående af korta prismatiska kristaller genomdränkta af mörkfärgad moderlut. Den kristalliserade delen renades genom utbredning på en oglaserad porslinsskifva. Dess smältpunkt var 86°. Efter omkristallisering ur alkohol steg smältpunkten till 92,5°.

Ämnet är färglöst och kristalliserar i glänsande tunna rektangulära prismer. Det är nästan olösligt i vatten, löser sig med lätthet i alkohol, men är något mer svårlösligt i eter, ur hvilken det vid eterns afdunstning utkristalliserar i leucinlika grupper.

0,1388 g. ämne gaf vid förbränning 0,3432 g. koldioxid och 0,1343 g. vatten.

---

[1]) Ann. Chem. Pharm. 166, 295.

0,1641 g. substans gaf vid förbränning 0,4067 g. koldioxid och 0,1681 g. vatten.

0,1178 g. substans gaf efter Kjeldahls metod en ammoniakmängd motsvarande 5,8 cm³ 1/10 N. svafvelsyra.

0,2103 g. gaf på samma sätt ammoniak motsvarande 10 cm³ 1/10 N. svafvelsyra.

	Beräknade:		Funna:		
12 C = 144	67,60	67,28	67,59	procent
23 H = 23	10,78	10,75	11,38	„
2 O = 32	15,05			
N = 14	6,57	6,89	6,65	„
213	100			

Ämnet är sålunda sekundär kapronylamid.

Kapronitrils förhållande till kapronsyreanhydrid vid upphettning.

Oaktadt denna reaktion ännu ej ledt till önskadt resultat, och undersökningen af densamma ej är afslutad, meddela vi likväl af ofvan anförda skäl dervid gjorda iakttagelser.

Uppgifterna om normalakapronsyrans anhydrid äro ytterligt torftiga. Den framstäldes redan tidigt af Chiozza[1]).

Detsamma är förhållandet med kapronylklorid, hvilken framstäldes af Béchamp[2]).

Framställning af kapronylklorid.

För framställning af densamma hafva vi funnit fördelaktigast en blandning af 2 molekyler tort natriumkapronat, en mol. kapronsyra och fosforpentaklorid i en mängd, något öfverskjutande en molekyl.

50 g. kapronsyra neutraliserades sorgfälligt med natriumhydroxid, saltet afdunstades till fullkomlig torrhet på vattenbad och torkades derefter ytterligare vid 110°. I en frak-

---

[1]) Ann. Chem. Pharm. 86, 259.
[2]) L. c. 130, 364.

tioneringskolf blandades dermed 45 g. fosforpentaklorid och dertill sattes i små satser 25 g. kapronsyra. Blandningen uppvärmdes under några timmar och afdestillerades derefter. Vid omdestillering af det flytande destillatet erhöllos 66 g. kapronylklorid, konstant kokande mellan 151° till 153°.

Vid andra beredningen hafva vi ur 27 g. natriumkapronat, 21 g. fosforpentaklorid och 12 g. kapronsyra erhållit 21 g. med samma kokpunkt. Kapronsyrekloriden har sedermera blifvit upprepade gånger framstäld af oss med samma gynsamma resultat.

Kapronylklorid är en färglös vätska af stickande kloridlukt. Dess specifika vigt var, bestämd med Sprengels piknometer, $^{17°}/_{17°}$ 0,9847.

Dess kokpunkt är 151° till 153°.

0,5907 g. kapronylklorid gaf 0.6337 g. silfverklorid.

0,5639 g. kapronylklorid gaf 0,5967 g. silfverklorid.

	Beräknade	Funna	
$C_5H_{11}CO$			
Cl	26,4	26,52	26,98 %.

Béchamp uppger dess kokpunkt till 136° till 140°.

Framställning af kapronsyrans anhydrid.

15 g. natriumkapronat blandades väl med 14 g. kapronsyreklorid i en fraktioneringskolf. Efter en half timmes uppvärmning destillerades blandningen, hvarvid endast 4 g. öfvergingo under 240° och 15 g. från 240° till 243°.

Vid en annan beredning användes 17 g. kapronsyreklorid och 12 g. kapronsyra, som uppvärmdes så länge saltsyra afgick. Dervid erhöllos vid derpå följande destillation 15 g. kokande vid 241° till 243°.

Vid en tredje beredning användes 20 g. natriumkapronat och 14 g. kapronylklorid, hvilka uppvärmdes i 7 timmars tid. Dervid erhölls alls ingen anhydrid, utan största delen öfverdestillerade mellan 220° till 224°. Orsaken till detta sällsamma förlopp är för närvarande föremål för undersökning.

Kapronsyreanhydriden är en färglös vätska af en egendomlig skarp lukt. Den stelnar ej vid — 17°. Dess specifika vigt har blifvit funnen $^{17°}/_{17°}$ vara 0,9279. Dess kokpunkt är 241° till 243°. Några tidigare uppgifter om dess kokpunkt hafva vi ej kunnat finna. Vid omdestillation har en förut vid 240° till 243° konstant kokande anhydrid delvis öfvergått vid betydligt lägre temperatur, och den nya destillationsprodukten har lätt stelnat i en köldblandning. Här har sålunda en sönderdelning försiggått. Detta förhållande skall af den ena af oss undersökas, såsnart nytt material kunnat anskaffas.

0,2392 g. anhydrid gaf vid förbränning 0,5885 g. koldioxid och 0,2271 g. vatten.

	Beräknade:	Funna:	
12 C = 144	67,2	67,1	procent.
22 H = 22	10,54	10,3	„
3 O = 48			
214			

För framställning af den tertiära amiden upphettades i tre dygns tid, i ett tillsmält rör till circa 230°, 10 g. kapronsyreanhydrid med 5 g. kapronitril. Den delvis stelnade reaktionsprodukten renades genom utbredning på oglaceradt porslin samt omkristalliserades. Den erhölls dervid i tunna rektangulära prismer och visade en smältpunkt af 92,5°.

Vid förbränning gaf 0,133 g. substans 0,286 koldioxid och 0,192 vatten, eller i procent:

67,39 kol och 10,79 väte, hvilket resultat öfverensstämmer med den sekundära amidens sammansättning. Äfven smältpunkten är densamma. Orsakerna till detta egendomliga resultat skall framdeles undersökas af den ena af oss.



Bidrag till Enantylsyrans historia. IV.

Af

O. af Forselles och H. A. Wahlforss.

Framställning af enantylklorid.

Likasom vid kapronsyra hafva vi funnit det fördelaktigast att använda 2 molekyler natriumenantylat, 1 molekyl enantylsyra och 1 molekyl fosforpentaklorid, hvilket sistnämnda ämne vi likväl hafva användt i något öfverskott.

42 g natriumenantylat blandades i en fraktioneringskolf med 40 g fosforpentaklorid (beräknad mängd 29 g). Därtill infördes småningom 22 g enantylsyra. Vid enantylsyrans beröring med fosforpentakloriden inträdde en liflig reaktion, hvilken tillkännagaf sig genom utveckling af saltsyra och blandningens sjelfupphettning. Sedan denna något svalnat, uppvärmdes svagt under loppet af 7 timmar. Vid den därpå följande destillationen steg temperaturen genast till 165°. Under 168° öfvergick en ringa mängd. Hufvudanparten öfvergick mellan 168° och 172°. Vid förnyad destillation erhöllos mellan 168° och 172° 48 g, sålunda c. 80 % af det teoretiska utbytet. De öfver och under liggande andelarna voro ganska obetydliga.

Vid en annan beredning erhöllos från 27 g natriumenantylat, 12 g enantylsyra och 19 g fosforpentaklorid 28 g klorid, kokande från 167° till 171°. Emedan kloriden vid klorbestämning befans innehålla klor i ringa öfverskott, destillerades 26 g af densamma efter tillsats af endast en g natriumenantylat. Den sålunda erhållna kloriden befans vara ren, såsom följande klorbestämningar utvisa:

0,2697 g heptoylklorid gaf 0,2635 g klorsilfver. 0,2007 heptoylklorid gaf 0,1938 g klorsilfver.

	Beräknade:	Funna:	
C_6H_{13} CO — Cl	23,88	24,16	23,88 procent

Normal heptoylklorid är en färglös vätska af en skarp lukt. Dess egentliga vigt bestämdes med Sprengels piknometer och befans vid $^{17°}/_{17°}$ = 0,9667.

Heptoylklorid framstäldes af Mehlis[1]), men isolerades ej.

Framställning af enantylsyreanhydrid.

Till 30 g natriumenantylat, hvilket blifvit torkadt först på vattenbad, derefter pulveriseradt och ytterligare torkadt vid 110°, tillfördes i en fraktioneringskolf droppvis 29,5 g enantylklorid. Blandningen omskakades tills densamma erhållit en jemn konsistens. Den uppvärmdes därefter lindrigt en half timme. Vid den därpå följande destillationen öfvergingo under 259° endast 3 g, mellan 255° och 257° 31 g. Vid temperaturstegring erhölls ytterligare endast en ringa mängd.

Enantylsyreanhydrid är en vattenklar, ofärgad, något oljeartad vätska af på samma gång fettartad och skarp lukt. Dess specifika vigt är vid $^{17°}/_{17°}$ 0,9123. Mehlis[1]) anger 0,932 vid 21°. Dess kokpunkt ligger emellan 255° och 258°. Mehlis anger 268°—271°. Anhydriden stelnar ej vid — 17°

0,1301 g gaf vid förbränning 0,3301 g koldioxid och 0,1298 g vatten

		Beräknade:	Funna:	
14 C =	168	69,42	69,20	procent
26 H =	26	10,74	11,09	„
3 O =	48			
	242			

---

[1]) Ann. Chem. Pharm. 185, 371.

Enligt Mehlis kokar anhydriden utan någon sönderdelning.

Vid omdestillation af anhydriden i fraktioneringskolf, hvarvid halsens längd från kolfvens sferiska del till afledningsröret var 6 cm., inträdde alltid för oss en tydlig sönderdelning. Denna är ännu ej af oss fullständigt studerad, likväl kunna vi preliminärt angifva, att vid slutet af hvarje destillation temperaturen steg till 263°. De sålunda öfver 260° erhållna destillaten hafva samlats, tvättats med natronlut och vatten. Ämnet har torkats genom upphettning och destillerats. Härvid har öfver halfva mängden öfvergått mellan 261° och 263°.

Vid införande af de skilda fraktionerna i köldblandning af is och koksalt stelnade alla genast och den från 261°—263° öfvergångna visade med insänkt termometer en smälttemperatur af + 14°. Detta tal får likväl ej betraktas som definitift.

Undersökning af denna anhydrids sönderdelning vid destillation fortsättes af den ene af oss.

Framställning af heptonitril.

Heptonitril framstäldes allra först af Mehlis[1]). Den fans därefter af den ene af oss bland de flyktiga neutrala substanser, som bildas vid ricinoljas oxidation med salpetersyra. Den framstäldes därefter äfven af densamme ur enantylsyra med blyrodanid[2]). Begge visade den fullkomligaste öfverensstämmelse. Samma metod har äfven här blifvit använd.

83 g enantylsyra uppvärmdes med 120 g rodanbly (beräknadt 98) i en retort med uppåtriktad kylare. Blysaltet antog snart en gulaktig färg och svartnade därefter. Efter 40 timmars upphettning erhöllos vid destillation 39 g flytande ämne, hvarur kristaller afsatte sig, och 29 g fast substans. Det flytande destillatet fraktionerades utan vidare. Därvid

[1]) L. c.
[2]) Öfvers. af Finska Vetensk. Soc. Förhandl. Tome XXXII.

öfvergingo först några färgade droppar. Därunder steg temperaturen till 179°. Under 220° hade 32 g flytande substans öfvergått. Återstoden stelnade kristalliniskt. Denna tvättades med svag natronlut och vatten. Vid fraktionerad destillation öfvergingo under 178° endast några droppar; mellan 178° och 185° 23 g; till 225° 5 g.

Den del, som öfvergått mellan 178° och 185° och sålunda bestod af nästan fullkomligt ren heptonitril, har blifvit använd till följande försök, hvilka vi hafva utfört, för att därmed jemföra likartade försök, som redan blifvit utförda af den ene af oss jemte C. Norstedt med kapronitril.

Heptonitrils förhållande till vätgas in statu nascendi.

Heptonitril, 10 g, löstes i 150 cm³ absolut alkohol i en kolf med uppåt riktadt kylrör. Därtill sattes 30 g metalliskt natrium i mindre stycken. Reaktionen var till en början ganska häftig, sedan lugnare. Slutligen måste ytterligare 150 cm³ absolut alkohol tillsättas, emedan natrium långsamt löste sig och sist understöddes reaktionen genom lindrig uppvärmning. Vid afsvalnande stelnade vätskan. Den försattes med något vatten och underkastades destillation med vattenånga. Destillatet uppsamlades i utspädd saltsyra. Genom afdunstning på vattenbad erhöllos 12,5 g saltsyrad heptylamin. Den var nästan färglös och kristalliserar. Vid en annan beredning erhöllos 12 g.

Utan vidare rening bestämdes dess klorhalt.

0,3218 g substans gaf 0,3025 klorsilfver eller 23,21 % klor. Genom beräkning erhålles för $C_7H_{15}NH_2HCl$ 23,41 % klor.

Saltsyrad heptylamin löstes i absolut alkohol. Lösningen filtrerades och forsattes med platinaklorid. Härvid utföll genast platinaföreningen. Denna upptogs på filtrum, uttvättades med något absolut alkohol och lemnades att torka vid vanlig temperatur.

0,3722 g vid 80° torkad heptylplatinasalmiak gaf 0,1134 g platina, utgörande 30,47 %. För $(C_7H_{13}NH_2HCl)_2$ $PtCl_4$ beräknas 30,41 % platina.

Heptylurinämne.

3,3 g saltsyrad heptylamin i koncentrerad vattenlösning försattes med 1,6 g kaliumcyanat. Vid uppvärmning på vattenbad afskiljde sig nästan genast en olja, stelnande vid afsvalning. Den löstes i en ringa mängd absolut alkohol och affiltrerades från bildad kaliumklorid. Vid alkohollösningens försättande med vatten afskilde sig heptylurinämne i långa tunna blad, hvilka vid torkning sammanfiltade sig till en fullkomligt färglös massa med praktfull glans, midt emellan perlemor och matt silfver.

Heptylurinämnes smältpunkt är 110°—111°.

Det är lätt lösligt i alkohol, svårare i vatten och äfven i eter.

0,2316 g substans gaf 0,2353 g vatten och 0,5138 g koldioxid.

	Beräknade:	Funna:	
8 C = 96	60.76	60,50	procent
18 H = 18	11,39	11,29	„
2 N = 28			
O = 16			
158			

Hydroxylamins inverkan på heptonitril.

Till 3,45 g saltsyrad hydroxylamin löst i minsta möjliga qvantitet vatten, sattes en lösning af 5,55 g heptonitril i absolut alkohol. Härvid afkyldes vätskan med is. Natriumklorid afskilde sig i riklig mängd. Det hela digererades under några dagar vid en temperatur af 50°. Lösningen affiltrerades från natriumkloriden. Efter alkoholens afdunstning vid möjligast låg temperatur qvarblef en oljeartad vätska, som efter afsvalning snart stelnade till en kristallinisk massa, hvars smältpunkt var 45°.

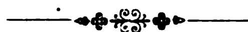
Efter förnyad lösning i absolut alkohol erhölls en svagt färgad olja, som stelnade och då bestod af radialt stängliga kristaller.

Dessa smälte vid 48°—49°.

0,2935 g ämne gaf 0,2899 g vatten och 0,6378 g koldioxid.

	Beräknade:	Funna:
7 C = 84	58,33	59,27 procent
16 H = 16	11,11	10,97 „
2 N = 28		
O = 16		
144		

Undersökningen af ofvan beskrifna substanser fortsättes af den ene af oss.



Ein Beitrag zur Kenntnis der Autokatalyse.

Von

Uno Collan.

In einer kurzen Note (Ber. über d. Verhandl. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. Math. phys. Cl. **1890**. 189) spricht Herr Prof. *Ostwald* die Meinung aus, es müsse in jedem Falle, wo eine Säure irgend einer langsam verlaufenden Reaktion unterliege, dieselbe eine Beschleunigung der eigenen Umsetzung bewirken, ganz so wie überhaupt Säuren nach Mass ihrer Stärke, oder mit anderen Worten nach ihrem elektrolytischen Dissociationszustande, auf Reaktionen „katalytisch“ einwirken. Diese Voraussetzung einer „Autokatalyse“ wurde an Versuchen, die in seinem Laboratorium von Hrn *P. Henry* über den Übergang der γ-Oxyvaleriansäure in das entsprechende Valerolakton angestellt worden sind, geprüft, und sollen die Versuche, deren Ergebnisse aber bisher noch nicht publiziert wurden, alle aus der gemachten Voraussetzung gezogene Schlussfolgerungen vollkommen bestätigt haben. Unter anderem ist von Hrn *Ostwald* gefolgert worden, dass in dem vorliegenden Falle, obgleich eine unzweifelhaft unimolekulare Reaktion vorliegt, für die Berechnung der Geschwindigkeitskonstanten der Umsetzung doch die für Reaktionen zweiter Ordnung gültige Reaktionsgleichung Anwendung finden solle.

Gelegentlich einer Untersuchung über die relative Geschwindigkeit des Überganges (bei 100°) verschiedener γ-Oxysäuren in Laktone[1]) ist von Hrn Prof. *Hjelt* gefunden

[1]) B. B. **24**. 1236. (1891).

worden, dass während die Berechnung der Reaktionskonstante nach der *Ostwald*'schen Gleichung für alle übrigen der von ihm damals untersuchten Säuren noch einigermassen konstante Werte erhalten liess, sich bei der in Phtalid übergehenden o-Oxymethylbenzoësäure $C_6H_4 \begin{matrix} [1]\ CH^2OH \\ [2]\ COOH \end{matrix}$ [1]) dagegen ein mit fortlaufender Umsetzung immer wachsender Wert der „Konstante" ergab. Da diese Ausnahme kaum auf eine wesentliche Verschiedenheit der bei dieser Säure stattfindenden Reaktion beruhen konnte, schien es mir angemessen, einige Versuche mit dieser Säure anzustellen, umsomehr als ich beim genaueren Durchlesen des Aufsatzes von Hrn *Ostwald* auf den Gedanken gekommen war, dass die Ursache der Abweichung in der bei der Berechnung benutzten Formel zu suchen sei.

Eine kurze Überlegung hatte mich nämlich zu der Überzeugung gebracht, dass mit den von Hrn *Ostwald* aufgestellten Prämissen die von ihm gewählte Reaktionsgleichung nicht für die betreffenden Reaktionen allgemein gültig sein könne, und möchte ich hier die Gründe vorbringen, welche zu einer Modifikation derselben nötigen. Zugleich will ich noch einige experimentelle Belege für die Richtigkeit dieser Betrachtungen mitteilen. Es mag von vorneherein bemerkt werden, dass hierdurch die Berechtigung der Voraussetzungen von Hrn *Ostwald* sich nur noch besser hat beweisen lassen können.

Nimmt man mit Hrn *Ostwald* an, dass im vorliegenden Falle nur der nicht dissociierte Anteil der Säure eine Wasserabspaltung erleidet, während der dissociierte Anteil einen blos beschleunigenden Einfluss auf die Reaktion ausübt, muss die Reaktionsgeschwindigkeit allgemein durch die Gleichung:

[1] $$-\frac{dC}{dt} = \delta\, C \cdot (1 - \delta)\, C \cdot K$$

---

[1]) *Hessert*, B. B. **10**. 1446. (1877).

ausgedrückt werden, wo C die Konzentration, K die Reaktionskonstante, und δ die in Bruchteilen von der ganzen im betreffenden Momente vorhandenen Säuremenge ausgedrückte Menge dissociierter Säure bedeuten. Es wird aber δ gewöhnlich während des Verlaufs der Umsetzung nicht einen konstanten Wert beibehalten, sondern mit abnehmender Säuremenge allmälig wachsen, und nur unter besonderen Umständen, z. B. bei Gegenwart genügender Mengen Neutralsalze oder stärkerer Säuren, auch wohl umgekehrt bei höherer Temperatur, und in ähnlichen Fällen praktisch genommen durch das untersuchte Intervall gleich bleiben. Nur in diesen Fällen geht also die Gleichung in die einfachere

$$-\frac{dC}{dt} = C^2 K$$

über.

Um die Formel [1] für Messungen der Reaktionsgeschwindigkeit brauchbar machen zu können, muss darin δ oder die Dissociation als Funktion von der Konzentration C eingeführt werden. Dies lässt sich leicht mit Zuhülfenahme der von Hrn *Ostwald* [1]) angegeben Formel, welche das Verdünnungsgesetz für die elektrolytische Dissociation binärer Elektrolyte angiebt, machen. Man hat nämlich

$$\frac{1-\delta}{\delta^2} v = \frac{1-\delta}{\delta^2 C} = 2\gamma = A$$

(wo A eine Konstante). Diese Gleichung nach δ aufgelöst giebt für δ den folgenden Wert:

$$\delta = -\frac{1}{2AC} + \sqrt{\frac{1}{4A^2C^2} + \frac{1}{AC}} \quad {}^{2)}$$

oder

$$\delta = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4AC}}, \text{ woraus}$$

---

[1]) Zeitschr. f. phys. Ch. 2 36. (1888) u. 3. 171. (1889).

[2]) Da δ seiner Natur nach eine positive Grösse ist, kann das Vorzeichen der Quadratwurzel nicht negativ sein.

$$\delta(1-\delta) = \frac{2(\sqrt{1+4AC}-1)}{(\sqrt{1+4AC}+1)^2}$$ erhalten wird.

Durch Einsetzen dieses Wertes für $\delta(1-\delta)$ in die Gleichung [1] geht dieselbe über in:

$$-\frac{(\sqrt{1+4AC}+1)^2 \cdot dC}{2C^2(\sqrt{1+4AC}-1)} = Kdt.$$

Setzt man weiter $\sqrt{1+4AC} = z$, woraus sich $C = \frac{z^2-1}{4A}$ ergiebt, und substituiert, wird folgende Gleichung erhalten:

$$-\frac{4Az}{(z-1)^3}\,dz = Kdt.$$

Die Integration giebt hieraus:

$$-4A\int\frac{zdz}{(z-1)^3} = 2A\,\frac{2z-1}{(z-1)^2} = Kt + \text{Konst.}$$

Die Gleichung, aus der die Reaktionskonstante zu berechnen ist, wird also:

[2] $$\frac{2A}{t}\left\{\frac{2z-1}{(z-1)^2} - \text{Konst.}\right\} = K$$

wo z von seinem Werte: $z = \sqrt{1+4AC}$ zu ersetzen ist. Die Integrationskonstante wird ebenfalls ein Ausdruck von der Form $\frac{2z-1}{(z-1)^2}$, wo für C dessen Wert zum Beginne der Messung eingesetzt worden ist.

Was die Konstante $A\,(=2\gamma)$ betrifft, drückt dieselbe [1]) den doppelten Wert der Verdünnung aus, bei der die Säure eben zur Hälfte dissociiert ist. Da dieselbe sich wohl gewöhnlich nicht direkt experimentell bestimmen lässt, ist man darauf hingewiesen ihren Wert aus der Messung des elek-

[1]) s. *Ostwald*, Zeitschr. f. phys. Ch. 3. 171. (1889).

trischen Leitvermögens unter Anwendung der oben angeführten Beziehung $\frac{1-\delta}{\delta^2} v = \frac{1-\delta_1}{\delta_1^2} v_1$ $(= A)$ festzustellen.

Um die hier vorgeschlagene Formel an der Oxymethylbenzoesäure prüfen zu können, war es zuerst nötig, eine Bestimmung des elektrischen Leitvermögens der Säure auszuführen. Von *Kahlbaum* in Berlin bezogenes Phtalid wurde bei Siedehitze in einem kleinen Überschuss von Kalilauge gelöst, und aus der Lösung durch Salzsäure die Oxymethylbenzoesäure ausgefällt. Nach sorgfältigem Auswaschen mit kaltem Wasser und Auspressen wurde die Säure unter häufigem Umschütteln in Wasser bei Zimmertemperatur gelöst. Da dieselbe ziemlich schwerlöslich ist (man erhält auf obige Weise in paar Stunden eine Lösung die nicht viel mehr als $^1/_{50}$-normal ist), wird die Lösung stets eine gewisse Menge Phtalid enthalten haben, weshalb die Affinitätskonstante bei grösserer Verdünnung eine Abnahme zeigt. Durch Titrieren mit Barytwasser wurde die Lösung auf genau $^1/_{50}$-normal eingestellt und sofort die Widerstandsmessung ausgeführt. Die Messung wurde zweimal wiederholt, und jedesmal möglichst schnell zu Ende geführt. Die Übereinstimmung zwischen beiden Messungen war eine gute.

Leitungsvermögen der Oxymethylbenzoesäure bei 25°.

$\mu_\infty = 353.$

v	μ	100 m	100 k
50	29.36	8.32	0.0151
100	40.72	11.54	151
200	55.47	15.71	146
400	74.25	21.03	140
800	97.24	27.55	131
1600	122.98	34.84	116
3200	146.97	41.63	093

$K = 0.0151.$

Aus den Bestimmungen bei den drei grössten Konzentrationen, welche eine genügende Übereinstimmung für die Werte von 100 k ergeben, lässt sich A (= 2 γ) berechnen zu:

v = 50	A = 6622
= 100	= 6644
= 200	= 6830

Ich habe weiter die Reaktionsgeschwindigkeit des Überganges der Oxymethylbenzoesäure in Phtalid bei 25° gemessen. Die Lösung war in derselben Weise wie oben bereitet und wurde in den Thermostaten bei 25° gestellt. Zu bestimmten Zeiten wurden immer 10 cm³ (bei vorgeschrittener Reaktion 25 cm³) herauspipettiert und mit Barytwasser titriert. Die angegebenen cm³ Barytwassers sind die mittleren Zahlen aus zwei übereinstimmenden Titrationen. Für die Berechnung der Ergebnisse habe ich A = 6625 gesetzt.

Tab. I. Übergang von Oxymethylbenzoesäure in Phtalid bei 25°.

Zeit in Stunden.	10 cm³ Lös. entspr. cm³ $Ba(OH)_2$ [1]	K	$K_1 = \frac{1}{t}\log\frac{C_0}{C_t}$	$K_2 = \frac{1}{t}\cdot\frac{C_0-C_t}{C_t}$
0	17.80	—	—	—
3	16.72	14.7	0.00907	0.0215
6	15.75	14.2	885	217
9	14.80	14.6	890	225
21	11.85	14.7	841	239
25	11.10	14.5	820	242
31	10.15	14.4	787	243
46	8.08	14.6	767	262
54	7.28	14.6	719	268
70	6.00	14.5	675	281
79	5.42	14.6	654	289
98	4.46	14.6	613	305

[1]) 1 cm³ Normalsäure entsprachen 92.8 cm³ Barytwasser.

122	3.60	14.6	0.00569	0.0316
150	2.90	14.6	525	343
197	2.16	14.5	465	367
270	1.48	14.5	400	408
650	0.50	14.5	239	532
1010	0.30	14.3	175	578
1946	0.15	—	—	—

Ich habe zum Vergleich der nach meiner Formel berechneten Konstante K die nach den Gleichungen für Reaktionen erster und zweiter Ordnung berechneten (K_1 und K_2) nebenbei gestellt und zeigt es sich dass keine von diesen beiden Gleichungen sich den Versuchsergebnissen anpassen lässt. Wie aus der dritten Kolonne ersichtlich ist, erhält man aber, wenn auf die mit zunehmender Verdünnung fortschreitende Dissociation Rücksicht genommen wird, Zahlen, die für das ganze untersuchte Intervall eine sehr gute Konstanz zeigen.

Es ist überhaupt wie schon aus Untersuchungen, die bei Hrn *Fittig* [1]) ausgeführt wurden, hervorgeht, der Übergang der γ-Oxysäuren in die resp. Laktone in wässeriger Lösung eine umkehrbare, indem bei den einfacheren Repräsentanten dieser Verbindungen die entgegengesetzte Reaktion, die Rückbildung von Oxysäure aus Lakton einen nicht zu vernachlässigenden Betrag erreichen kann. So wird z. B. angegeben [2]), dass das Gleichgewicht bei 100° zwischen Valerolakton und γ-Oxyvaleriansäure erreicht sei bei Umwandlung von 6.6 % des Laktons. Aus theoretischen Gründen lässt sich voraussehen, dass mit abnehmender Temperatur das Gleichgewicht sich nur in dem Sinne verschieben kann, dass die Menge von Lakton bei erreichtem Grenzzustande kleiner wäre. Es wird eine Erniedrigung der Temperatur also die Grenze der Laktonbildung noch weiter herabdrücken. Da nun aber, wie aus obiger Tabelle hervorgeht, der Übergang von Oxymethylbenzoesäure in Phtalid

---

[1]) Lieb. Ann. 226. 333 u. folg. (1884).

[2]) l. c. 344.

schon bei 25° fast bis zu Ende sich bringen lässt,[1]) ist zu erwarten dass sich diese Säure besser zur Verifikation einer gewählten Reaktionsgleichung eignen wird, als z. B. die γ-Oxyvaleriansäure.

Eine indirekte Bestätigung der Richtigkeit der oben angegebenen Formel lässt sich weiter gewinnen, wenn man die betreffende Reaktion bei Gegenwart fremder Säuren verlaufen lässt. Ich habe auch einige Versuche bei 25° über die Phtalidbildung unter Zusatz von Säuren von verschiedenem Dissociationsgrade ausgeführt, muss aber, da ich einstweilen die nötigen Daten zur Ausrechnung der Ergebnisse noch nicht besitze, von deren Publikation Abstand nehmen. Nur will ich einige Reihen hier mitteilen, deren Ausrechnung durch einen zufälligen Umstand sehr vereinfacht wird.

Es wird unter den früher gemachten Voraussetzungen bei Gegenwart einer fremden Säure die für die Wasserabgabe der Oxysäuren geltende Reaktionsgleichung ganz allgemein sich so ausdrücken lassen:

$$[3] \qquad -\frac{dC}{dt} = (\delta C + \delta_0 C_0)(1 - \delta) C K.$$

Es bedeuten hier: K wie früher die Reaktionskonstante, C und C_0 die Konzentration in Bezug auf Oxysäure, resp. fremde Säure, sowie δ und δ_0 die dissociierten Anteile von beiden.

Unter der Annahme, die auch oben stillschweigend gemacht wurde, dass das Lakton sich indifferent verhalten

---

[1]) Der nach 1946 Stunden erhaltene Titer entspricht einer Lösung von einer Mol. Säure in 619 L, also 0.84 % von der anfänglichen Menge. Wenn hierzu kommt dass die Lösung schon vom Beginn an eine gewisse Menge Phtalid enthielt (ich möchte dieselbe zu 4 bis 5 % der ganzen Menge Oxysäure schätzen), ergiebt sich noch deutlicher die Berechtigung in diesem Falle den Geschwindigkeitskoeffizienten der Wasseraufnahme des Laktons völlig zu vernachlässigen.

würde, wird nach der Theorie der isohydrischen Lösungen das Lösungswasser sich in der Weise auf die beiden Säuren verteilen dass immer die Bedingung: $\delta_1 C_1 = \delta_2 C_2$ erfüllt ist [1]). Wenn beide Säuren gleich stark sind, ist aber, da in diesem Falle das Wasser sich proportional der Mengen der Säuren verteilen wird, $C_1 = C_2$ zu setzen, was auch $\delta_1 = \delta_2$ ergiebt. Es wird somit der auf die Beschleunigung sich beziehende Faktor in $\delta (C + C_0)$, und folglich Gleichung [3] in die folgende übergehen:

$$[4] \qquad -\frac{dC}{dt} = \delta (C + C_0)(1 - \delta) C K.$$

Auch lässt sich, wenn man einen Teil der einen Säure von der anderen ersetzt denkt, aus der Gleichung, die das Verdünnungsgesetz angiebt, analog wie oben erhalten:

$$\frac{1 - \delta}{\delta^2 (C + C_0)} = A, \quad \text{also} \quad \delta = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4A(C + C_0)}}$$

$$\text{und} \quad \delta(1 - \delta) = \frac{2(\sqrt{1 + 4A(C + C_0)} - 1)}{(\sqrt{1 + 4A(C + C_0)} + 1)^2}.$$

Wird hier $\sqrt{1 + 4A(C + C_0)} = z$ gesetzt, erhalten die in der Gleichung [4] eingehenden Faktoren die Werte:

$$\delta(1 - \delta) = \frac{2(z - 1)}{(z + 1)^2}, \quad C + C_0 = \frac{z^2 - 1}{4A}, \quad C = \frac{z^2 - q^2}{4A},$$

(wenn für $1 + 4AC_0$ die Konstante q^2 eingeführt wird), durch deren Einsetzen die Gleichung folgende Gestalt annimmt:

$$\frac{4Az(z + 1)}{(z - 1)^2 (z^2 - q^2)} dz = Kdt.$$

Der Ausdruck links lässt sich nach Zerlegung in Partialbrüche unschwer integrieren, und erhält man so:

---

[1]) s. *Arrhenius*, Zeitschr. f. phys. Ch. 2. 285. (1888).

$$4A \int \frac{z(z+1)\,dz}{(z-1)^2(z^2-q^2)} = \frac{2\,A}{(q^2-1)^2}\left\{\frac{4(q^2-1)}{z-1} - 2\,(3q^2+1)\log\text{nat}\,(z-1) + \right.$$
$$\left. + (q+1)^3 \log\text{nat}\,(z-q) - (q-1)^3 \log\text{nat}\,(z-q)\right\}$$

oder nach Einführung gewöhnlicher Logarithmen:

$$[5] \qquad \frac{2\,A}{(q^2-1)^2 \log e}\left\{\frac{4\,(q^2-1)\log e}{z-1} - 2\,(3\,q^2+1)\log(z-1) + \right.$$
$$\left. + (q+1)^3 \log(z-q) - (q-1)^3 \log(z+q)\right\} = Kt + \text{Konst.}$$

aus welcher freilich nicht sehr bequemen Gleichung die Reaktionskonstante su berechnen ist. Die Integrationskonstante wird wieder ein Ausdruck von der Form des linken Gliedes und durch Einsetzen des Wertes für z (oder C) am Beginne der Messungen ($t = 0$) festgestellt.

Nun hat nach den Angaben von *Ostwald* [1]) der Affinitätskoeffizient der Glykolsäure den Wert 0.0152, während für den der Oxymethylbenzoesäure der Wert 0.0151 gefunden wurde. Beide Säuren dürfen somit als gleich stark gesetzt werden, und die folgenden Versuche, die mit Mischungen von beiden Säuren ausgeführt worden sind, können folglich zur Prüfung der obigen Formel dienen. Den zur Bestimmung von z und q nötigen Wert von A habe ich aus den Messungen von *Ostwald* (l. c.) des Leitvermögens der Glykolsäure berechnet und für die Berechnung der Reaktionskonstante zu rund 6600 angesetzt.

Die zu den Messungen gebrauchten Lösungen wurden folgendermassen bereitet: In einen gradirten Messzylinder von $^1/_2$ L wurde eine bei Zimmertemperatur gesättigte Lösung von der Oxymethylbenzoesäure gebracht und deren Gehalt an Säure durch Titrieren festgestellt, dann soviel von der Lösung abgehoben dass durch Hineinpipettieren eines bestimmten Volums von einer Glykolsäurelösung (1 Mol = 1 L) der Zylinder eben zum obersten Strich angefüllt war.

---

[1]) Zeitschr. f. phys. Ch. 3. 183. (1889).

Darauf wurde gut geschüttelt und die Lösung in eine Flasche in den Thermostaten bei 25° gestellt. Der erste Titer wurde sofort genommen und stimmte immer mit dem berechneten vorzüglich.

Zur Messung gelangten drei verschiedene Lösungen, die in Bezug auf Glykolsäure $^1/_{100}$-, $^1/_{50}$- und $^1/_{40}$-normal waren. Ich lasse hier die Daten sowie die daraus berechneten Reaktionskontanten folgen. Die angegebenen Mengen Barytwasser (das Mittel aus zwei Titrationen) entsprechen dem Totalgehalt der Lösungen an Säure (der durch $(C + C_0)$ bezeichneten Konzentration.)

Tab. II. Übergang von Oxymethylbenzoesäure bei Gegenwart von Glykolsäure (1 Mol = 100 L).

Zeit in Stunden.	10 cm³ Lös. = cm³ $Ba(OH)_2$ [1]	K	K_1	K_2
0	30.00	—	—	—
9	25.80	14.3	0.0114	0.0295
20	22.10	14.3	109	326
24	21.05	14.3	107	338
30	19.70	14.3	105	354
44	17.25	14.3	100	400
53	16.05	14.3	098	435
68	14.50	14.5	095	508
78	13.85	14.2	092	538
92	13.00	14.3	090	616
102	12.52	14.3	088	680
116	12.00	14.3	086	776
144	11.32	14.2	082	983
317	10.20	—	—	—
408	10.20	—	—	—

[1] 1 cm³ Normalsäure = 100 cm³ Barytwasser; von dem angegebenen Titer sind 10.0 cm³ für die Glykolsäure abzuziehen.

Tab. III. Zusatz von Glykolsäure (1 Mol. = 50 L).

0	38.70 [1]	—	—	—
2	37.45	13.9	0.0134	0.0317
7	34.82	14.3	136	0348
18	30.37	14.8	133	0413
28	27.65	14.7	144	0468
42	24.90	15.1	128	0583
52	23.67	14.9	124	0657
67	22.30	14.9	121	0811
90	20.90	15.4	120	1229
115	20.10	15.9	120	2010
195	19.40	—	—	—
244	19.30	—	—	—

Tab. IV. Zusatz von Glykolsäure (1 Mol. = 40 L).

0	50.00 [2]	—	—	—
3	46.95	15.3	0.0175	0.0428
5	45.20	15.4	171	0436
8	42.98	15.0	165	0444
20	36.25	15.0	156	0510
23	35.00	14.7	155	0553
28	33.30	15.0	151	0590
43	29.55	15.0	145	0749
53	28.00	14.8	141	0865
67	26.50	14.7	136	1063
78	25.70	14.6	132	1246
96	24.75	14.8	129	1697

[1] 1 cm^3 Normalsäure = 96.5 cm^3 Barytwasser; also entsprechen 19.3 cm^3 der Glykolsäure in 10 cm^3 Lösung.

[2] 1 cm^3 Normalsäure = 92.8 cm^3 Barytwasser; der Glykolsäure in je 10 cm^3 Lösung entsprachen somit 23.2 cm^3 vom jedesmal verbrauchten Barytwasser.

121	24.05	14.3	0.0124	0.2523
148	23.70	13.8	117	3554
196	23.50	—	—	—
260	23.50	—	—	—

In obigen Tabellen bedeuten die mit K bezeichneten Zahlen die aus der Gleichung [5] berechnete Konstante, während die mit K_1 und K_2 überschriebenen Reihen wie früher die Konstante, nach den gewöhnlichen Gleichungen für Reaktionen erster, bezw. zweiter Ordnung ausgerechnet, enthalten. Wie sich gleich zeigt, erweisen sich die Zahlen der dritten Kolonne recht konstant, während die Werte für K_1 eine bedeutende Abnahme aufweisen; die Gleichung für Reaktionen zweiter Ordnung ist aber gar nicht mit den Versuchen in Einklang zu bringen. Dass die ersten sowie die letzten Zahlen der Kol. 3 jeder Tabelle grössere Schwankungen von der mittleren Zahl darbieten, dürfte leicht eine Erklärung finden. Auch glaube ich die in den beiden letzten Tabellen hervortretende grössere Unregelmässigkeit der Werte für K auf die Rechnung der einigermassen willkürlichen Wahl der für die Berechnung nötigen Konstante A schreiben zu müssen, indem ein Fehler derselben sich voraussichtlich hier am meisten merkbar machen wird.

Ein guter zu Gunsten der von mir gegebenen Gleichungen redender Umstand ist noch, dass die Reaktionskonstante in allen mitgeteilten Reihen mit genügender Übereinstimmung gleich gross erhalten wird, was auch zu erwarten ist, da dieselbe ja von dem auf die Beschleunigung sich beziehenden Faktoren befreit sein muss.

Ich hoffe im Vorhergehenden einen guten Beweis für die Existenz der von Hrn *Ostwald* verlangten „Autokatalyse“ geben haben zu können, und möchte mir nunmehr nur erlauben ein paar Schlussbemerkungen anzufügen.

Aus der oben gegebenen Gleichung [1]:

$$-\frac{dC}{dt} = \delta\, C \cdot (1 - \delta)\, C \cdot K$$

ergiebt sicht folgerichtig, dass wenn die Dissociation aufgehoben, also $\delta = 0$ wird, auch $\frac{dC}{dt} = 0$ werden muss. Es geht somit aus der Gleichung selbst unzweideutig hervor, was schon von Hrn *Ostwald* ausgesprochen worden ist, dass nämlich die Wasserabspaltung der Oxysäuren an die Dissociation gebunden, und von dieser abhängig ist, also beim vollständigen Unterdrücken derselben garnicht von statten gehen kann. Wie ich bei meinen Versuchen öfters zu prüfen Gelegenheit gehabt, lässt sich auch die Oxymethylbenzoesäure in trocknem Zustande beliebig lange unverändert autbewahren. Ich habe desweiteren einen Versuch gemacht, der dasselbe noch deutlicher hervortreten lässt. Eine Lösung von der Säure in möglichst gut gereinigtem Aceton hat auch nach 200-stündigem Stehen bei 25° nicht die geringste Abnahme des Titers wahrnehmen lassen. Eine langsame Abnahme, welche eine ähnliche Lösung beim Sieden (56.°5—57°) erfuhr, bin ich geneigt, eher minimalen Verunreinigungen des Lösungsmittels als dem blossen Temperatureinflusse zuzuschreiben. Es tritt somit die Analogie zwischen diesem Umsatze und demjenigen bei der Rohrzuckerinversion stattfindenden deutlich hervor, welch'letzterer auch nur bei Anwesenheit dissociierter Wasserstoffatome von statten gehen kann. Nur bietet die betreffende Reaktion den merkwürdigen Fall dar einer Wasserabspaltung, die gewissermassen von der Gegenwart von Wasser bedingt wird.



Med anledning af en uppsats: Ftalidbildningen ur o-oxymetylbenzoesyra vid olika temperaturer af Edv. Hjelt.

Af

Uno Collan.

Förf. till ofvanciterade afhandling har haft godheten att tillställa mig ett exemplar däraf i öfvertryck ur Vetenskaps-societetens Öfversigt, Band. 34. Ur densamma framgår att den formel som af Herr *Ostwald* ansetts böra allmänt gälla för här i fråga varande reaktion, γ-oxysyrors öfvergång i motsvarande laktoner, lika litet visat sig tillämplig vid de nu af Herr *Hjelt* meddelade mätningarna af hastigheten vid ftalidbildningen vid olika temperaturer, som vid alla de mätningar, hvilka af honom tidigare[1]) gjorts med olika lakton-gifvande syror vid 100°. Som en förklaring af det afvikande förhållande, Hr *Hjelt* tyckes anse att oxymetylbenzoesyran visar, uttalar han följande: »Detta förhållande beror sannolikt derpå, att vid framskridande ftalidbildning utspädningsgraden hos syrelösningen ökas samt syrans elektrolytiska dissociation i samma mån tilltager. Om så är, bör nämda formel kompletteras genom införande af dissociationsgraden hos den vid tiden för bestämningen i lösningen befintliga oförändrade syran».

I anledning af detta uttalande ser jag mig föranlåten att erinra om att jag redan för längre tid sedan, tillfrågad af Hr. *Hjelt* om den för honom oförklarliga orsaken till de

[1]) Se Acta Soc. Scient. Fenn. T. 18.

otillfredsställande resultat, till hvilka den af *Ostwald* föreslagna formeln ledde, privatim upplyst honom om, icke att en »sannolik» grund härtill vore att söka i den af Hr. *Hjelt* nu antydda bristen i formeln, utan att de förutsättningar, på hvilka *Ostwald* bygt sin formel, såsom *nödvändig konsekvens* fordra att i beaktande tages den med aftagande syremängd ständigt tilltagande elektrolytiska dissociationens storlek, liksom ock att jag, innan Hr *Hjelt* publicerat sin nu ifråga varande undersökning, meddelat honom, att de försök jag anstält på det fullständigaste bekräftat riktigheten af mina i antydt hänseende förbättrade formler[1]). Då Hr *Hjelt* äfven delvis missuppfattat de upplysningar jag lemnat honom, må det tillåtas mig att ännu yttra några ord om det af honom nu offentliggjorda arbetet.

Af Hr *Hjelts* framställning framgår för det första otvetydigt att han tror den föreslagna korrektionen i formeln hafva sin tillämpning endast på ftalidbildningen, ehuru densamma självfallet bör införas vid uträkningen af hvarje process, där en öfvergång af oxysyra i lakton eger rum. Likaså framgår klart att Hr *Hjelt* tänkt sig den i fråga varande korrektionen införd genom en division af reaktionskoefficienten med ett tal som skulle uttrycka den ständigt växande dissociationen hos den reaktion undergående syran, hvarigenom således de med fortskridande reaktion tilltagande koefficienterna skulle bringas att blifva konstanta, och att han sålunda förbisett att då mängden af dissocierad syra tilltager, äfven mängden af icke-dissocierad måste aftaga. Han skulle nämligen annars icke fäst någon vigt vid att reaktionskonstanten, uträknad enligt den *Ostwald*'ska formeln, *tilltager*, emedan man enligt den af mig honom meddelade förklaringsgrunden mycket väl kan tänka sig det fall, att konstanten, uträknad enligt samma formel, skulle visat ett ständigt *aftagande.* Detta hvad beträffar den formel som bordt användas vid uträkningen af försöksresultaten.

---

[1]) Se härom det meddelande: „Ein Beitrag zur Kenntnis der Autokatalyse", som jag samtidigt härmed har äran inlemna till Societeten.

Sedan Hr *Hjelt* emellertid meddelat sina försöksserier, anställer han med de ur de samma enligt den *Ostwald'*ska formeln beräknade reaktionskoefficienterna några betraktelser och kalkyler, åt hvilka icke kan tillmätas någon betydelse redan därför att de äro grundade på tal, hvilka vunnits genom tillämpning af en för detta fall oanvändbar formel. Härtill kommer ännu att Hr *Hjelt* genom ett förbiseende vid uträkningen satt sina koefficienter $(c) = \frac{1}{t}\,\frac{x}{a-x}$, medan detta sista uttryck rätteligen representerar värdet på $a \cdot c$, och således koefficienterna i hvarje serie för att vara jämförliga med hvarandra bordt divideras med a, en kvantitet, som kan sättas proportionell mot den angifna procenthalten af kvarblifven oförändrad syra och hvilken senare åter i de skilda försöksserierna antager värden mellan 100 och 84,7.

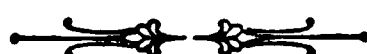
Den af Hr *Hjelt* till sist meddelade beräkningen af de tider, som vid olika temperaturgrader behöfts för att öfverföra 90 % af syran i ftalid, är självfallet i viss grad ett mått på reaktionens hastighet vid dessa temperaturer. Motsvarande reaktionskoefficienter, såsom Hr *Hjelt* beräknat dem, erhållas då ur hvarje godtyckligt vald formel $c = \frac{1}{t}\, f\,(x)$ då i stället för x substitueras samma värde i alla serier, såsom här t. ex. 90, och blifva de samma således omvändt proportionella mot tiderna. Huruvida dessa på så sätt beräknade koefficienter äro proportionella mot de värkliga reaktionskonstanterna, beror naturligtvis på om för samma värde på x uttrycken $f\,(x)$ vid olika temperaturer blifva lika, ett vilkor som i detta fall dock icke är uppfyldt, emedan i den formel, efter hvilken dessa mätningar rätteligen böra uträknas, i denna funktion ingå faktorer som påtagligen variera med temperaturen. Liknande beräkningar, som dem Hr *Hjelt* utfört för 90 % kunna äfven göras, där värdet på x skulle sättas lika med något annat tal. Man finge sålunda en annan serie af koefficienter, hvilka komme att stå i närmelsevis samma förhållande till hvarandra som de i den första. Hr. *Hjelt* har äfven uträknat en sådan parallelserie,

men visa de erhållna talen en ganska dålig öfverensstämmelse; vid 71° är afvikelsen — 13 %, vid 80° + 17 %, vid 100° åter — 7 %[1]. Dock kan jag ej underlåta att påpeka det fullkomligt godtyckliga uti att med de reaktionskoefficienter, som i de olika serierna erhållas vid 90 % förvandlad syra jämföra dem som bestämts ur *första* mätningen i hvarje serie, hvilken mätning egt rum, i ett fall (vid 54°) då 11 %, i ett annat fall (vid 100°), då 43.5 % af syran öfvergått i lakton. Om man därför också i sistnämnda fall genom en visserligen otillåtlig extrapolation bestämmer koefficienten för 84.7 % hvilken halt närmar sig den i de öfriga serierna vid första mätningen erhållna, öfvergår det af Hr *Hjelt* funna talet 414 till 312!

Men äfven om öfverensstämmelsen mellan de båda anförda serierna vore mera tillfredsställande, är det svårt att inse, huru en sådan öfverensstämmelse skulle stå i strid med det faktum att syrans dissociationsgrad är beroende af såväl utspädningsgrad som temperatur; då Hr *Hjelt* likväl icke ens antydt skälen till sin benägenhet att här spåra en motsägelse, kan hans anmärkning icke heller bemötas.

---

[1]) Det sista talet i tabellen på sid. 6 bör nämligen vara 386, icke 400.



Med anledning af en kritik af U. Collan.

af

Edv. Hjelt.

En af mig offentliggjord uppsats i Finska Vetenskaps-Societetens Öfversigt häft. 34. med titel: „Ftalidbildningen ur o-oxymetylbenoesyra vid olika temperaturer" har föranledt herr *Uno Collan* till ett polemiskt uttalande, hvilket jag icke kan lemna alldeles obeaktadt.

Herr *Collan* fäster sig närmast vid mitt yttrande, att orsaken dertill, att *Ostwalds* formel icke visat sig tillämpbar vid den undersökta reaktionen *„sannolikt"* beror derpå, att vid framskridande ftalidbildning utspädningsgraden hos syrelösningen ökas samt syrans elektrolytiska dissociation i samma mån tilltager. Det förvånar mig, att herr *Collan* icke inser, hvarför jag uttryckt mig mindre kategoriskt i denna sak. Jag har naturligtvis gjort det, emedan jag icke velat gå honom i förväg med konstaterandet af ett sakförhållande som han och icke jag ådagalagt men hvaröfver han ännu icke hade offentliggjort något, utan hvarom jag af honom endast erhållit mundtligt meddelande.

Då herr *Collan* vidare säger, att han på förfrågan af mig *upplyst* mig om, att de förutsättningar, på hvilka *Ostwald* bygt sin formel såsom nödvändig konseqvens fordra att i betraktande tagas den med aftagande syremängd ständigt tilltagande elektrolytiska dissociationens storlek, så är hans utsago icke historiskt korrekt. Då jag först rådförde mig med herr *Collan*, såsom mera inkommande i det på den elektrolytiska dissociationsteorin grundade betraktelsesättet än jag, angående de egendomliga reaktionshastighets förhållandena vid laktonbildningen, hade han intet upplysande svar till hands. Herr *Collan* hade gerna kunnat erkänna, att saken till en

början var honom oklar. Först efter en tid, och sedan särskilda hastighetsbestämningar blifvit gjorda och intrepreterade, fann herr *Collan* den utan tvifvel riktiga förklaringen, för hvilken han sedan, genom på min anhållan gjorda försök, erhöll bekräftelse. Den *nödvändiga konseqvensen* af *Ostwalds* betraktelsesätt hade sålunda undgått icke blott *Ostwald* sjelf, utan till en början äfven herr *Collan*.

Det är mig vidare oförklarligt, huru herr *Collan* kunnat förmå sig att uttala, att ur min uppsats skulle framgå, det jag skulle tro, att den af honom föreslagna korrektionen hade sin tillämpning endast på ftalidbildningen, och icke på laktonbildningen öfverhufvud. En sådan förutsättning är ju i och för sig absurd och herr *Collan* borde dessutom nogsamt erinra sig, att vi tillsammans ehuru utan resultat öfverlagt om möjligheten att erhålla rena lösningar af öfriga γ-oxysyror just för bestämmande af dissociationsgraden hos dessa syror vid olika utspädning. Uppsatsen gifver icke heller någon som helst anledning till en sådan uppfattning. Jag har i densamma med full afsigt afhållit mig från alla spekulationer i nämdt syfte angående reaktionshastigheten vid laktonbildningen öfverhufvud, närmast emedan jag icke velat gå herr *Collan* i förväg och de dessutom icke hörde till ämnet. Ur min nyligen till publikation inlämnade afhandling „Reaktionshastigheten vid laktonbildningsprocessen II", torde nogsamt framgå, att jag icke ansett ftalidbildningen såsom någon undantagsreaktion.

Angående korrektionens anbringande i formeln har jag icke heller uttalat mig vare sig i ett eller annat afseende och det är fullkomligt oberättigadt af herr *Collan* att härutinnan göra några suppositioner.

Hvad nu sjelfva undersökningen af ftalidbildningens förlopp vid olika temperaturer beträffar, så framgå resultaten ur de anförda försökstalen och herr *Collan* har icke heller häremot gjort några anmärkningar. Då några reaktionshastighets *konstanter*, på grund af formelns bristfällighet, icke kunnat uträknas, har icke någon exakt jämförels emellan hastigheten vid de olika försökstemperaturerna kunnat göras. I angif-

vandet af de tider som åtgå för öfverförandet af en viss mängd (naturligtvis godtyckligt vald) syra ftalid, har jag dock velat få fram en viss komparation mellan de olika hastigheterna, något annat sätt har härför icke stått till buds.

I afseende å sammanställningen af reaktionskoefficienterna anmärker herr *Collan*, att jag med de vid 90 % syra i lösningen erhållna talen icke bordt jämföra dem som erhållits vid de första bestämningarna. Härtill måste jag genmäla, att jag icke heller gjort det, ty den förra serien hänför sig icke, såsom herr *Collan* synes mena, till koefficienterna vid 90 % syra utan till *medeltalen* af koefficienterna vid *samtliga* bestämningar tills 90 % af syran öfvergått i ftalid. „Rättelsen" af talet 400 (bör vara 409) till 386 är således ogrundad.

Mera direkt jämförbara tal hade naturligtvis erhållits, om sådana koefficienter tagits, hvilka hänföra sig till ett reaktionstadium, då lika mängder syra funnos i lösningen, men talen hade äfven då icke varit fullt komparabla; föröfrigt en omständighet som ingalunda undgått mig. Deremot har jag i de använda reaktionstalen (Ac) förbisett det vexlande värdet för A, hvilken omständighet dock endast i försöket vid 100° får större betydelse.

För jämförelses skull må här lämnas en sammanställning af förhållandet mellan reaktionskoefficienterna (c), beräknade icke genom „otillåten extrapolation" utan genom interpolation, vid en halt af 50 %, resp. 90 % syra i lösningen.

	Förhållandet vid 50 % syra.	Förhållandet vid 90 % syra.
20°	1	1
25°	1,6	1,7
36°	4,8	—
51°	14,4	14,9
54°	18,3	—
71°	69,5	65
80°	105	124
100°	431	463

Då de af mig anförda talen icke afsett att gifva ett exakt uttryck för hastighetsförändringen vid olika temperaturer, kunna afvikelserna mellan ofvanstående och de tidigare meddelade talen icke anses betydande. Icke heller rubbas mitt uttalande, att den relativa ökningen i reaktionshastigheten icke väsendtligen influeras af temperaturen. Att föröfrigt detta förhållande skulle stå i *strid* med det faktum, att syrans dissociationsgrad är beroende af såväl utspädningsgrad som temperatur, har jag icke påstått. På grund af den bild af reaktionen jag försökt göra mig hade jag *väntat* att finna en dylik invärkan, men försöksresultaten hafva icke bekräftat denna min aprioristiska mening.

Såsom ur ofvanstående framgår, hvilar herr *Collans* polemik mot min afhandling väsendtligen på missförstånd och oriktiga suppositioner. Dessa hade utan tvifvel blifvit häfda och sålunda hela denna polemik kunnat förekommas, om herr *Collan*, innan han författade sin kritik, hade för mig mundtligen framställt sina anmärkningar.



Verkningar af magnesiumsulfat på motoriska ledningsbanor i periferiska nervstammar och ryggmärgen

af

K. Hällstén.

Efter subkutan injektion af magnesiumsulfat observeras understundom att fastän djuret (groda) i någon mån kan röra extremiteterna, isynnerhet tår och tarser, direkt retning af motoriska stammar (nervus ischiadicus) förmedelst elektrisk ström eller mekaniska medel icke framkallar någon ryckning. Observationer af denna beskaffenhet hafva gifvit anledning till förevarande undersökning.

För närmare utredning huru härmed förhåller sig utfördes till en början försöken under följande form: sedan djuret blifvit förgiftadt (med 2—4—6 tiondedels kubikcentimeter af en koncentrerad lösning af saltet), förfärdigades i ett senare förgiftningstadium ischiadicus-gastrocnemius-preparat i samband med ryggmärgen (omgifven af ryggmärgskanalen); preparatet uppställdes i myografion och ryggmärgen afskars några gånger (förmedelst sax) för att tillse om ryckning i muskeln häraf framkallades; likaså retades nervstammen förmedelst konstant ström (1—3 Daniell i nedstigande riktning) eller mekaniska medel (afskärning eller knipning). Försöken hafva utvisat att följande olika förhållanden, beroende af det förgiftningsstadium i hvilket preparatet framställes, kunna framträda:

1:o ryckning framkallas både vid afskärning af ryggmärgen och vid elektrisk eller mekanisk retning af nervstammen;

2:o ryckning framkallas endast vid afskärning af ryggmärgen, men icke vid direkt retning af nervstammen; samt

3:o hvarken afskärning af ryggmärgen eller direkt retning af nervstammen framkallar muskelryckning.

Fallet 1:o framträder äfven i preparat af friskt (ickeförgiftadt) djur; i fallet 3:o åter har förgiftningen skridit för långt; det förra fallet tillhör sålunda ett för tidigt, och fallet 3:o ett för sent förgiftningsstadium för att låta de fenomen här är fråga om framträda. Öfvergången från fallet 1:o till fallet 3:o omfattar blott kort tidsrymd och synes äfven vara beroende af individuella förhållanden, t. ex. vid förgiftning med 0.6 kubikcentimeter koncentrerad lösning kunna efter 10—15 minuter, då djuret ej mer utför synnerliga rörelser, hvarje af fallen 1:o, 2:o eller 3:o framträda; något säkert yttre tecken för fallet 2:o kan således icke angifvas, men om preparatet förfärdigas i det förgiftningsstadium då djuret från ryggläge ej mer förmår återtaga bukläge och i alla fall utför smärre rörelser med bakre extremiteterna, så behöfvas ej många preparat för att fallet 2:o eller åtminstone ett mellanstadium mellan 1:o och 2:o skall framträda.

Vi öfvergå till försöken och anföra här endast sådana som hänföra sig till fallet 2:o eller till ett mellanstadium mellan 1:o och 2:o; i senare fallet framträda stora ryckningar vid afskärning af ryggmärgen, men obetydliga vid direkt retning af nervstammen. Försöken utfördes egentligen senaste höst (1891), under oktober—december månaderna, men hafva med samma resultat upprepats å nyss fångade vårgrodor i maj-månad.

Försök 1. Djuret (höstgroda) förgiftades med 2 tiondedels kubikcentimeter kl. XI 56′.

Kl. XII 36′, fyratio minuter efter förgiftningen, reste sig djuret ej mer från ryggläge, men utförde smärre rörelser med alla extremiteter. Strax derpå förfärdigades preparatet.

Afskärning af ryggmärgen, gaf ryckning af 3.3 millimeter; retning af nervstammen med konstant ström i nedstigande riktning dervid 1, 2 och 3 Daniell ställda efter hvarandra användes gaf ingen ryckning. Vid förnyade afskärningar af ryggmärgen erhöllos ryckningar såsom ofvan, men derpå gjord afskärning af

nervstammen gaf ingen ryckning. Åfven retning af nervstammen förmedelst värme (lågan af en eldsticka) var overksam.

Samma resultat visar försöket 9 längre fram; försöket afser egentligen andra omständigheter, men abstraheras här från de fenomen som framträdde i den extremitet hvars blodkärl blifvit underbundna före förgiftningen, så gaf preparatet vid afskärningar af ryggmärgen ryckningarna 0, 2.4 och 3.4 mm, men vid direkt retning af nervstammen förmedelst afskärning med olika hastighet och knipning erhölls ingen ryckning.

Försöken visa att under det i fråga varande ämnets inflytande ledningsbanorna i ryggmärgen och i periferiska nervstammar kunna försättas i sådant tillstånd att fastän de leda retningstillstånd tillfölje af frivilliga innevationer och — ännu tydligare — tillfölje af snitt å ryggmärgen, i alla fall ryckningar icke framkallas vid retning af nervus ischiadius med konstant ström (1—3 Daniell), med mekaniska medel (afskärning, knipning) eller med värme (låga). De periferiska motoriska ledningsbanorna blifva sålunda här försatta i ett likadant tillstånd som enligt Schiff tillkommer de så kallade kine- och aesthesodiska substanserna i ryggmärgen; de kunna leda retningstillstånd från centralapparaterna, men ej direkte retas.

Sjelffallet är öfvergången från fallet 1:o till 2:o kontinuerlig, i den betydelse att preparatens reaktionsförmåga vid direkt retning af den periferiska stammen småningom aftager; det är ock under denna form fenomenen vanligast framträda. Försöken 2 och 3 visa sådana förhållanden.

Försök 2. (Höstgroda). Förgiftningen skedde kl. XI 26 med två tiondedels kubik centimeter.

Kl. XI 47′ slapp djuret ännu från ryggläge, och rörde alla textremiteter, om ock ringa; kort derpå, ungefär tjugutre minuter efter förgiftningen då djuret ej mer intog bukläge från ryggläge, förfärdigades preparatet. Nu erhölls

vid afskärning af ryggmärgen ryckning 3 mm

vid retning	af	nervstammen med	1	Daniell	ryckning	minimal.
„	„	„	1	„	„	„
„	„	„	2	„	„	„
„	„	„	2	„	„	„

vid afskärning af ryggmärgen ryckning . . . . . 8.7 mm
„ „ nervstammen „ . . . . . ingen;
vid retning med värme „ . . . . . ingen;
vid afskärning invid foss. popl. „ . . . . . minimal.

Vid mekanisk. retning af nervstammen å andra sidan erhölls ingen ryckning.

Försök 3. (Höstgroda). Tolf minuter efter förgiftning med 4 tiondels kubik centimeter reste sig djuret ej mer från ryggläge, men utförde häftiga rörelser med extremiteterna; strax derpå förfärdigades preparatet.

Afskärning af ryggmärgen gaf ryckning . . . . . 7.4 mm.
1 Daniell „ „ . . . . . minimal.
3 „ „ „ . . . . . „
Afskärning af ryggmärgen „ „ 4.1

Vid derefter gjorda afskärningar af nervstammen erhöllos inga ryckningar; endast från fossa poplitea erhölls minimal ryckning.

I dessa försök gaf direkt retning, af nerstammen ringa eller ingen ryckning, deremot afskärning af ryggmärgen gaf ryckning af några millimeter. Preparaten befunno sig sålunda på gränsen mellan fallen 1:o och 2:o.

Försöken voro så anordnade att negativa polen, från hvilken retningen utgick, var stäld ungefär i midten af nervstammen; härvid erhöllos minimala slutnings ryckningar, men vid mekanisk retning i omgifningen af negativa polen erhölls ingen ryckning. Då de använda retmedlen i preparat af friskt djur framkalla maximala ryckningar, så antyda försöksresulteten att reaktionsförmågan icke i samma moment försvinner för mekaniska retmedel och för elektrisk ström, utan först för mekaniska medel och senare för elektrisk ström. Att så är fallet ådagalägga de följande försöken 4, 5, 6 och 7.

Försök 4. (Höstgroda). Förgiftningen skedde med två tiondedels kub. cm; då djuret ej mer reste sig från ryggläge förfärdigades preparatet.

Afskärning af ryggmärgen gaf ryckning; sedan retades nervstammen sex gånger, med 3 Daniell; härvid erhöllos slutningsryckningarna 5.8, 5.8, 5.8, 5.9, 6,4 och 5.4; men då nervstammen derefter retades mekaniskt förmedelst afskärning och knipning framträdde ingen ryckning.

Försök 5. (Vårgroda). Förgiftningen skedde med 6 tiondedels kub.cm; preparatet förfärdigades femton minuter derpå, då djuret förhöll sig såsom i föregående försök

Afskärning af ryggmärgen gaf ryckning	. . . . .	7.4 mm.
Retning med 1 Daniell „ „	. . . . .	minimal.
„ „ 3 „ „ „	. . . . .	„
Afskärning af ryggmärgen „	. . . . .	„

derefter företagna retningar med mekaniska medel åtföljdes ej af ryckning, endast vid afskärning i fossa paplitea erhölls minimal ryckning.

Försök 6. (Höstgroda). Tjugu minuter efter förgiftning med två tiondedels kub.cm gjordes preparatet under samma förhållanden som i de föregående försöken.

Afskärning af ryggmärgen gaf ryckning 3.4 mm; vid derefter företagna retningar med konstant ström (3 Daniell) erhöllos stora ryckningar, ungefär 12 mm. Då sedan ryggmärgen afskars erhölls ryckning af 6.2 mm; men vid afskärning och mekanisk insult af nervstammen, åtta gånger, erhöllos endast två gånger, vid andra och femte retningen, minimala ryckningar; de öfriga retningarna åtföljdes ej af ryckningar.

Försök 7. (Höstgroda). Sjutton minuter efter förgiftningen med två tiondedels kub.cm gjordes preparatet under samma förhållanden som i de föregående försöken.

Retning af nervstammen med 1 Daniell gaf ryckningarna 3.7 och 5.3 mm; afskärning af ryggmärgen åter gaf 6.4 mm ryckning. Vid derpå företagna afskärningar af nervstammen erhöllos minimal, minimal, ingen, ingen och minimal ryckning.

De här använda elektriska och mekaniska retmedlen framkalla maximala ryckningar i preparat af friskt (ickeförgiftadt) djur från nervstammen; försöken visa härmed att under det i fråga varande giftets inflytande nervmuskelpreparatets reaktionsförmåga upphör tidigare för mekaniskt än för elektriskt retmedel.

De förhållanden muskel-reflexerna visa efter förgiftning med magnesiumsulfat ledde i en föregående afhandling [1]) till det resultat att de banor i ryggmärgen som förmedla reflexernas öfvergång från sensibla till motoriska nerver icke el-

[1]) Verkningar af magnesiumsulfat vid subkutan användning. Finska Vet. Soc. Förhandl. 1890—91.

ler icke synnerligen influeras af giftet. Samma resultat gäller äfven de motoriska ledningsbanorna i ryggmärgen, såsom de följande försöken visa. Undersökningarna i detta hänseende äro utförda på följande sätt: arteria iliaca communis på ena sidan underbindes, sedan os coccygis blifvit aflägsnadt; derefter förgiftas djuret och preparatet bestående af båda musculi gastrocnemii jemte nervi ischiadici i samband med ryggmärgen förfärdigas i ett senare förgiftningsstadium, då djurets rörelseförmåga upphört eller blifvit betydligt inskränkt. Preparatet fixeras i dubbelmyografion; huru detta instrument är konstrueradt har på annat ställe blifvit antydt [1]). Det må nämnas att i detta instrument de båda häfstängerna äro något kortare än i det vid de föregående försöken använda myografion. Sedan preparatet blifvit uppställdt i dubbelmyografion afklippes ryggmärgen (jemte omgifvande delar) på skilda ställen; då rycker endast ena muskeln, nemligen den på underbundna extremiteten, eller om tillika muskeln på icke-underbundna extremiteten rycker, så äro dess ryckningar förminskade. Försöken 8 och 9 belysa dessa förhållanden närmare.

Försök 8. (Vårgroda). Kl. XI 30′ underbands arteria iliaca communis på högra sidan, och strax derpå förgiftades djuret förmedelst 6 tiondedels kub.cm.

Kl. XI 41′ djuret rörde högra (den underbundna) extremiteten, t. ex. drog denna extremitet från utsträckt läge upp mot bålen, men icke eller endast obetydligt andra extremiteten.

Kl. XI 43′, tretton minuter efter förgiftningen förfärdigades preparatet; härvid befanns hjertat fortfarande slå, men i förlångsammad rhytm. Preparatet uppställdes såsom ofvan angafs.

Vid afskärningar af ryggmärgen erhöllos utslagen 5.7, 6.2, 7.6 och 5.9 mm i muskeln från högra extremiteten, hvars blodkärl blifvit underbundet, men ingen ryckning framträdde i muskeln på andra sidan. Derefter retades båda nervstammarna mekaniskt; vid afskärning af högra (underbundna) extremitetens nervstam erhöllos utslag mellan, 5.8 och 6.0 mm, men vid mekanisk retning (afskärning med olika hastighet och knipning)

---

[1]) Kirjoituksia Duodecim-Seuran kymmenvuotisen olemassa-olon muistoksi. Helsingissä 1891; pag. 24—25.

af venstra nervstammen framträdde ingen ryckning; endast från fossa poplitea erhölls minimal ryckning.

Försök 9. (Vårgroda). Venstra arteria iliaca communis underbands; förgiftningen skedde såsom i föregående försöket; elfva minuter derefter då djuret ej mer rörde högra extremiteten förfärdigades preparatet.

Vid afskärningar af ryggmärgen gaf muskeln från venstra (underbundna) extremiteten ryckningarna 3.0, 5.1 och 6.0 mm. samt på högra (icke-underbundna) sidan resp. 0, 2.4 och 3.4 mm.

Derefter företagen mekanisk retning af venstra nervstammen gaf ryckningarna 4.0, 2.2 och 3.5 mm.; dylik retning af högra nervstammen deremot gaf vid upprepade försök ingen ryckning.

Försöken visa att reaktionsförmågan i preparat från den extremitet hvars blodkärl blifvit underbundna, är densamma eller ungefär densamma som i preparat af friskt djur; deremot i preparat från den extremitet till hvilken blodtillförseln är oförhindrad, är reaktionsförmågan upphäfd eller förminskad, då i hvardera fallet retningen utgår från ryggmärgen.

Vid dessa försök var vidare blodtillförseln till hela ryggmärgen oförhindrad; häraf följer att motilitetsstöringarna tillföljd af magnesiumsulfatets inverkan (vid subkutan användring) äro att lokaliseras i de periferiska delarna, och att deremot motoriska ledningsbanorna i ryggmärgen härvid icke, eller icke synnerligen influeras, äfven om förgiftningen skridit så långt att djuret ligger nästan orörligt.



Zu der Festschrift „Fünf Suljekinschriften“.

Von

Aug. Tötterman.

In der Festschrift „Fünf Suljekinschriften nach ihren Texten festgestellt, Helsingfors 1891“, habe ich zu dem betreffenden Aufsatze Abdrücke und Photographien veröffentlicht, welche „Finska Fornminnesföreningen“ während einer wissenschaftlichen Expedition nach Sibirien im Sommer 1889 von fünf Inschriften auf der Felsenwand bei dem Dorfe Suljek im Gouvernement Atschinsk in Sibirien hatte machen lassen. Da diese Veröffentlichung die Gestalt jener Inschriften, welche ihnen eine frühere, nur auf Zeichnungen auf freier Hand beruhende Ausgabe, in den Verhandlungen des „Finska Vetenskapssocieteten“ [1]) gegeben hatte, corrigirte, so möchte ich es für mich als eine angenehme Pflicht ansehen, hier den durch jene Festschrift corrigirten Text wiederzugeben. Es sollen diese Blätter zugleich als *Ergänzungsblätter* zu der Festschrift dienen.

Von den fünf Inschriften war es ganz besonders eine, welche die Verbesserung erfuhr. Und nur diese ist es, welche auf der beiliegenden Tafel wiedergegeben wird. Gerade diese wiederzugeben hat auch seinen Grund in dem besonderen Interesse, welches uns in ihrer Entzifferung entgegentritt. Sie enthält 37 Buchstaben. Ist es einmal gelungen den Lautwerth einer so grossen Anzahl von Buchstaben zu bestimmen, so muss es verhältnissmässig leicht sein nach dem Lautwerthe derselben auch die Buchstaben in andern sibirischen und mongolischen Inschriften, deren Buchstaben-

---

[1]) Das Suljekalphabet, Finska Vet. Soc. Förhandlingar, B. XXXI.

system in irgend einem Zusammenhang mit demjenigen in unserer Inschrift steht, zu bestimmen.

Ferner, sind die Buchstaben nicht nur richtig bestimt, sondern ist auch die Inschrift richtig gelesen, so zeigt es sich in einer langen Inschrift wie der Steinschneider arabisch schreibt. Früher nahm ich an, dass die Schlussbuchstaben in einigen Wörtern dieser langen Inschrift ausgelassen seien. Nun aber finde ich, dass solche Verkürzungen da doch nicht vorkommen. Daraus folgt dann auch als wahrscheinlich, dass die Schlussbuchstaben auch in andern für arabisch gehaltenen Inschriften auf derselben Felsenwand nicht ausgelassen sind. Wendet man diesen Satz auf die in dem Aufsatz „Das Suljekalphabet" als 2 und 3 bezeichneten Inschriften an, so heisst das so viel, dass ihre Lesung noch einmal durchgesehen werden muss. Denn in einer jeden dieser beiden Inschriften wird vorausgesetzt, dass ein j ausgelassen worden. Auch die Übersetzung der 5 Inschrift daselbst muss in dem Mass durchgesehen werden als sich die Gestalt, welche sie durch die Abdrücke des Jahres 1889 erhalten, veränderte.

Eine von den obengenannten fünf Suljekinschriften halte ich für hebräisch, und zwar von einem solchen Inhalt, dass sie eine Kenntniss von dem Inhalte der übrigen Inschriften auf der Felsenwand voraussetzt. Da es vielfältig bezeugt ist, dass Juden mit Arabern in Berührung standen und ihre Sprache beherrschten[1]), so geht mein Aufsatz von der Voraussetzung aus, dass sowohl die hebräischen als auch die arabischen Inschriften mit ihren Thierbildern von einem Hebräer herrühren. Daher möchte ich in dem folgenden die Frage beantworten, in wiefern ein Jude, sei es dass er ein mosaischer Jude oder ein Judenchrist ist, als derjenige angesehen werden kann, welcher die zu den Inschriften gehörigen Figuren in den Felsen einmeisselte. Weiter wird dann in

---

[1]) Vergl. z. B. Ewald, Geschichte des Volkes Israel, IV B., 3:te Ausgabe p. 8, die Note: schon während der Züge Nabokodrossors gegen arabische völkerschaften konnten viele Judäer dorthin verschlagen werden.

Kürze die Frage der Wanderungen der Juden in Asien berührt werden. Mit einigen Worten über die sog. Runenschriften in Sibirien und in der Mongolei schliesst mein Aufsatz.

II.

Um nun zu unsere Inschrift zurückzukommen, können die Abklatsche, welche dem Texte derselben zu Grunde liegen, als verhältnissmässig gute betrachtet werden [1]. In der Festschrift sind sie in den Tafeln I—IV reproducirt. Die photographische Abnahme der Inschrift ist wiedergegeben in den Lichtdrucktabellen der Festschrift XI—XIII und dient dazu die Richtigkeit des lithographischen Textes zu kontrolliren. Das photographische Bild war nicht hinreichend deutlich, damit es ohne weiteres hätte die lithographischen Tabellen unnöthig machen können. Desswegen bleibt noch immer übrig zu wünschen, dass vollkommen gute Photographien von der Inschrift gemacht werden möchten.

Die Buchstaben unserer Inschrift sind: z w w t f r w (û) q w w ʿ l ᴛ w (û) ᴛ k ʿ n q ʾ d j ʾ (â) k z j w (û) d j (î) n b l j h f w j j. Die Anzahl der eben aufgezählten Buchstaben beträgt 38. Da jedoch einer der Buchstaben in der Inschrift eine zwiefache Anwendung hat, nämlich ein Mal als Anfangsbuchstabe (ʾ) und das andere Mal als â (in dem Worte ʾadjâkuⁿ), so ist die Anzahl der eingravirten Buchstabenzeichen nur 37.

Inwiefern man den 14 Buchstaben *w* (û) in dem verlängerten unteren Arm des 12 Buchstabens *l* zu suchen hat, oder ob er aus dem selbständigen vertikalen Striche besteht, welcher durch die beiden tha (ᴛ) hindurchgeht, scheint unsicher zu sein. Eher möchte dieser Strich eine von den vielen Ritzen jener Bergwand sein. Dagegen könnte der verlängerte niedere Arm von *l* möglicherweise ein *w* bilden, wie in dem Buchstabencomplex 27—29 die lange Seiten-

[1]) S. Die Festschrift, S. 3.

linie in *d* in seiner oberen Hälfte als die kurze Seitenlinie in *n* auftritt.

Tab. X der Festschrift enthält ein alphabetisches Verzeichniss für die Buchstaben der Inschrift. Auf der hier beigelegten Tafel sind die Buchstaben 27—29 und 36—37 als getrennte und freistehende besonders angegeben, um den Leser auf das Vorhandensein des 29 und 36 Buchstabens aufmerksam zu machen, weil diese Buchstabenzeichen sowohl früher als auch in der Festschrift nicht beachtet worden sind. Der 29 Buchstabe stellt einen *n*-Typus dar, welcher mit dem *n*-Typus, den der 18 Buchstabe der Inschrift vertritt, gleichzeitig ist. Vgl. Euting, Table of semitic characters, die Columnen 18 und 33. Die ganze Inschrift transscribirt lautet: *zuw̄atu*^{n}, *fûrûqu*^{n} *wawuʿulu*^{n}, ᴛûᴛᴜ^{n} *kaʿanqāʾa*, *ʾadjâkû*^{n}, *zujûdîni (zujûdâni)*, *bilju*^{n}, *hafwij̄u*^{n}.

Das letzte Wort der Inschrift, *hafwij̄u*^{n}, sehe ich an als ein nomen relationis von dem Collectivnomen *hafwu*^{n} „fortgelaufene, hin und her irrende Kamele [1]). Folglich bedeutet das *ein Kamel, welches zu dem Geschlehte der fortgelaufenen, irrenden Kamele* gehört.

Das siebente Wort, zu welchem die Buchstaben z, j, w, d, j, n gehören, könnte man zajûdîna, die vulgäre Form für zajûdûna, lesen. Das Wort würde dann ein regelmässiger plural (pluralis sanus) zu zajûdu^{n}, Jäger, anstatt des gebraüchlichen *zujudu*^{n} (pluralis fractus) sein. Da aber der Gravirer der Bilder auf der Felsenwand den Thieren einen scharf ausgeprägten Charakter gegeben, die Jäger dagegen nur in den allgemeinsten Zügen dargestellt sind, so ziehe ich vor das siebente Wort für *zujûdîni*, die vulgäre Form anstatt *zujûdâni*, zu lesen. Der Steinschneider hat das Collektive zujûdu^{n}, Plural zu zaidu^{n}, Jagd, als einen neuen Einheitsbegriff aufgefasst und daraus dann einen Dual gemacht in der Bedeutung: *zwei Darstellungen von Jagdscenen.* In der That sind auch die auf der Felsenwand unter unserer Inschrift dargestellten Jagdscenen in zwei verschiedene, durch

[1]) Kazimirski, Dictionnaire Arabe-Français, Paris, 1860.

eine lange Ritze auf der Bergwand von einander getrennte Flächen eingehauen.

Die Bedeutungen der andern Wörter in derselben Inschrift findet man angegeben in der obengenannten Festschrift und in dem „Suljekalphabet".

III.

Die semitische Überschrift über den Bildern auf der Felsenwand setzt einen Semiten voraus, der dieselben eingravirt. Aber kann die Kunstfertigkeit, welche die Ausführung der genannten Bilder erfordert, den Hebräern zugeschrieben werden?

Bereits zu Mosis Zeit verstand man in Israel die Kunst in Metall und Edelstein zu gräviren [1]). Und auf den Siegelsteinen, die sich bis auf unsere Tage erhalten haben, findet man nicht nur den Namen des Besitzers, sondern auch Thierbilder eingehauen. So stellt z. B. eins der ältesten Siegel einen nach Rechts gehenden Ochsen dar. Dieses Siegel hat einem der nach Assyrien deportirten Israeliten zugehört. Ein anderes Siegel, welches einem gewissen Nethanja, Sohn des Obadja, zugehörte, hat die Abbildung von liegenden wilden Böcken [2]). In seinen Ermahnungen, dass Jedermann vor allem andern sich mit seinem Berufe beschäftigen soll, nennt Sirach [3]) ganz besonders *οἱ γλύφοντες γλύμματα σφραγίδων*. Die Ausdauer des Graveurs ist darauf gerichtet, dass er vielerlei Bilder eingravire, *ἡ ὑπομονὴ αὐτοῦ ἀλλοιῶσαι ποικιλίαν* u. s. w.

Die Kunst zu graviren oder in Stein zu stechen verstand also der Hebräer. Aber sollte er sich solche bildliche Darstellungen wie die auf dem Suljekfelsen erlaubt haben? — Das mosaische Gesetz verbot nur *alle und jede Anfertigung*

[1]) 2 Mos. 28, 11.
[2]) Vgl. Riehm., Biblisches Alterthum, II B., S. 1474 ff.
[3]) Sirach 38, 27. Vetus Test. Graece juxta LXX interpretes. Ed. Tischendorf-Nestle. Lipsiae 1880.

kreatürlicher Bilder zum Zwecke der Anbetung (2 Mos. 20, 4 f.; 5 Mos. 4, 16 ff.; 27, 15), aber die Gesetzeseiferer der späteren Zeiten missverstanden dieses Gebot, indem sie es von Bildwerk überhaupt deuteten. Es var gerade dieser Missverstand, welcher die Ursache dazu war, dass das Synedrium einen vom Tetrarchen Herodes in Tiberias aufgebauten Palast einzig und allein desswegen verbrennen liess weil er mit Thierfiguren geschmückt war (Joseph. vit. 12) [1]).

Nach Joseph. Antt. 3, 6. 2 waren Bilder von lebendigen Geschöpfen verboten [1]). Wie bekannt, verwerfen auch die semitischen Muhammedaner mit Strenge bildliche Darstellungen [2]).

Ein Erzeugniss von Juden, welche unter dem Einflusse pharisäischer Gesetzesauslegung standen, können also die bildlichen Darstellungen auf dem Suljekfelsen nicht sein.

Dass aber dagegen die im Exil lebenden Hebräer von den Völkern beeinflusst wurden, unter denen sie lebten, kann man in vielen Fällen constatiren. Auf einem solchen Einflusse beruht z. B. die Art und Weise wie der Hebräer späterhin den Hund betrachtete. Mit Recht bemerkt desswegen Kleinert [3]) „es ist aus persischer Sitte geredet, wenn der Hund, dem Semitismus lediglich Gegenstand des Abscheus, in persisch beeinflusster Diction einerseits als treuer Begleiter des Menschen erscheint, andererseits sogar als behütender Herdenhund zum Bilde des Propheten wird. Vgl. Jes. 56, 10 und Tob. 5, 17; 11, 3.

Auf unserer Felsenwand ist nicht nur der Hund abgebildet, sondern auch das Schwein (das Wildschwein), welches nach dem mosaischen Gesetz unrein ist d. h. nicht gegessen werden darf (3 Mos. 11, 7).

Das Kamel, das zweihöckrige oder baktrische, ist mit Vorliebe gezeichnet, wie man es von den verschiedenen

---

[1]) Vgl. Artikel *Bildnerei* in Wieners Bibl. Realwörterbuch, Leipzig 1847.

[2]) Vgl. Spiegel, Erânische Alterthumskunde, I B., Leipzig, 1871, S. 388.

[3]) Siehe Riehm a. a. O., II B., S. 1169.

Stellungen, in denen es dargestellt ist, sehen kann. Das von der langen Reise ermüdete und noch immer wie im Gehen begriffene Kamel auf der Mitte der oberen Darstellungsfläche geht mühsam vorwärts mit erhobenem Kopfe und mit geschlossenem Munde, wogegen ein anderes auf derselben Fläche wie strotzend von Lebensmuth dahin läuft, und noch andere auf der zweiten Fläche ergötzen sich in lustigen, gegenseitigen Kämpfen.

Es sind nur die Jäger, deren Züge auf der Felsenwand nicht scharf und deutlich gezeichnet sind. Dagegen sind die Jägertypen von „der Tatarey“ [1]) auf der Taf. III Lit. E. und Taf. IV bei Strahlenberg so deutlich gezeichnet, dass man von ihren Gesichtszügen auf ihre Nationalität schliessen kann.

Sollte nun ein mosaischer Jude bei der Abbildung gewisser Thiere, welche man auf dem Suljekfelsen abgebildet findet, irgend welche Bedenklichkeiten gehabt haben, so brauchten diese Bedenklichkeiten einen Judenchristen nicht zu beunruhigen.

Überhaupt erinnern, soviel ich beurtheilen kann, die Thierbilder, um welche es sich hier handelt, in ihrer Zeichnung an assyrische Thiergestalten. Beide geben Zeugniss von der Fähigkeit des Graveurs das Thierleben scharf zu beobachten und das Beobachtete auf eine treffende Weise wiederzugeben. Vgl. die assyrischen und persischen bildlichen Darstellungen bei Riehm und im Manuel d'Archéologie Orientale par E. Babelon, Paris 1888.

Sogar Thiere von derselben Gattung sind von den Assyrern und auf dem Suljekfelsen bildlich dargestellt. So sieht man auf einer assyrischen Tafel einen Hirsch mit zwei Hindinnen abgebildet [2]). Solches Wildpret kommt auch auf unserer Felsenwand vor. Bildliche Darstellungen von Kamelen trifft man bei Assyrern z. B. auf dem Salmanassarobelisk [3]).

---

[1]) Strahlenberg, Das Nord- und Östliche Theil von Europa und Asia, Stockholm 1730, S. 375, Artikel „Jagd“.

[2]) Vgl. Riehm a. a. O., I B., S. 619.

[3]) Siehe bei Babelon a. a. O., S. 100. Fig. 61. Vgl. auch bei Riehm a. a. O., I B., S. 110, den Obelisk von Nimrud.

Das auf dem Suljekfelsen eingravirte wilde Schwein erinnert an die assyrische wilde Sau mit ihren Ferkeln, welche unter den Jagdbildern in Kujundschik abgebildet vorkommen [1]).

Die entwickelte Technik der Bilder ist also der Annahme, dass ein Hebräer der Urheber derselben sei, nicht hinderlich. Dagegen gestattet diese Technik nicht, dass man die Urheberschaft der Bilder den auf niedriger Bildungsstufe stehenden einheimischen sibirischen Völkerschaften zuschreibe. Ihre geringe Kunstfertigkeit zeigt sich z. B. in ihren Götzenbildern, „welche nur aus groben geschnitzten Klötzern und Steinen bestehen [2]). Als scharfen Gegensatz gegen diese geringe Kunstfertigkeit hebt Strahlenberg die Geschicklichkeit hervor, welche jene Gravüre auf einer Medaille oder Platte zeigen, welche er bei den Ostjaken, „diesen tummen und einfältigen Völkern“, getroffen. Aber diese Gravüre sind ja gerade semitisch und bestehen aus Thiergestalten wie Hund, Löwe, Hase, Fuchs, Hirsch. Rund herum um die Kante der Medaille geht nämlich eine arabische Inschrift, welche sie als semitisch stempelt [3]). Strahlenberg setzt hinzu: „dergleichen Thier-Figuren findet man auch an den Felsen und Steinen [4]). Die Thierfiguren, welche zu unserer Inschrift auf dem Suljekfelsen gehören, sind doch nicht wie auf der Medaille untereinander mit Guirlanden vereinigt, auch sind die Buchstaben der Inschrift keine *kufischen,* sondern noch ältere, *alt-phönicische.*

Unter den Thieren, welche auf der Platte abgebildet sind, ist der Hase nach dem mosaischen Gesetz ein unreines Thier d. h. das nicht gegessen werden darf (vgl. 3 Mos. 11, 6).

Die arabische Inschrift auf der Platte hat Kehr, Prof. der orientalischen Sprachen in Leipzig in der ersten Hälfte des 18 Jahrhunderts, gelesen und seine Übersetzung lautet

---

[1]) Vgl. Layard, Nin. und Bab., ed. Zenker, Taf. VIII, D. (Riehm a. a. O., II B., S. 1444).

[2]) Strahlenberg a. a. O., S. 313.

[3]) Kehr, Prof. der orient. Sprachen in Leipzig, hat sie gelesen. Siehe in der genanten Arbeit von Strahlenberg S. 314 ff.

[4]) a. a. O., S. 313.

kurz und mit Angabe einer einzigen Bedeutung für jedes Wort folgendermassen [1]): „dem Sucher desselben (wird von Gott gegeben) Segen und Menge (an Früchten) und Fröhlichkeit und Seligkeit und Ehre und Erleuchtung und Bestand und Verewigung und Vorrath und Gewalt und Lob und Überlebung.“ Strahlenberg führt an, dass „die Ostjaken jene Platte verehret und angebetet haben, weil auf selbiger allerhand Thiere als Hirsche, Hunde etc. zu finden“ [2]). Weiter setzt er hinzu [3]): „es kann solche (Medaille oder Platte) von den alten Saracenen oder Arabern als eine Beute durch die damahligen Tatern, so wider die Saracenen gestritten, weggenommen worden sein. Die Gewohnheit, dergleichen grosse Platten und Medaillen anzubeten, kann von den alten Persern auch zu den alten Tatern propagiret worden sein, zumahlen da die alten persischen Könige weit in die mitternächtige Länder hinein regieret haben.“

Wir kehren zurück zu den Bildern auf dem Suljekfelsen. Sie erzählen, dass die Kolonisten mit Vorliebe Jagd trieben. Dass sie aber von weitem her gekommen seien, wird durch das zur Inschrift gehörige „*biljuⁿ*“, ein von der Reise ermüdetes Kamel, angegeben. Vgl. bei der betreffenden Tafel [4]) das Kamel, vor welchem ein Sperber (TÛTUⁿ) abgebildet ist. Das Kamel zieht hinter sich ein Wagenrad und hinter ihm her kommt ein anderes Kamel. Hiemit gehen wir über zu den Juden und ihren Wanderungen auf der andern Seite von Euphrat und Tigris.

IV.

Jenseits des Euphrat und Tigris zählten die Juden in der römischen Zeit nicht nach Tausenden, sondern nach Millionen. Denn in Mesopotamien, Medien und Babylonien lebten die

---

[1]) a. a. O., S. 314 ff.

[2]) Strahl. a. a. O., S. 313.

[3]) a. a. O., S. 317.

[4]) S. Taf. I im Suljekalphabet und Taf. IX in „Fünf Suljekinschriften“.

Nachkommen der einst von den Assyrern und Chaldäern dorthin deportirten Angehörigen des Zehnstämmereiches und des Reiches Juda, welche wir uns durch späteren Zuzug vermehrt zu denken haben [1]). Von diesen Ländern aus verbreiteten sie sich gewiss früh seit Alexanders, Seleukos' und Antiochos' d. Gr. Eroberungszügen bis Indien und Sina [2]). Für die von dem ninivitischen König fortgeführten Israeliten, welche „weit gegen Osten wohnten und welche dann König Alexander noch weiter gegen Norden treiben liess", hat die Literatur des Mittelalters sogar einen eigenen Namen. Sie werden *„rothe Juden"* genannt [3]). Benjamin von Tudela, ein Reisender aus dem 12 Jahrhundert, weiss von alten jüdischen Kolonien in Binnen-Asien zu berichten [4]). Ihren Wandercharakter haben die Juden in Asien bis in die spätesten Jahrhunderte nicht verleugnet. So traf der russische Akademiker Radloff auf seinen Reisen in den Jahren 1860—1870 Juden in Samarkand, welche vor 100—150 Jahren zurück von Persien nach Bochara und von dort nach Samarkand und noch weiter nach Taschkent gewandert waren [5]).

Diese einzelne Notizen werden genügen um den Wandertrieb der Juden in den Ländern jenseits des Euphrat und Tigris zu constatiren.

---

[1]) Schürer, Geschichte des jüdischen Volkes im Zeitalter Jesu Christi II Th., Leipzig 1886, S. 496.

[2]) Ewald, Gesch. des Volkes Israel, dritte Ausgabe, IV B., S. 308. Vgl. auch Delitzch, Commentar über das Buch Jesaja, IV Aufl., S. 489.

[3]) S. „Ordbok öfver svenska medeltidsspråket" af K. F. Söderwall, Lund 1884—1890, S. 613. Die neueste Literatur über die jüdische Alexandersage zeigt Schürer an a. a. O., I Th., Lpzg 1890, S. 138. Vgl. auch Ewald a. a. O. S. 118 ff.

[4]) S. G. Oppert, Der Prestbyter Johannes in Sage u. Geschichte 2:te Aufl., Berl. 1870, S. 19, die Note.

[5]) W. Radloff, Aus Sibirien, Leipzig 1884, II B., S. 446 ff.

V.

Bei jenem Wandertrieb der Juden kann es nicht auffallen, wenn Juden schon in alten Zeiten sich in Südsibirien zu wohnen niedergelassen hätten, wohin sie über die Mongolei gekommen sein möchten.

Auf der Felsenwand finden sich christliche symbolische Zeichen, nämlich Kreuze. Ist nun irgend etwas davon gleichzeitig mit den von mir behandelten Inschriften, so giebt dieses Kreuz Zeugniss darüber, dass das Christenthum schon in den ersten Jahrhunderten Anhänger unter arabisch redenden Juden in Nordost-Asien gewonnen hatte. Man wird nämlich von den Buchstaben der in der Festschrift als 5 bezeichneten Inschrift darauf hingewiesen, dass man als Zeit ihrer Eingravirung an die ersten Jahrhunderte nach Christi Geburt zu denken habe [1]). Dass das Christenthum in seinen ersten Zeiten vorzugsweise missionirend auftrat, lag in der Natur der Sache. Christi Evangelium wurde nicht bloss in Palästina, Kleinasien und in den westlich von Palästina liegenden Ländern verkündigt, sondern auch in denen, welche im Osten davon lagen. Bereits am ersten Pfingsttage waren arabische Juden gegenwärtig (Act. 2, 11). Vgl. Ewald, Geschichte des Volkes Israel VI B., S. 397, die Note. Die erste Mission des Apostels Paulus galt für Osten. Er begab sich, wie bekannt, unmittelbar von Damaskus nach Arabien (Gal. 1, 17), „entfernte sich in diesen östlichen Ländern immer weiter vom Römischen Reiche selbst, und suchte die in jenen weiten Gebieten ziemlich zahlreich zerstreuten Judäer auf, ihnen den ächten Messias zu verkündigen. Es war als ob der Geist ihn unwillkürlich immer weiter von Jerusalem fort in die weite Welt, aus dem grossen Mittelorte aller damaligen Bildung fort in ihre ferne Umgrenzung, ja von seiner eigenen Vaterstadt Tarsos desto weiter nach Osten hin treiben wollte“ [2]).

---

[1]) Vgl. Seite 30 f. in der Festschrift.

[2]) Ewald a. a. O. VI B., Seite 432. Vgl. auch Römbr. Cap. X, V. 18.

Bei der Verbindung, welche die im Exil lebenden Juden mit Jerusalem und unter sich hatten, ist es also nicht zu gewagt vorauszusetzen, dass das Christenthum unter ihnen in Nordost-Asien frühe Bekenner gewonnen habe.

Da diese Judenchristen sowohl arabisch als auch hebräisch verstanden, so haben sie sich auf diese beiden Sprachen ausgedrückt und dabei sich für die verschiedenen Sprachen etwas verschiedener Schriftzeichen bedient.

Diese Schriftzeichen aber sind mit der Runenschrift der skandinavischen und germanischen Völker identificirt worden. So findet Donner besonders zahlreiche Übereinstimmungen mit der Runenschrift und der Schrift auf der Suljekfelsenwand [1]). Donner ist hierin dem Pallas [2]) gefolgt, welcher, um von den folgenden Worten bei Geijer zu schliessen, in Sibirien Runensteine gefunden zu haben meinte. „Die von Strahlenberg erwähnten Runensteine in Permien in Russland", schreibt Geijer [3]), „diejenige von Sibirien, welche Pallas mitgetheilt, lassen wir dahingestellt sein, weil die Inschriften derselben keine Runenschriften sind". Die Forschungsreise, welche die Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg während des Sommers 1891 nach der Mongolei veranstaltete, fand dort zugleich mit uigurischen, mongolischen und chinesischen Inschriften auch Runenschriften, und diese ebensowohl im Orchon-Thale wie auch im südlichen Theile von Hotaj [4]).

Aus diesen Aussprüchen geht hervor, dass das Alphabet in unserer Inschrift irgend eine Verwandschaft mit dem

---

[1]) Siehe „Die Felseninschrift bei Suljek", S. 2, ein Separatabdruck von „Öfversigt af Finska Vet. Soc. Förhandlingar", B. XXXI.

[2]) Der Aufsatz von Pallas, welcher in den „Neuen nordischen Beiträgen", V B., S. 237, zu finden ist, stand mir nicht zu Gebote. Ebenso, leider, waren für mich gleich unzugänglich „Göttingische gelehrte Anzeigen" für das Jahr 1823, wo Rommel über die sibirischen Inschriften geschrieben. (S. Inscriptions de l'Jenissei, Helsingfors 1889, S. 6.)

[3]) Svea Rikets häfder, samlade skrifter, ny upplaga, 1874. IV., S. 88, die Note.

[4]) S. Ruskija Wjädomosti, 22 Dec. 1891, wiedergegeben in Übersetzung in der Zeitung „Finland" 9 Januar 1892.

Alphabet in den sibirischen und mongolischen sog. Runenschriften haben muss. Worin dieser Zusammenhang besteht, wird wohl klar werden, wenn die Akademie in Petersburg ihre mit „einer neuen verbesserten Methode“ und „mit besonderem Erfolg“ genommenen Abdrücke von den fraglichen Inschriften veröffentlicht haben wird.

Sollten diese Inschriften nicht semitisch sein, so lässt es sich vorläufig denken, dass die einheimischen Völker ein durch Semiten (Judenchristen) zu ihnen gebrachtes altphönicisches Alphabet angenommen haben möchten. Dass die Bevölkerung in Centralasien für einen solchen Cultureinfluss empfänglich war, darauf weist der Umstand hin, dass die Uiguren in einer späteren Zeit ein semitisches Alphabet annahmen, welches von nestorianischen Christen in Centralasien eingeführt wurde [1]).

[1]) W. Schott, Zur Uigurenfrage, Berlin 1875, S. 35. Aus den Abhandlungen der königl. Akademie der Wissenchaften zu Berlin 1875.



20-23 19 18 16 14(?) 11-15

KARA-JUS, SULJEK

Om felslagning af ett septum hos en Edwardsia.

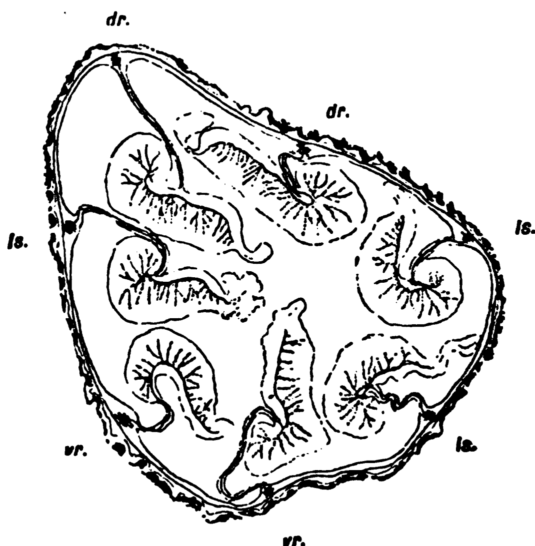
Af

K. M. Levander.

Gruppen *Edwardsidae* intager bland koralldjuren en i morfologiskt-systematiskt afseende säregen ställning: de till *Edwardsia* gruppen hörande arterna ega samma antal septer som Oktaktinierna, nämligen åtta, men i afseende å anordningen af septerna och öfriga anatomiska förhållanden ansluta de sig närmare till Hexaktinierna. En ökad betydelse ha *Edwardsia*-arterna tillvunnit sig sedan det genom nyare undersökningar blifvit ådagalagt, att i vissa Hexaktiniers *(Halcampa, Peachia, Aulactinia, Cerianthus)* ontogenetiska utveckling återfinnes ett genom sin längre varaktighet utmärkt stadium, hvarvid den unga larven eger endast åtta septer, hvilka äro sig emellan anordnade på samma sätt såsom det permanenta förhållandet är hos Edwardsiderna. På grund häraf torde de fleste författare numera vara ense om att släktet Edwardsia representerar en mycket ursprunglig grupp af fylogenetiskt intresse [1]). I betraktande af dessa omständigheter, som göra Edwardsiderna till en betydelsefull grupp, har jag ansett att ett af mig påträffadt fall af felslagning i antalet septer hos en Edwardsia-art kunde förtjäna omnämnande såsom bidragande till kännedom om ifrågavarande djur, om ock jag icke kan finna något direkt teoretiskt intresse vara med denna anomali förknippadt.

[1]) Boveri, Th. Über Entwicklung und Verwandtschaftsbeziehungen der Aktinien. 3 Tf. Zeitschr. f. wiss. Zoologie. Bd. 49. 1890.

Då jag för två år sedan i afsikt att orientera mig i Anthozoërnas anatomi förfärdigade seriesnitt af *Edwardsia (Edwardsiella) carnea Gosse*, hvarvid det till min disposition stälda materialet härstammade från Alvärströmmen vid Bergen (1881), befanns en individ af de tiotal exemplar, som blefvo skurna med mikrotom, vara försedd med undertaligt antal septer i det att endast *sju* sådana voro förhanden. Såsom bifogade tvärsnitt af ifrågavarande individ utvisar är icke



pr = dorsalt septum; lr = lateralt s.; vr = ventralt s.

spår af ett åttonde septum att finna, icke heller antyder något större mellanrum det ställe, där det enligt regeln borde vara fästadt, utan äro septernas vidfästningspunkter belägna på nära nog samma afstånd från hvarandra såsom det äfven plägar förhålla sig med de med fullt antal septer försedda individerna. Aldenstund Edwardsidernas septer äro fästa vid kroppsväggen på ett för detta släkte karakteristiskt sätt och i bilateral anordning, sålunda att från hvardera ändan af det (i tvärsnitt) ovala svalgröret utgå ett par s. k.

riktningssepter, hvilkas muskellager äro hvarandra frånvända, och de två öfriga paren, som ligga emellan de förra, äro riktade åt samma håll som det ena (dorsala) paret riktningssepter, ställer det sig icke svårt att närmelsevis afgöra, hvilket septum af det normala antalet i ifrågavarande fall saknas. Vid betraktande af tvärsnittet visar det sig, att på den högra sidan finnes det tre med sina muskellager nedåt vända septer, på den vänstra däremot endast två. Då enligt Boveri [1]) hos larven af Edwardsia såväl som hos vissa andra enligt bilateral typ sig utvecklande Hexaktinier de till de ventrala riktningssepterna närmast anliggande septerna anläggas först och då de äfven senare, efter det de öfriga mellanväggarna redan bildat sig, utmärka sig genom en mer framskriden utveckling, anser jag skäl förefinnas att förmoda, att det felslagna septum utgjorts antingen af det dorsala på vänstra sidan belägna riktningsseptet eller det septum, som ligger närmast under detta sistnämda.

Beträffande antalet tentakler, hvilka hos normala individer af *Edwardsia carnea* enligt Gosse [2]) och hvad jag kunnat finna regelmässigt utgör 28, torde det icke vara alldeles ointressant att erfara, att hos det här omtalade exemplaret, sannolikt i samband med uteblifvandet af ett septum, äfven en reduktion i tentaklernas antal instält sig i det att af sådana endast 24 funnits förhanden, enligt hvad en jemförelse af ett större antal i fullständig serie gjorda tvärsnitt af främre kroppsändan bragt i dagen. Andra afvikelser från de med fullt septumantal försedda individerna har jag ej förmått finna, utan synes djurets struktur i öfriga afseenden varit af normal beskaffenhet. Ytterligare kan tillläggas att ifrågavarande exemplar med sju septer syntes vara af medelstorlek och att i dess mesenterier befanns några föga utvecklade follikler med spermatoblaster utvisande dess hanliga kön.

Hvad för öfrigt *Edwardsia carnea* vidkommer, ber jag få antyda, att, sedan jag upplysts om att en skandinavisk

---

[1]) l. c. p. 486. fig. 16. Tf. XXII.

[2]) Gosse: Actinologia britannica 1860 p. 258.

forskare med gynsam tillgång på lefvande material har för afsikt att inom kort offentliggöra en redogörelse för Edwardsia gruppen, jag trott mig böra afstå från publicerandet af de anteckningar jag endast på grund af i alkohol bevaradt material i anatomiskt-histologiskt hänseende gjordt beträffande denna art.



Berättelse öfver Finska Vetenskaps-Societetens Meteorologiska Centralanstalts värksamhet under året 1891.

Den senaste årsberättelsen inleddes af en kort öfversigt af de önskningsmål, hvilkas förvärkligande inom den närmaste framtiden syntes mig vara af betydelse för anstaltens fortsatta värksamhet. I den mån de löpande göromålen sådant medgifvit ha ock de därvid framhållna synpunkterna varit betsämmande för mina åtgöranden vid ledningen af anstaltens arbete.

Genast vid årets början vidtogo sålunda förberedelserna till en påtänkt framställning om ökade ansklag för anstalten. Då anstaltens egna observationer för det föregående året lågo tryckfärdiga, var det af största vigt att få de likaledes färdigt redigerade observationerna för åren 1884—1889 befordrade till tryckning. Vidare borde landsortsstationernas observationer, hvilka till största delen t. o. m. voro obearbetade sedan år 1881, åtminstone till en del publiceras. Under medvärkan af assistenten, mag. Heinrichs, ordnades materialet och underkastades detsamma en första granskning. Min på grund häraf till Vetenskaps-Societeten gjorda framställning behandlades redan d. 15 Januari af Meteorologiska Utskottet, hvilket i hufvudsak förordade densamma. Vid samma tillfälle framhöll Utskottet äfven behofvet af ökadt årligt anslag för tryckningskostnadernas bestridande. Då Vetenskaps-Societetens slutliga framställning, som nära anslöt sig till Utskottets och mitt förslag, återfinnes i Societetens protokoll, behöfver jag här ej närmare redogöra för den-

samma. Ännu innan årets slut vann den af Kejserl. Senaten understödda anhållan nådigt bifall, hvarigenom anstalten tillerkändes, förutom ett ökadt årligt anslag af 2,500 mark å dess ordinarie stat, äfven ett ekstra anslag af 53,600 mark, fördeladt på fyra år och afsedt för såväl bearbetantet och tryckandet af en del landsortsstationers observationer under åren 1881—1890 som ock för tryckandet af anstaltens meteorologiska timobservationer för åren 1884—1889.

Under året ha anstaltens arbetskrafter i väsentlig grad tagits i anspråk för bearbetningen och tryckandet af meteorologiskt material. Af äldre material ha barometriska timobservationer behandlats för åren 1848, 1850, 1855, 1856, 1858 —1861, hvarvid delvis förut utförda reduktioner samt beräknade medeltal och summor ånyo blifvit granskade äfvensom nya bearbetningar slutförts. Af landsortsstationernas observationer under åren 1889 och 1890 ha de, för hvilka nödiga korrektioner äro faststälda, blifvit färdigt bearbetade för tryck och detsamma gäller observationerna för det löpande året från nämnda stationer. Likaså ha anstaltens egna timobservationer blifvit slutligt bearbetade månad för månad för att genast efter årets slut kunna läggas i pressen. På uppdrag af Vetenskaps-Societeten uppstäldes äfven fyrinrättningarnas observationer för åren 1890 i tryckfärdigt skick redan innan det därför begärda anslaget beviljats. — Från trycket utkom i September nionde volymen af anstaltens årsbok, omfattande förutom samtliga observerade meteorologiska element äfven timobservationer af elektrometern, hvarjämte tryckningen af årgångarna 1884—1889 påbörjades. —

Tager man i betraktande det mått af redaktionsarbete, som under året blifvit utfördt, synes det sannolikt att anstalten, såsnart arbetsfördelningen vunnit stadga och värksamheten hufvudsakligast kan riktas på de löpande observationernas bearbetning utan att störas af efterliggande material och såsnart kontrollen af stationernas instrument vunnit nödig kontinuitet, med nu till buds stående medel kan fylla sin närmaste uppgift med afseende på det årligen inkommande materialet. Härmed vore redan mycket vunnet,

men därföre får icke den möjlighet till arbetsbesparing lämnas ur sigte, som införandet af självregistrerande instrument vid självfva anstalten erbjuder, ty observationernas blotta publicerande kan icke vara slutändamålet med anstaltens värksamhet; de måste äfven vidare behandlas och sammanställas för längre tidrymder samt göras fruktbringande såväl för kännedomen om landets klimat i allmänhet som ock för utvecklingen af de på synoptiska sammanställningar grundade väderleksförutsägelserna i landets olika delar.

Observationerna vid landsortsstationerna och självfva centralanstalten ha fortgått utan större afbrott och samma välvilliga understöd som tillförene har från till största delen oaflönade observatörers sida kommit anstalten till del. Ett oundvikligt afbrott i de magnetiska och elektrometriska observationerna skedde dock från den 24 April till den 1 Augusti, då observatorielokalen undergick en omfattande reparation. Arbetet fördröjdes i oförutsedd grad därigenom att bristfälligheterna i lokalen voro vida större än hvad den föregående undersökningen gifvit vid handen, men mest dock däraf att emot all förmodan massor af järn i form af spikar, lås m. m. påträffades och måste ersättas af messing och koppar. Tyvärr åstadkom den annalkande vintern ett afbrott i arbetet, hvarföre undanskaffandet af järnet ur den yttre brädfodringen delvis uppsköts till nästa vår. Oaktadt alla försök från min sida att påskynda arbetet, slutfördes det dock icke. Här torde dock ej vara rätta stället att kriticera vederbörande arbetsledares nog påfallande oföretagsamhet. Icke häller lyckades det vederbörande att i nämnvärd grad få stenobservatoriet varmare under den kalla årstiden ock vid vissa väderleksförhållanden är det fortfarande omöjligt att under eldningen vistas i observatoriet.

Från årets början vidtogs en visserligen icke väsentlig, men dock viktig förändring i observationsordningen vid anstalten. Dittills hade de meteorologiska elementen naturligtvis observerats i en bestämd ordningsföljd, men enhvar observator utförde sina observationer så snabbt efter hvarandra som möjligt.

Hvarje element inskrefs i en för detsamma egen månadsjournal. Nödvändigheten af att samma element alltid observeras åtminstone inom samma minut behöfver här ej närmare utläggas, då en dylik noggrannhet med afseende på tiden nästan vid alla utländska observatorier är genomförd. Genom den nyssnämnda anordningen vid observationernas antecknande väkste det årliga materialets volym i alldeles öfverdrifven grad. Därföre infördes observationshäften, omfattande 5 dagar och innehållande samtliga observationer samlade för hvarje timme. Dubbla kolumner göra det möjligt för observatorn att i häftet direkte införa korrektionerna och utskrifva de slutliga värdena. Från den 1 Januari gälde följande observationsordning:

Barometern. Thermometern afläses omedelbart efter de magnetiska observationerna, hvarefter den nedre inställningen sker vid 4^m.

Barografen afläses omedelbart efter barometern i följande ordning: temperatur, stånd, tid, men endast 6^ha, 2^hp och 10^hp.

Vindrigtningen vid 6^m.

Anemometern vid 7^m.

Thermometrarna och *hårhygrometern* afläsas i vanlig ordning möjligast snabbt efter hvarandra, torra thermometern vid 9^m.

Molnbetäckningen uppskattas vid 10^m.

Molnrigtningen antecknas omedelbart efter föregående, hvarefter

Hydrometeorer införas, om de förekommit sedan senaste observation.

Nederbörden mätes vid 10^m endast 7^ha och 7^hp.

För antecknandet af molnformerna och rigtningarna i olika lager utfärdades särskild detaljerad instruktion, hvarvid till efterföljd antogs den af Hildebrandsson, Köppen och Neumayer gemensamt utarbetade och i deras »Moln-atlas» nedlagda klassifikationen.

Beträffande anstaltens instrumentel förtjänar omnämnas att psykometer-buren försetts med en rationsapparat för

drifvande af ventilatorn. Den är utförd af hr E. Alb. Grubb med ganska stor omsorg, men har dock icke ännu funktionerat fullt tillfredsställande. Genom några mindre ändringar torde bristerna dock vara lätt afhjälpta. Vidare har hr Frans Helin utfört en genomgripande omändring af vindfanan. Hela den rörliga delen måste ombyggas och göras lättare, emedan den äldre vindfanan var alldeles okänslig för svagare vind. Arbetet har utfallit synnerligen väl i det att vindfanan nu med tillräcklig hållbarhet förenar en utomordentlig känslighet äfven för svagaste vindkast. — En på anstaltens bekostnad utförd kokapparat för bestämmande af thermometrars kokpunkt har dr G. Melander godhetsfullt konstruerat och äfven i Societetens senaste »Öfversigt» beskrifvit densamma. Genom hr Melanders förmedling har anstalten äfven blifvit försedd med en ny normal-thermometer n:o 4894 af Tonnelot i Paris. — För landsortsstationernas behof har inköpts:

2 stationsbarometrar »R. Fuess 1098» och »1099»,
2 vindfanor med »Stärketafel» enligt Wild,
1 hårhygrometer enligt Koppe

samt för anstalten

2 polymetrar af Lambrecht,
1 mikrometer,
1 spektroskop af Reinfelder & Hertel för regnprognos.

Af dessa instrument ha den ena barometern och hårhygrometern uppställts vid stationen i Lapinlahti, den ena vindfanan vid stationen i Wärtsilä.

De under föregående år påbörjade observationerna af snö- och isförhållandena hafva fortsatts enligt ett utförligare program och för sådant ändamål har anstalten utsändt en detaljerad instruktion, omfattande såväl de tidigare observationerna som ock dagliga mätningar af snöns djup jämte täta mätningar af isens tjocklek i hafvet och vattendrag. Ett stort antal medborgare öfver hela landet har med synnerligt intresse omfattat dessa observationer och månadtligen insändt ifylda blanketter, hvilka jämte nödiga måttband att fastslås på pegeln tillhandahållits dem af anstalten. Det är därföre att förutse att en ännu utförligare öfversigt af snö-

och isförhållandena i Finland än den assistenten Heinrichs redan gifvit för året 1890 i Societetens »Bidrag», häftet 51, skall kunna sammanställas för året 1891. — Till centralobservatoriet i St Petersburg insändas på direktor Wilds anhållan allt sedan hösten kopior af månadsblanketterna från 30 snömätnings-stationer.

På uppdrag af Vetenskaps-Societeten har jag den 15 Juli inspekterat stationen i Mariehamn samt den 18 och 19 Juli stationen i Nikolaistad. Vidare hade Societeten godkänt mitt förslag om att fyrinrättningarna, alt eftersom assistentens och min tid sådant medgåfve, skulle inspekteras. Då emellertid Öfverstyrelsen för Lots- och Fyrinrättningen icke såg sig i stånd att ställa någon af sina båtar till vår disposition enkom för nämnda ändamål, måste resorna afpassas efter båtarnas tillfälliga besök å fyrarna och uppskjutas till in i Oktober månad. Vid denna tidpunkt voro utsikterna att ännu hinna besöka de flesta fyrarna de bästa, men väderleksförhållandena och den hastigt påkommande vintern afbröt dock snart våra försök att nå fyrarna. Under en längre färd lyckades lotsbåten angöra endast Bogskär, som af assistenten Heinrichs inspekterades. För den förestående bearbetningen af fyrarnas observationer hade inspektionen varit i hög grad nödvändig och måste därföre ånyo eftersträfvas under nästkommande sommar. — Vid årets slut ingick den beklagliga underrättelsen om att vår mångåriga och nitiska observator i Wärtsilä, fröken Lonny Lojander, på grund af bortflyttning från orten måste med årets utgång lämna observationerna åt annan person. Assistenten Heinrichs beordrades därföre att resa till Wärtsilä, hvarest han den 19 December inspekterade stationen och med brukspredikanten hr Julius Karsten träffade aftal om observationernas fortsättande. — Resultaten af inspektionerna har jag icke ansett nödigt att vidare införa i årsberättelsen, då numera all utsikt finnes att snart få äfven landsortsstationernas observationer befordrade till tryck och de lämpligast publiceras på samma gång som dessa. — Beträffande inspektionen af våra stationer begagnar jag mig af tillfället att påpeka önskvärdheten

af att åtminstone de stationer, från hvilka dagliga väderlekstelegram ingå och på hvilkas observationer således de synoptiska sammanställningarna såväl här hemma som i utlandet grunda sig, årligen måtte kunna inspekteras. Nu, då observationerna delvis hunnit underkastas en närmare granskning, har det nämligen visat sig att utredandet af instrumentens korrektioner under ett år ingalunda medför möjligheten att för ett antal år framåt lämna stationerna åt deras öde. I synnerhet undergå barometrarna oupphörligt förändringar. Vidare missuppfattas t. o. m. de tydligaste instruktioner af personer, hvilkas öfriga värksamhet är främmande för det frivilligt åtagna och i de flesta fall oaflönade arbetet, hvarjämte resp. observatörer själfva och i än högre grad deras tillfälliga biträden lätt vänja sig vid genomgående oriktigheter i observationernas utförande. Intet skulle så befrämja arbetet vid stationerna som den direkta och ofta återkommande beröringen med centralanstaltens direktor och assistent.

Såsom en på anstaltens värksamhet invärkande omständighet torde väl den få uppfattas att jag under senaste sensommar med resemedel, som på Societetens rekommendation frikostigt tilldelades mig af styrelsen, blef i tillfälle icke allenast att deltaga i den konferens, till hvilken föreståndarena från alla länders meteorologiska institutioner blifvit kallade och som hölls i München mellan d. 26 Augusti och 2 September, samt i den internationella polarkomissionens omedelbart därpå hållna möte, utan äfven att besöka de meteorologiska institutionerna i Wien, Potsdam, Hamburg, Köpenhamn, Kristiania, Stockholm och Upsala.

Arbetsfördelningen mellan anstaltens personal har i det närmaste varit densamma som under förra året. Såsom observatörer och räknebiträden ha under året följande personer varit anstälda: herrar

Jalmari Biese,
G. Ferd. af Hällström

samt fröknarna

Lonny Boxberg,

Hulda Hagert,
Wilhelmina Hagert,
Nanny Helin,
Emilia Lindeman,
Ida Nyberg,
Olga Sederholm,
Anni Uschakoff,
Hanna Wecksell,
Therese Westerholm.

Förutom vanligt observators- och räknearbete har herr af Hällström liksom under föregående år haft sig ombetrodd en ganska viktig uppgift, i det han öfvervakat observatörernas räknearbete, anordnat dess fördelning och tagit värksam del i korrekturläsningen.

Behållningen i anstaltens kassa, hvilken den 1 Januari 1891 utgjorde 1,436 mk 34 p:i, har till den 1 Januari 1892 stigit till 2,374 mk. 47 p:i, hvilket belopp således är disponibelt för tryckandet af årets observationer från landsortsstationerna. — Af det ofvan nämnda redan för 1891 utanordnade ekstra anslaget, stort 13,400 mk., återstod vid årets slut 13,016 mk.

Meteorologiska observationer hafva under år 1891 blifvit anstälda af:

Herr Prosten Jonatan Johansson . . . . i Alajärvi.
› Forstuppsyningsman M. W. Wænerberg . . . . i Enare, Thule.
› Stationsinspektor C. Appelgren. . . i Hangö.
› Bokföraren P. Hakulinen . . . . . . i Ilomants, Möhkö.
› Provisorn Hj. Drake . . . . i Jyväskylä.
› Kontoristen J. V. Sahlstein . . . . . i ›
Fröken Maria Renfors. . . . . i Kajana.
› Milma Granit . . . . i Kuopio.
Herr Löjtnant Nic. Etholén . . . . i Lampis.
› Prosten Wilh. Lindstedt . . . . i Lapinlahti.

Fru Rektorskan K. M. Kandolin . . . . . i Mariehamn.
Herr Doktor A. Rindell, genom landtbruks-
institutets elever . . . . i Mustiala.
Herrar G. W. Serlachius och August Mölsä i Otava, St Michel.
Herr Alfred Fredman . . . . i Pihtipudas.
» Pastor J. Simelius . . . . i Pyhäjärvi.
Fru Ida Saukkonen . . . . i Rovaniemi.
Herr Kyrkoherden K. Rechardt . . . . . . i Sodankylä.
» Apothekaren K. F. Haggren . . . . . i Sordavala.
» Possessionaten C. Ph. Lindforss . . i Sulkava.
Fröken Thekla Molin. . . . . i Tammerfors.
Herr Apothekaren F. G. Borg och herr K.
Em. Castrén . . . . i Torneå.
» Apothekaren Fil. Mag. R. E. Wester-
lund . . . . i Uleåborg.
» Fil. Mag. O. Alcenius . . . . i Wasa.
» Trädgårdsmästaren E. F. Adrian . . i Wiborg.
» Apothekaren A. M. Hallman. . . . . i Willmanstrand.
Fröken Lonny Lojander . . . . i Wärtsilä.
Herr Doktor A. Spoof . . . . i Åbo.

samt vid följande fyrbåkar:

Fyrmästaren K. Lindström och V. Montell . . . Bogskär.
» K. F. Alcenius . . . . Hangö.
» L. Lalin . . . . Marjaniemi.
» J. V. Eriksson och P. T. Söderström Märket.
» C. F. Ståhlbom . . . . Säbbskär.
» Solon Strömborg . . . . Sälgrund.
» F. W. Grönlund . . . . Sälskär.
» C. F. Liljefors . . . . Söderskär,
» C. Emelé och K. Åkerberg . . . . . Tankar.
» E. E. Björklöf . . . . Ulkokalla.
» F. T. Bengelsdorff. . . . . Utö.

Förutom månadsrapporterna hafva dagliga väderleks-telegram ingått från Hangö, Jyväskylä, Kajana, Kuopio, Mariehamn, Sordavala, Tammerfors, Uleåborg, Wasa och Wiborg.

Vattenhöjdsobservationer hafva under år 1891 blifvit anstälda af:

Förutom af ofvannämnda herrar fyrmästare vid Hangö, Sälgrunds, Söderskärs och Utö fyrbåkar äfven af:

Lotsåldermannen A. W. Salomonsson . . . . vid Jungfrusunds lotsplats.
Lotsarne . . . . vid Kobbaklintarnas »
Lotsåldermannen A. Lind . . . vid Lypörtö »
Lotsåldermansenkan M. L. Ahlstén . . . . vid Lökö »
Lotsåldermannen H. J. Söderholm . . . . vid Rönnkärs »
» Joh. Öhman vid Utö »
Magister F. R. Westlin . . . . . i Wasa.

Fenologiska anteckningar hafva för 1891 inkommit från nedanförtecknade orter:

Observationsort		Observatorns namn
Län	Kommun	
Nylands	Borgå.	Holmberg, Julia, häradshöfdingska.
„	„	Karlsson, A. W., lyceist.
„	„	Hollmerus, M.
„	„	Bärlund, W., lyceist.
„	„	Schulman, T., lyceist.
„	Helsingfors.	Sælan, Th., professor.
„	Pernå.	Rosberg, Johan, hofråd.
„	Sibbo.	Åström, H. B., possessionat.
„	Esbo.	Lönnberg, J. F., landthushållare.
„	Wichtis.	Sjöstedt, G. H., statsråd.
„	Pojo.	Borg, G., rättare.
Åbo och	Mariehamn.	Öhberg, Abr., kollegiiassessor.
B:borgs	Kimito.	Hedberg, Maria, fröken.
„	Kisko.	Rosell, Sofi, fröken.

Åbo och B:borgs	Brunkkala.	Kahilainen, Matti.
	Ulvila.	Hollmén, J. G., kapellan.
"	Parkano.	Brander, Casimir, forstmästare.
"	"	Brander, Rafael.
"	Karkku.	Hjelt, Hjalmar, lektor.
"	Nakkila.	Rancken, Gerh.
"	St Karins.	Reuter, A., possessionat.
"	Salo.	Zetterman, A. J., provincialläkare.
"	Åbo stad.	von Rehausen, Claes.
"	Geta.	Montell, Eugen, löjtnant.
Tavastehus	Tammela.	Karsten, Onni.
"	"	Westerlund, V., lyceist.
"	Janakkala.	Hanström, Joh.
"	Asikkala.	von Heideman, Hugo.
"	Kangasala.	Harjunen, Adolf.
"	Birkkala.	Malin, Henrik, kontraktsprost.
"	Ruovesi.	Lindeqvist, A., häradsskrifvare.
"	Lampis.	Nordström, A. W., magister.
St Michels	St Michel.	
"	Sysmä.	Wilskman, Karl, godsförvaltare.
"	Sulkava.	Lindforss, C. Ph., possessionat.
"	Puumala.	Witikka, Bertha, fröken.
Wiborgs	Jääskis.	Fabritius, Alarik, provincialläkare.
"	Kronoborg.	Löfman, O. V., veterinär.
"	"	Genetz, H., fröken.
"	"	Söderman, H. L., handlande.
"	Fredrikshamn	Heiman, H., skogsförvaltare.
"	Impilahti.	Backman, Herman, provincialläk.
"	Sordavala.	Kellman, Gabriel.
Kuopio	Kiihtelysvaara	Koljonen, Olli.
"	Tohmajärvi.	Karsten, Nina, pastorska.
"	Pelkjärvi.	Karsten, Inez, fröken.
"	Nurmes	Hammarström, A., telegrafstations-chef.
"	"	Lagerblad, F. M., forstmästare.

Wasa	Jyväskylä.	Sahlstein, J. V., bruksägare.
„	Alavo.	Ilmoni, A. Hj. provincialläkare.
„	„	Sahlberg, Josefine.
„	„	Berger. A., pastor.
„	Saarijärvi.	Lilius, A., kontorist.
„	„	Taipale, Werner, landthushållare.
„	Alajärvi.	Thomé, J. H., forstmästare.
„	„	Johansson, Jonatan, prost.
„	Mustasaari.	Wahlbeck, Anna, fru.
„	Wasa.	Hjelt, Hjalmar, lektor.
„	„	Brander, Rafael.
„	„	Lagerlöf, K. J.
„	Pihtipudas.	Fredman, Alfred, folkskollärare.
„	Munsala.	Lindskog, Josef, lektor.
„	Nykarleby.	Illberg, F. W., lektor.
„	„	Hedström, G., lektor.
„	Orihvesi.	Salminen, V., kapellan.
„	Korpilahti.	Rydman, G. A., kyrkoherde.
„	Kronoby.	Herpman, Herib.
„	„	Jakobsson, Aug. folkskollärare.
„	Gamlakarleby	Knåpe, Ernst, lyceist.
Uleåborgs	Kajana.	Renfors, Maria, fröken.
„	Pulkkila.	Modeen, Hanna, fru.
„	Nedertorneå.	Castrén, K. E.
„	Öfvertorneå.	Sandberg, H. R., forstmästare.
„	Kittilä.	Branders, A. A.
„	Enare.	Wænerberg, M. W., forstuppsyningsman.
„	„	Nordling, Elis X.
„	„	Hinkula, M., kyrkoherde.
„	Uleåborg.	Zidbäck, H. S., magister.
„	„	Nordgren, H., lyceist.
„	„	Westerlund, R. E., apothekare.
„	Kemijärvi.	Randelin, O. W., forstmästare.
„	Paltamo.	Laukkanen, H., folkskollärare.

Uleåborgs	Kuusamo.	Ponkala, E. W., folkskollärare.
„	Haapavesi.	Elfving, Eliel.
„	Rovaniemi.	Möller, Ossian, Kronolänsman.
„	Ylivieska.	Bäckman, J. P., kyrkoherde.

Helsingfors, 1892, Mars 30.

Ernst Biese.



SAMMANDRAG

AF DE

KLIMATOLOGISKA ANTECKNINGARNE

I

FINLAND ÅR 1891

AF

AD. MOBERG.

I. Flyttfoglars ankomst.

	Sånglärka Alauda arvensis.	Stare Sturnus vulgaris.	Vildsvan Cygnus musicus.	Trana Grus cinerea.	Sädesärla Motacilla alba.	Gräsand Anas boschas.	Stensqvätta Saxicola œnanthe.	Rödstjert Sylvia phœnicurus.	Gök Cuculus canorus.	Hussvala Hirundo urbica.	Ladusvala Hirundo rustica.	Näktergal Sylvia philomela.
Aland.												
Mariehamn	IV 10	IV 10	—	—	IV 20	—	V 8	—	V 13	V 16	—	—
Geta Bolstadholm	IV 9	IV 9	—	—	IV 12	IV 16	IV 18	—	V 9	—	V 4	
Egentliga Finland.												
Kimito prestgård	IV 6	III 30	—	IV 17	IV 16	—	—	V 6	V 9	V 9	—	—
Salo köping (Uskela) . . .	IV 6	IV 3	—	IV 11	IV 8	IV 12	IV 21	IV 30	V 11	V 15	V 2	—
S:t Karins Ispois	IV 10	IV 13	—	IV 22	IV 19	IV 21	—	—	V 11	—	V 9	—
Åbo	IV 15	IV 11	IV 12	IV 18	IV 16	IV 18	IV 20	IV 25	IV 28	V 17	V 2	—
Lundo Käyrä	IV 10	IV 17	—	IV 16	IV 15	—	IV 28	—	V 10	V 17	V 3	—
Nyland.												
Pojo Brödtorp	IV 9	IV 14	IV 11	IV 14	IV 13	IV 14	IV 22	V 20	V 4	V 2	V 25	—
Esbo Karvasbacka	IV 13	IV 18	—	III 31	IV 17	—	—	—	V 10	—	V 4	—
Helsingfors	III 25	IV 3	—	IV 23	IV 20	—	—	—	V 6	V 3	V 9	—
Kisko Mommola	IV 9	IV 12	—	IV 16	IV 11	—	—	—	—	—	V 1	—
Sibbo Tallmo	IV 10	IV 11	IV 6	IV 15	IV 16	IV 20	IV 27	V 8	V 9	V 21	V 3	—
Borgå stad	IV 11	IV 4	IV 18	IV 17	IV 13	IV 22	IV 21	V 3	V 11	V 6	V 3	—
" Kardrag	IV 9	IV 12	IV 7	IV 16	IV 15	IV 15	IV 28	V 4	V 10	V 23	V 6	—
" Dampbacka	IV 12	IV 21	III 30	IV 12	IV 13	IV 20	IV 16	IV 20	V 8	V 10	V 12	—
Wichtis Lahtis	III 22	IV 6	—	IV 15	IV 17	IV 20	IV 28	V 4	V 7	—	V 3	—

Pernå Fasarby	IV 10	IV 10	IV 27	IV 26	IV 14	IV 20	IV 22	V 2	V 7	V 3	—	—
Fredrikshamn	IV 4	IV 7	IV 5	IV 15	IV 20	IV 18	IV 15	IV 23	V 12	V 10	—	—
Södra Karelen.												
Jääskis Kostiala	IV 20	IV 18	III 7	—	IV 20	—	V 8	V 8	V 13	V 9	V 10	V 13
Kronoborg kyrkoby	IV 13	IV 11	IV 29	—	IV 19	IV 29	V 2	V 11	V 17	—	V 21	V 23
„ Wuorela	IV 10	IV 14	—	IV 27	—	—	—	—	V 11	V 7	—	V 12
„ Tervus	IV 18	IV 28	IV 20	IV 28	IV 29	—	—	V 5	V 12	V 10	V 22	—
Satakunta.												
Kangasala kyrkoby	IV 14	IV 14	—	IV 22	IV 19	—	—	—	V 13	V 3	—	—
Ulfsby Wanhakylä	IV 6	IV 10	IV 11	IV 10	IV 17	IV 18	—	V 3	V 8	—	V 9	—
Nakkila Anola	IV 8	IV 2	—	IV 17	IV 18	IV 14	V 6	V 10	V 22	—	V 3	—
Birkkala prestgård	IV 20	IV 21	—	—	IV 20	—	—	V 10	V 10	—	V 12	—
Eräjärvi prestgård	IV 15	IV 25	IV 1	IV 10	IV 16	—	—	—	V 11	V 7	V 7	—
Parkano Peltoniemi	IV 11	V 5	III 30	IV 16	IV 18	—	IV 26	V 8	V 10	V 12	V 9	—
Ruovesi Tapio	IV 17	V 18	III 29	IV 14	IV 20	IV 26	V 14	V 9	V 15	V 10	V 9	—
Tavastland.												
Tammela Mustiala	IV 10	IV 18	—	IV 16	IV 18	IV 25	V 1	V 8	V 11	V 4	—	—
„ Forssa	IV 9	IV 8	—	IV 9	IV 18	—	V 1	V 3	V 8	V 7	V 3	—
Janakkala Wirala	IV 15	—	—	IV 17	IV 28	IV 18	—	—	V 11	—	V 8	—
Asikkala Urajärvi	IV 16	IV 19	III 25	IV 17	IV 18	—	V 16	V 6	V 13	V 20	V 3	—
Sysmä Olkkola	IV 16	IV 17	IV 13	IV 17	IV 17	IV 20	V 1	—	V 11	V 13	V 9	—
Korpilahti prestgård	IV 12	—	—	IV 24	V 2	V 25	—	V 12	V 10	V 8	—	—
Jyväskylä	IV 19	—	—	—	IV 19	—	V 9	V 9	V 13	—	V 8	—
Saarijärvi Mannila	IV 18	—	IV 18	IV 22	IV 23	IV 25	V 8	V 10	V 16	V 9	V 12	—
Pihtipudas kyrkoby	IV 15	—	IV 26	IV 20	IV 21	IV 20	V 1	V 12	V 19	V 10	V 11	—

I. Flyttfoglars ankomst.

	Sånglärka Alauda arvensis.	Stare Sturnus vulgaris.	Vildsvan Cygnus musicus.	Trana Grus cinerea.	Sädesärla Motacilla alba.	Gräsand Anas boschas.	Stensqvätta Saxicola œnanthe.	Rödstjert Sylvia phœnicurus.	Gök Cuculus canorus.	Hussvala Hirundo urbica.	Ladusvala Hirundo rustica.	Näktergal Sylvia philomela.
Medl. Savolaks o. Karelen.												
S:t Michel	IV 20	IV 19	IV 19	IV 28	IV 19	IV 23	—	V 8	V 10	V 10	V 23	V 30
Puumala kyrkoby	IV 25	IV 17	III 28	V 2	IV 18	—	IV 30	V 10	V 10	V 9	V 19	—
Sulkava Tiittala	IV 15	—	IV 14	IV 24	IV 19	IV 16	IV 28	V 7	V 11	V 25	V 11	V 20
Sordavala Someroja	III 30	—	—	IV 13	IV 18	—	—	V 7	V 11	V 10	V 12	—
Impilaks kyrkoby	IV 11	IV 17	III 23	IV 21	IV 19	V 3	IV 30	V 11	V 14	V 20	V 11	V 28
Södra Österbotten.												
Alavo prestgård	IV 2	—	IV 24	IV 2	IV 15	IV 20	—	—	V 18	—	V 9	—
„ Alavo by	IV 15	—	—	IV 21	IV 20	—	V 10	V 20	V 18	—	V 18	—
„ Töysä	IV 17	—	—	IV 24	IV 25	IV 22	V 15	V 19	V 16	V 5	—	—
Wasa (Nikolaistad)	IV 13	IV 16	—	IV 24	IV 18	IV 24	V 5	IV 26	V 22	V 10	V 7	—
Mustasaari Korsholm	IV 8	IV 12	—	IV 22	IV 16	IV 20	IV 29	V 8	V 19	—	V 9	—
Alajärvi prestgård	IV 13	IV 22	—	IV 14	IV 20	IV 21	IV 30	V 7	V 18	—	V 23	—
„ Mustakorpi	—	—	—	IV 16	—	—	—	—	V 18	—	V 10	—
Munsala Lailaks	IV 10	IV 16	IV 12	IV 13	IV 20	IV 23	V 3	V 9	V 20	—	V 10	—
Nykarleby	IV 14	IV 10	III 11	IV 24	IV 24	IV 28	V 1	V 10	V 21	V 19	V 18	—
Kronoby Öfrebrätö	IV 10	IV 22	IV 22	IV 13	IV 14	V 2	V 4	V 11	V 19	V 18	V 12	—
„ Yttrebrätö	IV 12	—	—	IV 14	—	—	V 3	V 11	V 19	—	V 12	—

Norra Karelen.												
Pelkjärvi kyrkoby	IV 12	—	IV 12	IV 21	IV 24	V 3	V 2	V 10	V 13	V 15	V 18	V 29
Tohmajärvi Wartsilä	IV 12	—	IV 6	IV 14	IV 16	IV 22	V 11	V 9	V 13	V 9	V 13	V 29
Kiihtelysvaara Heinävaara . .	IV 16	—	—	IV 27	IV 22	V 7	IV 30	V 9	V 13	V 18	V 12	—
Nurmes köping	IV 16	—	IV 21	IV 30	IV 27	IV 27	V 1	V 13	V 17	V 16	V 18	—
Norra Österbotten.												
Haapavesi Haapajärvi . . .	IV 13	IV 17	IV 19	IV 18	IV 20	IV 18	V 2	IV 28	V 28	V 14	V 23	—
Ylivieska prestgård	IV 13	—	IV 12	IV 2	IV 21	IV 26	IV 28	V 14	V 18	V 9	V 12	—
Piippola Pulkkila	IV 24	V 16	IV 11	IV 9	IV 24	V 18	V 1	V 12	V 19	V 23	V 26	—
Kajana	—	—	—	—	—	—	—	—	V 22	V 17	—	—
Paltamo Paltaniemi	IV 15	—	IV 1	IV 25	IV 23	—	—	—	V 18	—	V 11	—
Uleåborg	IV 12	—	IV 20	IV 23	IV 22	V 1	V 10	V 10	V 31	V 22	V 17	—
Nedertorneå Puas	IV 20	—	—	—	IV 27	IV 21	V 10	V 12	—	—	V 14	—
Kuusamo kyrkoby	IV 20	—	IV 8	—	V 5	V 4	—	—	V 25	V 26	V 27	—
Öfvertorneå Alkula	IV 18	—	IV 21	IV 28	IV 29	IV 22	V 9	V 15	V 21	—	V 25	—
Kemiträsk Forstmästarebost.	—	—	III 23	IV 29	IV 27	—	V 18	V 21	—	V 22	—	—
Kuolajärvi Herrala	IV 21	—	III 25	IV 29	IV 24	—	V 16	V 19	V 21	V 24	V 24	—
Lappland.												
Kittilä	V 12	—	V 1	V 1	IV 30	V 21	V 20	V 22	V 26	V 24	—	—
Enare Thule nygård	—	—	IV 14	VI 12	V 2	V 15	V 17	V 17	V 27	VI 14	VI 10	—
„ Kaamas	—	—	—	—	V 9	—	V 15	—	V 29	V 26	V 26	—

	II. Växters löf- eller bladspricknng.											
	Hägg. Prunus padus.	Röda vinbär. Ribes rubrum.	Björk. Betula odor. et verrucosa.	Rönn. Sorbus aucuparia.	Grå al. Alnus incana.	Syrén. Syringa vulgaris.	Lönn. Acer platanoides.	Äpleträd. Pyrus malus.	Lind. Tilia ulmifolia.	Asp. Populus tremula.	Ek. Quercus robur.	Ask. Fraxinus excelsior.
Åland.												
Mariehamn	V 20	V 20	V 25	V 19	—	V 26	V 26	V 31	V 28	—	—	VI 2
Geta Bolstadholm	V 19	V 21	—	V 20	V 22	V 24	V 19	—	—	V 26	—	V 20
Egentliga Finland.												
Kimito prestgård	V 12	V 13	V 20	V 14	--	V 22	V 22	V 24	V 25	V 26	V 25	—
Salo köping (Uskela) . . .	V 9	V 13	V 13	V 14	V 14	V 21	V 18	V 17	V 26	V 26	V 26	V 30
S:t Karins Ispois	—	V 6	V 15	V 19	—	V 21	V 23	V 26	V 28	V 27	V 26	V 27
Åbo	V 10	V 16	V 23	V 17	V 19	V 21	V 22	V 25	V 26	V 27	V 28	V 31
Lundo Käyrä	V 16	V 19	V 24	V 21	V 23	V 20	—	V 26	—	V 25	--	—
Nyland.												
Pojo Brödtorp	V 14	—	V 20	V 22	V 16	V 24	V 24	V 27	V 26	V 26	V 28	VI 1
Esbo Karvasbacka	V 27	V 26	V 30	V 25	—	VI 2	VI 1	—	—	—	—	—
Helsingfors	V 21	V 24	V 25	V 20	V. 29	V 28	V 30	VI 1	V 31	V 31	VI 2	VI 9
Kisko Mommola	V 11	—	V 20	V 18	V 18	V 28	V 24	V 27	V 25	V 29	V 27	V 29
Sibbo Tallmo	V 15	V 10	V 17	V 16	V 22	V 28	V 27	V 30	—	V 31	V 30	V 28
Borgå stad	V 12	V 13	V 21	V 15	V 23	V 25	V 27	V 27	V 29	V 30	V 31	VI 10
„ Kardrag	V 22	V 24	V 24	V 21	—	V 28	V 31	V 29	VI 4	VI 2	—	V 31
„ Dampbacka	V 19	V 12	V 15	V 16	—	V 16	V 27	V 18	V 29	V 20	—	--

Wichtis Lahtis	V 18	V 14	V 24	V 22	V 23	V 24	V 26	V 28	V 28	V 30	V 31	VI 2
Pernå Fasarby	V 17	V 15	V 21	V 18	—	V 27	V 28	V 27	—	V 28	V 30	V 30
Fredrikshamn	V 14	V 23	V 22	V 17	V 23	V 25	V 24	V 25	V 28	V 28	V 28	V 28
Södra Karelen.												
Jääskis Kostiala	V 18	V 22	V 23	V 24	V 24	V 24	V 25	V 30	V 28	V 28	—	—
Kronoborg kyrkoby	V 22	V 25	V 24	V 24	V 26	V 28	V 27	V 29	V 27	V 29	V 30	—
„ Wuorela	V 20	V 27	V 22	V 23	V 22	V 25	—	V 30	—	—	—	—
„ Tervus	V 21	V 27	V 26	V 25	V 27	V 27	—	V 31	—	V 28	—	—
Satakunta.												
Kangasala kyrkoby	V 19	—	V 23	V 22	V 23	V 24	V 27	V 28	V 29	V 29	—	—
Ulfsby Wanhakylä	V 18	V 9	V 24	V 19	V 22	V 23	V 24	V 27	—	V 30	—	VI 8
Nakkila Anola	V 14	—	V 24	V 22	V 22	V 27	V 29	—	VI 2	VI 1	VI 6	—
Birkkala prestgård	V 25	V 28	V 27	V 27	—	V 28	V 25	—	V 29	—	—	—
Eräjärvi prestgård	V 20	V 15	V 23	V 22	V 20	V 25	—	—	—	—	—	—
Parkano Peltoniemi	V 20	V 27	V 26	V 27	V 27	V 30	—	VI 6	VI 6	VI 1	—	—
Ruovesi Tapio	V 21	V 17	V 13	V 17	V 22	—	—	—	—	V 27	—	—
Tavastland.												
Tammela Mustiala	V 22	V 23	V 23	V 25	—	V 26	V 29	V 29	V 30	V 29	V 30	VI 1
„ Forssa	V 18	V 20	V 23	V 21	V 19	V 23	V 25	V 28	V 28	V 29	V 30	—
Janakkala Wirala	V 16	V 19	V 21	V 24	V 24	V 25	V 25	V 28	V 31	V 28	V 27	V 27
Asikkala Urajärvi	V 19	V 26	V 23	V 25	V 27	V 28	V 29	V 29	V 30	V 30	—	V 30
Sysmä Olkkola	V 15	V 28	V 23	V 20	V 25	V 30	—	—	V 26	V 30	—	—
Korpilahti prestgård	—	—	V 25	—	V 26	—	—	V 29	—	V 30	—	—
Jyväskylä	V 13	—	V 23	V 23	V 24	V 25	V 23	—	—	V 28	—	—
Saarijärvi Taipale	V 22	—	V 23	V 24	—	—	—	—	V 28	V 28	—	—

	II. Växters löf- eller bladsprickning.											
	Hägg. Prunus padus.	Röda vinbär. Ribes rubrum.	Björk. Betula odor. et verrucosa.	Rönn. Sorbus aucuparia.	Grå al. Alnus incana.	Syrén. Syringa vulgaris.	Lönn. Acer platanoides.	Äpleträd. Pyrus malus.	Lind. Tilia ulmifolia.	Asp. Populus tremula.	Ek. Quercus robur.	Ask. Fraxinus excelsior.
Saarijärvi Mannila	V 23	—	V 26	V 27	V 28	V 28	—	V 31	—	V 30	—	—
Pihtipudas kyrkoby	V 13	—	V 25	V 27	V 26	—	—	—	—	—	—	—
Medl. Savolaks o. Karelen.												
S:t Michel	V 16	V 16	V 23	V 23	V 23	V 23	V 26	V 29	V 28	V 27	VI 3	—
Puumala prestgård	V 22	V 26	V 23	V 23	V 30	V 26	V 29	V 28	VI 6	V 29	—	—
Sulkava Tiittala	V 13	V 20	V 22	V 22	V 22	V 25	V 27	V 27	—	V 29	—	—
Sordavala Someroja	V 23	V 24	V 24	V 24	V 27	V 29	V 28	V 29	V 29	V 31	VI 2	—
Impilaks kyrkoby	V 16	V 26	V 25	V 22	V 26	V 26	V 27	V 30	VI 3	V 29	V 31	—
Södra Österbotten.												
Alavo prestågrd	—	—	V 26	—	—	—	—	—	—	VI 1	—	—
„ Alavo by	V 23	V 27	V 25	V 27	V 25	V 28	—	—	—	VI 8	—	—
„ Töysä	V 24	V 27	V 27	V 29	—	V 31	VI 8	VI 3	VI 8	VI 16	—	—
Wasa (Nikolaistad)	V 18	—	V 25	V 23	V 27	V 29	VI 1	VI 1	VI 5	—	—	—
Mustasaari Korsholm	V 16	V 20	V 26	V 24	—	V 30	V 31	VI 10	VI 15	VI 12	VI 18	VI 20
Alajärvi prestgård	V 18	V 15	V 26	V 25	V 24	V 26	—	—	—	VI 13	—	—
„ Mustakorpi	—	—	V 26	—	—	—	—	—	—	VI 16	—	—
Munsala Lailaks	V 24	V 25	V 30	V 27	VI 2	—	—	—	—	—	—	—

Nykarleby	V 21	V 21	V 26	V 24	V 27	V 30	—	—	—	—	—	—
Kronoby Öfrebrätö	V 22	V 25	V 29	V 25	V 27	VI 1	—	VI 8	—	VI 4	—	—
„ Yttrebrätö	V 21	V 25	V 27	V 28	V 27	V 29	—	VI 13	—	—	—	—
Norra Karelen.												
Pelkjärvi kyrkoby	V 25	V 26	V 27	V 26	V 29	V 30	—	VI 3	VI 1	VI 3	—	—
Tohmajärvi Wärtsilä	V 23	V 26	V 26	V 27	V 28	V 29	V 30	V 30	—	V 30	—	—
Kiihtelysvaara Heinävaara	V 23	—	V 26	V 22	V 27	—	—	—	—	V 30	—	—
Nurmes köping	V 27	V 27	V 26	V 26	V 29	VI 9	VI 9	—	—	VI 10	—	—
Norra Österbotten.												
Haapavesi Haapajärvi	V 22	V 22	V 27	VI 1	VI 16	—	—	—	—	VI 18	—	—
Ylivieska prestgård	V 19	V 23	V 25	V 25	V 25	V 27	—	—	—	V 26	—	—
Piippola Pulkkila	V 18	V 19	V 30	V 30	—	—	—	—	—	VI 16	—	—
Kajana	V 22	V 29	V 28	V 30	—	—	—	—	—	—	—	—
Paltamo Paltaniemi	V 30	—	VI 2	VI 2	—	—	—	—	—	—	—	—
Uleåborg	V 25	V 26	V 27	V 25	V 30	VI 3	—	—	—	VI 16	—	—
Nedertorneå Puas	VI 12	VI 11	VI 14	VI 12	—	—	—	—	—	—	—	—
Kuusamo kyrkoby	VI 19	—	VI 19	VI 20	—	—	—	—	—	VI 22	—	—
Öfvertorneå Alkula	—	VI 1	VI 9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Kemiträsk Forstm. bost	VI 16	—	VI 18	VI 18	—	—	—	—	—	VI 20	—	—
Kuolajärvi Herrala	VI 18	VI 18	VI 18	VI 19	VI 22	—	—	—	—	VI 22	—	—
Lappland.												
Kittilä	—	—	VI 6	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Enare prestgård	VI 25	—	VI 21	VI 25	—	—	—	—	—	—	—	—
„ Thule nygård	VI 18	VI 17	VI 18	VI 18	VI 20	—	—	—		VI 20	—	—
„ Kaamas	VI 19	VI 17	VI 20	VI 18	—	—	—	—	—	—	—	—

	III. Växters blomning											
	Grå al Alnus incana.	Klibbal Alnus glutinosa.	Blåsippa Anemone hepatica.	Hästhof Tussilago farfara.	Hvitsippa Anemone nemorosa.	Asp Populus tremula.	Kalfleka Caltha palustris.	Smörblomma Taraxacum officinale.	Röda vinbär Ribes rubrum.	Smultron Fragaria vesca.	Hägg Prunus padus.	Körsbär Prunus cerasus.
Aland.												
Geta Bolstadholm	—	—	IV 13	IV 23	V 1	—	—	—	V 20	V 30	VI 2	—
Egentliga Finland.												
Kimito prestgård	—	V 3	IV 19	—	V 1	V 6	V 8	V 16	—	V 21	V 26	—
Salo köping (Uskela)	IV 16	IV 19	IV 16	IV 18	IV 29	V 1	V 2	V 13	V 23	V 16	V 26	V 30
S:t Karins Ispois	—	—	IV 4	IV 18	IV 20	V 4	V 10	V 21	V 23	V 24	V 26	V 25
Åbo	IV 22	IV 25	IV 18	IV 19	IV 20	V 7	V 6	V 23	V 27	V 29	V 28	V 30
Lundo Käyrä	—	—	—	—	—	—	V 14	V 13	V 27	V 21	V 29	—
Nyland.												
Pojo Brödtorp	—	—	IV 11	IV 19	IV 22	V 1	V 5	V 16	V 26	V 25	V 28	VI 4
Esbo Karvasbacka	—	—	—	—	V 1	—	—	V 23	—	VI 3	V 29	—
Helsingfors	IV 26	IV 27	V 4	—	V 13	V 10	V 24	V 15	V 30	V 30	VI 1	VI 6
Kisko Mommola	IV 22	V 1	IV 12	—	IV 28	V 17	V 17	V 17	V 25	V 23	V 29	V 31
Sibbo Tallmo	IV 22	IV 26	IV 27	IV 27	IV 30	IV 29	V 21	V 26	V 28	V 28	V 29	VI 10
Borgå stad	IV 22	—	IV 20	IV 29	IV 28	IV 30	V 17	V 11	V 26	V 25	V 28	VI 1
„ Kardrag	—	V 3	IV 26	V 3	V 2	—	V 23	V 27	V 31	V 29	VI 5	VI 10
„ Dampbacka	IV 22	—	IV 10	—	V 1	V 9	V 20	V 26	V 25	VI 1	VI 4	VI 10
Wichtis Lahtis	IV 26	IV 30	—	IV 23	IV 26	IV 25	V 6	V 23	V 31	V 31	V 29	—

Pernå Fasarby	—	—	V 1	—	V 1	—	V 8	V 21	V 27	V 20	V 31	VI 15
Fredrikshamn	IV 27	V 3	V 2	—	V 11	—	—	V 17	V 29	V 28	V 30	VI 8
Södra Karelen.												
Jääskis Kostiala	—	—	V 10	V 15	V 26	—	V 15	VI 2	V 28	V 24	V 29	VI 3
Kronoborg kyrkoby	—	—	V 4	—	—	—	V 25	V 30	VI 1	VI 1	V 31	—
„ Wuorela	IV 30	IV 28	IV 28	—	—	—	V 25	V 17	V 28	V 30	V 25	VI 8
„ Tervus	IV 29	—	IV 29	—	—	—	—	V 28	V 31	V 31	VI 5	VI 22
Satakunta.												
Kangasala kyrkoby	IV 18	—	IV 19	—	—	—	V 17	V 21	—	V 17	V 25	—
Ulfsby Wanhakylä	IV 17	—	—	—	IV 30	IV 24	V 15	V 21	V 21	V 28	V 27	VI 8
Nakkila Anola	—	—	—	—	V 8	V 10	V 18	V 16	—	V 25	V 28	—
Birkkala prestgård	—	—	—	—	—	—	V 27	V 27	V 29	V 25	V 28	VI 22
Eräjärvi prestgård	—	—	V 7	—	V 21	—	V 23	VI 2	—	V 27	V 29	—
Parkano Peltoniemi	IV 10	—	IV 25	—	V 4	V 9	V 24	V 27	VI 1	VI 1	VI 1	VI 12
Ruovesi Tapio	—	—	V 2	—	—	V 9	V 26	V 25	V 26	VI 8	—	VI 27
Tavastland.												
Tammela Mustiala	IV 22	IV 23	IV 23	IV 29	V 1	V 6	V 13	V 25	V 25	V 25	V 28	V 29
„ Forssa	IV 15	IV 24	IV 24	IV 30	V 5	V 7	V 13	V 10	V 27	V 20	V 28	—
Janakkala Wirala	—	—	IV 28	—	V 8	—	—	V 28	V 25	V 28	V 29	—
Asikkala Urajärvi	—	—	V 14	V 3	—	—	V 25	V 28	V 28	V 28	V 30	VI 11
Sysmä Olkkola	—	—	—	—	V 7	—	V 15	—	VI 1	V 30	V 29	—
Korpilahti prestgård	—	—	—	—		—	—	—	VI 1	VI 2	VI 3	—
Saarijärvi Mannila	V 13	V 14	—	—	—	V 15	V 28	V 29	VI 3	V 28	VI 7	—
Pihtipudas kyrkoby	VI 8	—	—	—	—	—	V 24	VI 11	—	—	VI 11	—

III. Växters blomning.

	Grå al Alnus incana.	Klibbal Alnus glutinosa.	Blåsippa Anemone hepatica.	Hästhof Tussilago farfara.	Hvitsippa Anemone nemorosa.	Asp Populus tremula.	Kalfleka Caltha palustris.	Smörblomma Taraxacum officinale.	Röda vinbär Ribes rubrum.	Smultron Fragaria vesca.	Hägg Prunus padus.	Körsbär Prunus cerasus.
Medl. Savolaks o. Karelen.												
S:t Michel	V 2	—	IV 20	—	V 10	V 10	V 23	V 23	V 27	V 23	V 28	V 30
Puumala kyrkoby	—	—	—	—	—	—	V 21	V 24	V 28	V 28	V 29	—
Sulkava Tiittala	—	—	—	V 4	—	V 12	V 22	V 26	V 27	VI 2	V 31	VI 18
Sordavala Someroja	IV 16	—	IV 21	—	IV 30	V 3	V 18	V 30	V 31	V 30	V 30	—
Impilaks kyrkoby	IV 26	—	V 3	V 24	V 20	V 13	V 26	V 25	VI 9	V 31	VI 4	VI 20
Södra Österbotten.												
Alavo prestgård	—	—	—	—	V 18	—	V 26	V 25	—	—	—	—
„ Alavo by	IV 25	—	—	—	V 18	V 20	V 28	VI 1	VI 7	VI 8	VI 8	—
„ Töysä	—	—	—	—	V 20	—	V 30	V 31	VI 8	VI 2	VI 8	—
Wasa (Nikolaistad)	—	IV 7	V 8	V 23	—	V 7	—	V 26	V 30	VI 1	VI 2	—
Mustasaari Korsholm	—	—	—	—	—	V 12	V 28	V 26	VI 12	V 30	VI 2	VI 16
Alajärvi prestgård	IV 19	—	—	—	—	V 12	V 25	V 27	V 29	VI 6	VI 4	—
„ Mustakorpi	—	—	—	—	—	—	V 30	VI 5	—	VI 20	—	—
Munsala Lailaks	—	—	—	—	—	—	V 25	VI 4	—	—	—	—
Nykarleby	IV 18	—	V 10	—	—	V 10	V 27	V 25	V 27	—	VI 7	—
Jakobstad	—	—	—	—	—	—	—	—	—	VI 7	VI 10	—
Kronoby Öfrebrätö	—	—	—	—	—	—	V 23	VI 8	VI 1	VI 2	VI 19	—
„ Yttrebrätö	—	—	—	—	—	V 10	V 21	VI 8	VI 1	—	VI 19	—

Norra Karelen.												
Pelkjärvi kyrkoby	IV 29	—	—	—	V 20	V 15	V 26	V 24	V 31	VI 3	VI 1	VI 15
Tohmajärvi Wärtsilä	V 3	—	—	—	V 30	V 15	V 27	V 27	V 31	V 31	VI 1	VI 14
Kiihtelysvaara Heinävaara	—	—	—	—	V 31	—	—	—	—	VI 1	VI 8	—
Nurmes köping	V 4	V 7	—	—	—	—	V 29	V 30	—	VI 12	VI 11	—
Norra Österbotten.												
Haapavesi Haapajärvi	IV 30	—	V 22	—	V 24	V 20	V 24	VI 1	VI 5	VI 4	VI 18	—
Ylivieska prestgård	V 17	—	V 16	—	VI 5	V 21	—	VI 11	V 25	VI 14	VI 19	—
Piippola Pulkkila	V 9	V 12	—	—	—	V 10	V 30	VI 10	VI 10	VI 24	VI 18	—
Kajana	—	—	—	—	—	V 18	V 27	VI 9	VI 10	VI 19	—	—
Uleåborg	IV 17	—	V 20	—	—	V 20	VI 2	VI 8	VI 9	VI 20	VI 15	—
Nedertorneå Puas	—	—	—	—	—	—	VI 4	VI 8	VI 25	VII 5	VI 24	—
Kuusamo kyrkoby	—	—	—	—	—	—	VI 17	—	—	—	VI 29	—
Öfvertorneå Alkula	—	—	—	—	—	V 25	V 30	VI 8	VI 15	—	VI 22	—
Kuolajärvi Herrala	V 10	—	—	—	—	—	VI 19	VII 1	VI 28	—	—	—
Lappland.												
Kittilä	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	VI 22	—
Enare prestgård	—	—	—	—	—	—	VI 24	VII 6	VII 15	—	VII 10	—
„ Thule nygård	—	—	—	—	—	—	—	VI 24	VI 22	—	VII 1	—

III. Växters blomning.

	Äpleträd Pyrus malus.	Liljekonvalje Convallaria majalis.	Dufkulla Trientalis europæa.	Syrén Syringa vulgaris.	Rönn Sorbus aucuparia.	Lingon Vaccinium vitis idæa.	Blåklint Centaurea cyanus.	Linnéa Linnæa borealis.	Gul Näckros Nuphar luteum.	Elggräs Spiræa ulmaria.	Lind Tilia ulmifolia.	Ljung Calluna vulgaris.
Åland.												
Geta Bolstadholm	—	V 30	—	—	—	—	—	—	VI 23	—	—	—
Egentliga Finland.												
Kimito prestgård	V 30	—	V 29	VI 13	VI 12	VI 11	—	VI 25	—	VII 8	—	—
Salo köping (Uskela)	V 31	V 29	V 27	VI 13	VI 13	VI 1	VI 24	VI 24	VI 22	VII 5	VII 19	VII 23
S:t Karins Ispois	VI 2	VI 3	VI 2	VI 15	VI 18	—	—	—	—	—	VII 25	—
Åbo	V 31	V 30	V 30	VI 10	VI 11	VI 10	VI 21	VI 21	VI 27	VI 30	VII 18	VII 24
Lundo Käyrä	VI 2	—	VI 2	VI 17	—	VI 10	VI 28	—	VI 27	—	—	—
Nyland.												
Ekenäs Snäcksund	VI 8	VI 5	VI 11	VI 13	VI 15	VI 16	—	—	—	VII 5	—	—
Pojo Brödtorp	VI 1	VI 2	—	VI 10	VI 8	VI 8	VI 26	VI 28	VII 17	VII 8	VII 21	VIII 4
Esbo Karvasbacka	VI 13	—	—	VI 18	VI 16	—	VI 26	—	—	—	—	—
Helsingfors	VI 16	VI 8	V 31	VI 19	VI 19	VI 20	—	VI 26	—	VII 10	—	—
Helsinge Mellungsby	—	—	—	VI 19	VI 22	—	VI 30	VI 19	—	VII 9	—	VII 27
Kisko Mommola	VI 2	VI 8	VI 4	VI 15	VI 16	VI 21	VI 28	—	VII 2	VII 8	—	—
Sibbo Tallmo	VI 6	V 31	VI 5	VI 18	VI 18	VI 29	VI 30	VI 30	—	—	VII 26	VIII 5
Borgå stad	VI 6	VI 4	VI 4	VI 17	VI 18	VI 16	VI 30	VI 28	VI 30	VII 17	VII 23	VIII 10
„ Kardrag	VI 16	VI 5	VI 4	VI 23	VI 23	VI 20	VI 29	VI 25	VII 3	VII 14	—	VIII 5

Borgå Dampbacka	VI 2	VI 4	VI 10	VI 16	VI 15	VI 14	VI 20	VI 17	VI 26	VII 10	VII 24	VII 24
Wichtis Lahtis	VI 2	VI 6	VI 12	VI 16	VI 18	VI 15	VI 26	—	—	VII 15	VII 23	—
Pernå Fasarby	VI 4	VI 1	—	VI 21	VI 19	VI 15	VI 28	VI 27	—	VII 10	—	—
Fredrikshamn	VI 2	VI 8	VI 2	VI 15	VI 18	VI 18	VI 28	—	VI 22	—	—	—
Södra Karelen.												
Jääskis Kostiala	VI 10	VI 20	VI 12	VI 18	VI 20	VI 10	VII 4	—	VII 10	VII 16	—	VII 30
Kronoborg kyrkoby	VI 15	VI 10	VI 10	VI 22	VI 20	—	VI 27	—	—	—	—	—
„ Wuorela	VI 12	VI 10	VI 14	VI 19	VI 20	VI 28	VI 28	—	VII 1	VII 12	—	VII 25
„ Tervus	VI 20	VI 22	VI 11	VI 23	VI 22	VI 12	VI 25	VI 27	VII 8	VII 17	—	VIII 2
Satakunta.												
Kangasala kyrkoby	VI 2	VI 7	VI 2	VI 14	VI 15	—	VI 28	VII 1	VII 2	VII 6	—	VII 25
Ulfsby Wanhakylä	VI 6	—	—	VI 16	VI 19	—	VI 26	—	VII 2	—	—	—
Karkku Järventaka	VI 7	VI 7	VI 7	VI 17	VI 19	VI 11	VI 26	VII 2	VII 2	VII 4	—	VIII 4
Birkkala prestgård	VI 13	VI 7	VI 9	VI 14	VI 20	VI 9	—	—	—	—	—	—
Eräjärvi prestgård	VI 1	VI 10	—	VI 25	VI 17	VI 18	VI 27	VI 27	VI 27		—	VIII 10
Parkano Peltoniemi	VI 17	VI 13	VI 9	VI 22	VI 22	VI 14	VI 30	VI 27	VII 7	VII 20	—	VII 27
Ruovesi Tapio	VI 16	VI 10	—	VI 21	VI 17	VI 15	VI 29	—	VII 2	VII 2	—	—
Tavastland.												
Tammela Mustiala	VI 6	VI 1	VI 8	VI 7	VI 17	VI 10	VI 26	VI 22	VII 1	VII 14	VII 22	VII 27
„ Forssa	VI 1	VI 10	VI 2	VI 4	VI 22	VI 3	VI 22	VII 6	VII 2	VII 7	VII 24	VII 23
Janakkala Wirala	VI 6	VI 4	—	VI 14	VI 18	—	—	—	—	—	—	—
Lampis prestgård	VI 1	VI 2	VI 10	VI 14	VI 20	VI 13	VI 30	VI 30	VI 26	VII 15	VII 27	VII 28
Asikkala Urajärvi	VI 3	VI 4	VI 13	VI 17	VI 19	VI 4	VI 30	—	VII 12	VII 16	—	VII 28
Sysmä Olkkola	VI 3	VI 11	—	VII 4	VII 4	VII 10	—	VII 7	VII 20	—	—	—
Korpilahti prestgård	VI 9	VI 16	VI 8	VI 22	—	—	—	—	—	—	—	—

III. Växters blomning.

	Äpleträd Pyrus malus.	Liljekonvalj Convallaria majalis.	Dufkulla Trientalis europæa.	Syrén Syringa vulgaris	Rönn Sorbus aucuparia.	Lingon Vaccinium vitis idæa.	Blåklint Centaurea cyanus.	Linnéa Linnæa borealis.	Gul Näckros Nuphar luteum.	Elggräs Spiræa ulmaria.	Lind Tilia ulmifolia.	Ljung Calluna vulgaris.
Jyväskylä	—	—	—	VI 20	VI 20	—	—	—	—	—	—	—
Saarijärvi Mannila	—	VI 13	VI 21	VI 24	VI 24	VI 30	VII 8	VII 10	VII 13	VII 22	—	VII 31
Pihtipudas kyrkoby	—	—	—	—	VI 16	VII 1	VII12	—	VII 15	—	—	VIII 1
Medl. Savolaks o. Karelen.												
Puumala prestgård	VI 4	VI 12	VI 5	VI 17	VI 15	VI 14	VI 24	VI 26	—	VII12	—	VII 26
Sulkava Tiittala	VI 18	VI 19	VI 15	VI 21	VI 20	VI 22	VII 8	VII 5	VII 6	VII 15	—	VIII 3
Impilaks kyrkoby	VI 21	VI 17	VI 9	VI 23	VI 23	VI 26	VII 2	VII 13	VII 12	VII 12	—	VII 30
Södra Österbotten.												
Alavo Alavo	—	—	VI 20	VI 23	VI 25	VI 25	VII 2	VII 5	VII 10	VII 24	—	VIII 5
„ Töysä	—	—	VI 18	VI 26	VI 26	VI 28	VII 2	VII 6	VII 6	—	—	VII 25
Mustasaari Korsholm	VI 22	VI 20	VI 8	VI 26	VI 28	VI 16	—	VII 2	VI 22	VII 14	VIII 6	VIII14
Alajärvi prestgård	—	VI 22	VI 17	VI 26	VI 27	VI 27	VII 6	—	—	—	—	—
„ Mustakorpi	—	—	—	—	—	VII 2	VII 7	—	—	—	—	VIII 2
Jakobstad	—	—	—	VI 28	VI 27	VI 27	VII10	VII 10	VII 5	VII 17	—	—
Kronoby Öfrebråtö	—	VI 22	VI 20	—	—	—	—	—	—	—	—	—
„ Yttrebråtö	VI 21	VI 22	—	VI 24	VI 27	VI 30	VII18	—	VI 30	—	—	—

Norra Karelen.												
Pelkjärvi kyrkoby	VI 20	VI 19	VI 17	VI 22	VI 24	VI 24	VII 3	VII 12	VII 10	VII 20	VII 22	VII 31
Tohmajärvi Wärtsilä	VI 16	VI 18	VI 18	VI 20	VI 20	VI 26	VII 5	VII 5	VII 10	VII 20	—	VII 31
Kiihtelysvaara Heinävaara	—	—	VI 9	—	VI 25	VI 30	—	—	—	—	—	—
Nurmes köping	—	VI 24	VI 23	VI 26	VI 25	VII 1	VII 3	VII 10	VII 14	VII 18	—	VII 29
Norra Österbotten.												
Haapavesi Haapajärvi	—	—	—	VI 30	VI 26	VII15	VII12	VII 14	VII 13	VII 16	—	—
Ylivieska prestgård	—	VI 21	—	VI 27	VI 25	VI 21	VII 6	VII 8	VII 8	—	—	—
Piippola Pulkkila	—	VI 24	VI 20	VI 26	VI 26	VII 6	VII12	VII 7	VII 28	VII 21	—	VII 26
Kajana	VI 27	VI 26	VII 2	VII 6	VII 4	VII 7	—	VII 2	—	VII 8	—	—
Uleåborg	VI 15	VI 23	VI 16	VII 1	VI 25	VI 26	—	VII 5	VII 16	VII 18	—	VII 26
Nedertorneå Puas	—	VI 24	VI 22	—	VII 6	—	—	VII 14	—	—	—	—
Öfvertorneå Alkula	—	—	VII 1	—	VII 4	VII 2	—	VII 6	—	—	—	—
Kemiträsk Forstm. bost.	—	—	—	—	...	VII 5	—	VII 11	—	—	—	—
Kuolajärvi Herrala	—	—	VII 1	—	VII14	VII 7	—	VII 14	VII 21	VIII 1	—	VIII 8
Lappland.												
Kittilä	—	—	—	—	—	—	—	—	VII 30	VII 24	—	—
Enare prestgård	—	—	VII19	—	VII10	VII12	—	VII 27	—	—	—	—
„ Thule nygård	—	—	—	—	VII 1	VII 1	—	VII 4	VII 27	VII 6	—	—

	IV. Bärmognad.					V. Odlade växter.						Ängsslåtterns början.
								Råg. Secale cereale hib.				
	Smultron Fragaria vesca.	Blåbär Myrtillus nigra.	Hjortron Rubus chamæmorus.	Hallon Rubus idæus.	Röda vinbär Ribes rubrum.	Hafre Avena sativa. Sådd.	Korn Hordeum vulgare. Sådd.	Axbildning.	Blomning.	Skörd.	Sådd.	
Åland.												
Geta Bolstadholm	VII 9	—	—	—	—	V 4	—	V 26	VI 23	VIII 4	—	VII 16
Egentliga Finland.												
Kimito prestgård	VI 30	—	—	VII 24	—	V 6	—	—	VI 21	—	—	VII 6
Salo köping . .	VI 28	VII 12	VII 20	VII 25	VII 23	IV 27	V 16	V 30	VI 21	VII 20	VIII 10	VII 9
S:t Karins Ispois	VI 24	—	—	VII 25	VII 28	V 5	V 19	V 29	VI 21	VII 28	—	VI 28
Åbo	VI 20	VII 2	VII 20	VII 29	VII 18	V 11	V 25	V 31	VI 24	VII 21	VIII 14	VII 1
Lundo Käyrä . .	VII 5	—	VII 30	VIII 1	VII 24	V 9	V 25	VI 1	VI 24	VII 27	VIII 11	VII 13
Nyland.												
Pojo Brödtorp . .	VII 1	VII 10	—	VII 30	VII 25	V 4	V 24	V 29	VI 21	VII 27	VIII 11	VII 8
Esbo Karvasbacka	VII 11	VII 14	VII 27	VII 25	—	V 6	V 27	VI 7	VI 23	VII 29	VIII 10	VII 9
Helsige Mellungsb.	VII 5	VII 12	VII 23	VII 31	VIII 6	V 12	—	VI 1	VI 25	VII 31	—	—
Kisko Mommala	VII 8	VII 12	VII 28	VII 28	VIII 2	V 8	V 20	V 30	VI 21	VII 27	VIII 17	VII 20
Sibbo Tallmo . .	VII 8	VII 10	—	VII 30	VII 30	V 8	V 23	VI 2	VI 23	VIII 7	VIII 12	VII 6
Borgå stad . . .	VI 27	VII 8	VII 28	VII 31	VII 24	V 9	—	VI 9	VI 24	VII 29	VIII 15	—
„ Kardrag .	VII 5	VII 14	VII 29	VIII 3	VII 25	V 16	V 30	VI 9	VI 25	VII 31	VIII 19	VII 10
„ Dampbacka	VII 8	VII 14	—	VIII 1	VII 28	V 11	V 22	VI 2	VI 19	VII 27	VIII 12	VII 14
Wichtis Lahtis .	VII 10	—	—	—	VIII 4	V 8	—	VI 2	VI 22	VII 27	VIII 12	VII 14

Pernå Fasarby . .	VII 7	VII 21	—	VII 24	VIII 9	V 8	V 28	VI 9	VI 22	VII 30	VIII 13	VII 6
Fredrikshamn . .	VI 28	VII 17	VIII 3	VII 28	VII 20	V 20	VI 6	VI 7	VI 24	VIII 1	VIII 10	VII 7
Södra Karelen.												
Jääskis Kostiala .	VII 6	VII 15	—	VIII 1	VIII 10	V 13	—	VI 15	—	VIII 1	VIII 12	VII 6
Kronoborg kk:by	VII 7	—	—	VII 28	VII 26	—	—	VI 21	—	—	—	—
„ Wuorela	VII 5	VII 14	—	VII 28	VIII 1	V 11	—	VI 15	VI 28	VII 27	VIII 8	VII 7
„ Tervus .	VII 11	VII 20	—	VIII 4	VIII 12	V 19	V 27	VI 20	VII 1	VIII 12	VIII 26	VII 18
Satakunta.												
Kangasala kyrkoby	VII 4	VII 10	—	—	—	V 8	—	VI 1	VI 23	VII 31	VIII 15	VII 11
Ulfsby Wanhakylä	VII 8	—	—	VIII 3	—	IV 22	—	—	VI 26	VIII 6	VIII 18	VII 11
Karkku Kauniais	VII 4	VII 16	—	VIII 8	VII 16	—	—	VI 7	VI 25	VIII 1	VIII 13	VII 14
Birkkala prestgård	—	—	—	—	—	V 6	V 27	VI 31	VI 28	VIII 3	—	VII 15
Eräjärvi prestgård	VII 5	VII 10	VIII 1	VIII 1	VII 29	V 25	VI 1	VI 8	VI 21	VIII 3	—	—
Parkano Pelton. .	VII 20	VII 25	VIII 1	VIII 10	VIII 7	V 20	V 26	VI 14	VII 1	VIII 5	VIII 15	VII 20
Ruovesi Tapio .	VII 11	VII 13	—	VIII 18	VIII 20	V 14	VI 8	VI 13	VI 26	VIII 16	VIII 17	VII 21
Tavastland.												
Tammela Mustiala	VII 5	VII 14	VII 30	VIII 2	VII 29	IV 29	V 27	VI 5	VI 26	VII 29	VIII 14	VII 9
„ Forssa .	VI 29	VII 18	VII 27	VII 30	VII 25	V 2	VI 1	VI 2	VI 25	VII 28	VIII 17	VII 7
Janakkala Wirala	VI 29	VII 3	—	VIII 3	—	V 8	V 27	VI 3	VI 25	—	—	VII 13
Lampis prestgård	VII 6	VII 18	—	VIII 2	VII 25	—	—	VI 12	VI 27	VIII 5	VIII 15	VII 13
Asikkala Urajärvi	VII 5	VII 15	—	VII 31	VII 23	V 25	VI 2	VI 9	VI 27	VIII 3	VIII 18	VII 9
Sysmä Olkkola .	VII 9	VII 20	—	—	VII 31	V 11	VI 2	VI 9	VI 26	VIII 1	VIII 14	VII 13
Korpilahti prestg.	VII 6	—	—	VIII 7	—	V 17	V 26	VI 17	VI 23	VIII 5	—	VII 20
Jyväskylä . . .	VII 3	—	—	—	—	—	—	VI 12	VI 30	—	—	—

	IV. Bärmognad.					V. Odlade växter.						
								Råg. Secale cereale hib.				
	Smultron Fragaria vesca.	Blåbär Myrtillus nigra.	Hjortron Rubus chamæmorus.	Hallon Rubus idæus.	Röda vinbär Ribes rubrum.	Hafre Avena sativa. Sådd.	Korn Hordeum vulgare. Sådd.	Axbildning.	Blomning.	Skörd.	Sådd.	Ängsslåtterns början.
Saarijärvi Mannila	VII 15	VII 24	—	—	—	V 15	V 30	VI 19	VII 2	VIII 15	VIII 15	VII 20
Pihtipudas kyrkob.	VII 19	VII 25	VII 28	VIII 8	—	V 23	VI 1	VI 16	VII 4	VIII 17	VIII 10	—
Medl. Savolaks o. Karelen.												
Puumala prestg.	VII 3	VII 13	VII 23	VII 29	VII 25	V 26	V 24	VI 16	VI 30	VIII 3	VIII 12	VII 6
Sulkava Tiittala	VII 8	VII 15	VII 28	VII 30	VII 30	V 25	V 29	VI 15	VI 28	VIII 6	VIII 17	VII 20
Sordav. Someroja	—	—	—	—	—	V 13	V 30	VI 15	VI 29	VIII 6	VIII 10	VII 13
Impilaks kyrkoby	VII 6	VII 17	VII 30	VIII 6	VIII 6	V 27	VI 15	VI 20	VII 6	VIII 6	VIII 14	VII 14
Södra Österbotten.												
Alavo prestgård	—	—	—	—	—	V 12	—	—	VI 29	VIII 15	VIII 11	VII 20
„ Alavo by	VII 23	VII 25	VII 30	—	—	V 15	V 23	VI 15	VI 26	VIII 4	VIII 18	VII 15
„ Töysä	VII 28	VIII 1	VII 25	VIII 6	VIII 15	V 13	V 23	VI 17	VII 2	VIII 10	VIII 20	VII 28
Mustasaari Korsh.	VII 6	VII 20	VII 23	VIII 6	VIII 8	V 8	V 29	VI 20	VII 4	VIII 30	VIII 18	VII 16
Alajärvi prestgård	VII 19	—	—	—	—	V 13	V 25	VI 18	VII 2	VIII 10	—	—
„ Mustakorpi	—	—	VII 22	—	—	V 12	V 30	—	VII 6	VIII 11	—	VII 17
Nykarleby	—	—	—	VIII 15	VIII 20	V 11	V 25	—	—	VIII 17	VIII 18	—
Jakobstad	VIII 2	VIII 4	VIII 4	VIII 6	VIII 29	V 19	V 25	VI 24	VII 8	VIII 15	VIII 24	VII 13

Kr:by Öfrebråtö	—	—	—	—	—	V 14	V 25	VI 18	—	—	—	—
„ Yttrebråtö	VII 24	VII 25	VII 29	—	—	V 16	V 26	—	VII 3	—	—	VII 20
Norra Karelen.												
Pelkjärvi kyrkoby	VII 11	VII 18	VII 27	VIII 8	VIII 14	V 11	VI 8	VI 19	VII 4	VIII 6	—	VII 13
Tohmaj. Värtsilä	VII 10	VII 18	VII 27	VIII 8	VIII 8	V 10	V 29	VI 21	VI 30	VIII 3	VIII 10	VII 14
Kiihtelysv. Heinäv.	VII 15	VIII 15	VIII 4	VIII 13	—	V 19	VI 5	VI 19	VII 3	VIII 10	VIII 5	VII 17
Nurmes köping	VII 17	VII 18	VIII 7	VIII 17	VIII 17	V 25	V 25	VI 15	VII 11	VIII 9	VII 29	VII 20
Norra Österbotten.												
Haapavesi Haapaj.	VII 23	VII 27	VIII 2	VIII 15	VIII 8	V 16	V 23	VI 20	VII 16	VIII 14	VIII 10	VII 16
Ylivieska prestg.	—	—	—	—	—	V 11	V 14	VI 18	VII 4	VIII 10	VIII 13	VII 20
Piippola Pulkkila	VII 28	VIII 6	VIII 2	—	VII 28	VI 1	VI 1	VI 26	—	VIII 15	—	—
Kajana	VII 22	VII 30	VIII 4	VIII 20	VIII 9	V 23	V 29	VI 19	VII 8	VIII 24	—	—
Paltamo Paltanie.	VII 23	VII 30	—	—	—	V 22	V 27	VI 23	—	VIII 14	VIII 3	VII 15
Brahestad	—	VIII 1	VII 29	—	VIII 9	—	—	—	—	—	—	—
Uleåborg	VII 20	VIII 4	VII 20	VIII 12	VIII 2	V 10	V 22	VI 22	—	VIII 22	—	—
Nedertorneå Puas	—	—	—	—	—	V 19	VI 1	VI 25	VII 16	VIII 27	—	VII 25
Kuusamo kyrkoby	—	—	—	—	—	V 28	V 30	—	—	IX 2	—	VII 20
Öfvertorn. Alkula	—	—	—	—	—	V 29	—	VI 22	VII 14	—	—	—
Kemit. Forst. bost.	—	VIII 19	VIII 1	—	—	—	V 21	—	VII 15	IX 4	VIII 15	VII 28
Kuolajär. Herrala	—	VIII 20	VIII 11	—	—	V 22	V 22	VII 2	VII 18	IX 4	VII 20	VII 24
Lappland.												
Kittilä	—	VIII 18	VIII 2	—	VIII 16	V 14	V 17	—	—	—	—	VII 24
Enare prestgård	—	VIII 20	VIII 16	—	VIII 30	—	—	—	—	—	—	VIII 3
„ Thule nyg.	—	—	—	—	—	—	VI 9	—	—	IX 14	—	VII 27
„ Kaamas	—	—	VIII 25	—	—	—	VI 11	—	—	IX 7	VIII 4	VII 23

	Islossning.		Isläggning.	
	Åar, elfvar.	Sjöar, träsk.	Åar, elfvar.	Sjöar, träsk.
Åland.				
Mariehamn: 1) Östra, 2) Vestra hamnen	—	1) IV 30, 2) IV 24	—	1) XII 18
Geta: 1) Träsk, 2) Fjärdar	—	1)IV 30, V 1, 2)V 2	—	1) X 30—XI 23
Egentliga Finland.				
Kimito: Trotby träsk	—	IV 25	—	X 30; XI 22
Salo: 1) Å, 2) Hafsvik, 3) Träsk . . .	1) IV 21	2) IV 30, 3) V 2	1)X 30; XI 5-22	—
S:t Karins: Ispois fjärd	—	IV 24—28	—	—
Åbo: Aurajoki	IV 14—21	—	XI 22; XII 16	—
Lundo: 1) Aurajoki, 2) Järvenoja . .	1)IV23, 2)IV24	—	—	—
Nyland.				
Pojo: 1) Pojovik, 2) Fårsjö träsk . .	—	1)V 2, 2) V 5	—	2) XI 23
Helsingfors: 1) Vanda å, 2) Yttre fjärden, 3) Lappviken, 4) Södra hamnen . .	1) IV 23	2) IV 27, 3) V 1	—	3) XI 23, 4) XII 9 2) XII 18
Kisko: 1) kyrksjön, 2) Hirsijärvi, 3) Kurkela träsk	—	1)IV29—V4, 2)V3 3) V 4	—	1), 2) X30; XI 23
Borgå stad: Ån	IV 23—25	—	X 30; XI 7—15	—
„ Kardrag: 1) Viken, 2) Fjärden, 3) träsk	—	1) V 2, 2) V 3	—	1)X30; XI6; 19; 2) XI19, 3)X30; XI6
„ Särkjärvi: träsk	—	V 1	—	X 29; XI 5
Wichtis Enäjärvi	—	V 1—5	—	XI 7; 19

Pernå Fasarby Vik	—	V 2	—	X31;XI5;14;XII9
Fredrikshamn: [1]) Bamböle träsk, [2]) Vikar	—	[1])IV29—V3,[2])IV 26—V 4	—	[1]) X 29, [2]) XI 5
Södra Karelen.				
Jääskis: [1]) Ehatusfjärd, [2]) Wuoksen .	—	[1]) IV 20—V 8	[2])XI25; XII20	[1]) XI 21—25
Kronoborg: [1]) Kronoborgs å, [2]) Tervus å, [3]) Ladoga, [4]) skärgården . . .	[1]) IV 30, [2]) IV 25	[3]) IV 27, [4]) V 19	[1]) X 21; 29, [2]) XI 2	[4]) XI 19
Satakunta.				
Kangasala: Wesijärvi	—	V 14	—	XI 23
Ultsby: Kumoelf	IV 18—20	—	XI 22—23	—
Birkkala: Pyhäjärvi	—	V 11	—	XI 19
Eräjärvi träsk	—	V 1—10	—	X 30; XI 7
Ruovesi: [1]) Tapiovesi, Jäminkiselkä, [2]) Murola, [3]) Kautunvuolte, Korpilanselkä, [4]) Syvinki, Tarjanne, Visuvesi	—	[1])V 11, [2]), [3])V 13 [4]) V 15	—	[1])[2])XI25,[3])[4])XI20
Tavastland.				
Tammela: Kaukjärvi, Lammi, Pyhäjärvi	—	V 4	—	XI 7
Janakkala: [1]) Wiralanj., [2]) Kernaalanj.	—	[1]) V 2—8, [2]) V 2	—	[1])X30-XI5,[2])XI7
Asikkala: Urajärvi	—	V 3—13	—	X 30—XI 19
Sysmä: [1]) Nuoramoisjärvi, [2]) Päijänne	—	[1]) V 12, [2]) V 21	—	[1]) XI 11
Korpilahti: Vik af Päijänne	—	V 15	—	XI 25
Jyväskylä: [1]) Jyväsjärvi, [2]) Päijänne .	—	[1]) V 16, [2]) V 21	—	[1]) XI 17, [2])XI 26

	Islossning.		Isläggning.	
	Åar, elfvar.	Sjöar, träsk.	Åar, elfvar.	Sjöar, träsk.
Pihtipudas: 1) Elämäjärvi, Saanijärvi, 2) Alvejärvi, 3) Muurasj. 4) Kolimoj.	—	1)V15, 2)V19, 3)V 21, 4) V 24	—	1) X 22, 2) XI 16 3) XI 25, 4) XI 26
Medl. Savolaks och Karelen.				
S:t Michel: 1) Hamnen 2) Likolampi	—	1) V 11—13, 2) V 11	—	1) X 30; XI 8, 2) X 30
Puumala: Sundet	—	IV 12—V 18	—	XI 24; XII 5; I 1
Sulkava: 1) Myllylampi å, 2) Alanen	1) IV 26 - V 10	2) IV 20—V 16	1) X 22; 30; XI 6	2) X 30; XI 6—14
Impilaks: 1) Häränoja, 2) Impilaks vik 3) Ladoga	1) V 2	2) V 21, 3) V 22	1) X 21	2) XI 19
Södra Österbotten.				
Alavo: 1) Alavosjö, 2) Ponnenjärvi	—	1)V8-10, 2)V10-13	—	1) 2) X 30
Wasa (Nikolaistad): Hamnen	—	V 5—9	—	X 29—XI 23
Alajärvi: 1) Alajärvi, 2) Lappajärvi, 3) Iirujärvi	—	1)V6—13, 2)V13, 3) V 12	—	1) X 21, 2) XI 16 3) X 29
Nykarleby: 1) Elfven, 2) Inre Skärgården, 3) Stennäs träsk	1) IV 17—30	2) V 3—11	1) X 28; XI 5; 14—16	2) XI 16, 3) X 21
Kronoby: 1) Ån, 2) Skärgården	1) IV 29	2) V 11	—	—

Norra karelen.				
Pelkjärvi: Pelkjärvi sjö	—	V 19—22	—	X 21; X28—XI4
Kiihtelysvaara: [1]) Jukajärvi, [2]) Kastelampi, [3]) Kannelampi, [4]) Walkealampi, [5]) Ylinenjärvi	—	[1])V 18, [2])V 19, [3]) V21, [4])V24, [5])V26	—	[2]) X 21—30, [1]) [3]) X 30, [4])X 31, [5]) XI 18
Nurmes: [1]) Nurmijärvi [2]) Pielisjärvi	—	[1])V3-19, [2])V24-31	—	[1]) X 30, [2]) XI 15
Norra Österbotten.				
Ylivieska: Kalajoki elf	IV 26—29	—	X 21—28	—
Piippola: Lamuelf	—	—	X 23—26	—
Kajana: Uleåträsk	—	V 29	—	XI 6
Uleåb.: [1]) Elfven, [2]) Fjärden, [3]) Hafvet	[1]) IV 30—V 9	[2])V10—22 [3])V25	[1]) X 28	[2]) X 29—XI 6
Nedertorneå: Torneåelfsmynning	V 14—22	—	X 21—26	—
Kuusamo: Kuusamojärvi	—	V 28	—	X 21
Öfvertorneå: Torneåelf	V 11—20	—	X 23—28	—
Kemiträsk: [1]) Kemielf, [2]) Pöyliöjärvi	[1]) V 26	[2]) VI 1	[1]) X 22	[2]) X 22
Kuolajärvi: [1]) Sallanjoki, [2]) Kuolajoki, [3]) Sallanjärvi	[1]) V 19, [2]) V 20	[3]) VI 1	[2]) X 19	[3]) X 19
Lappland.				
Kittilä: [1]) Ounasjoki, [2]) Aakennusjoki	[1])V24-27 [2])V22	—	[1]) X 22	—
Enare: [1]) Alojoki, [2]) Joenjoki, [3]) Kaamasjoki, [4]) Tanaelf, [5]) Wastusjärvi, [6]) Muddusjärvi, [7]) Enare sjö.	[1])V14, [2])V18—31, [3])VI 3, [4])VI 4	[5]) VI 18, [6])VI 23, [7])VI 26	[2]) X 15, [3])X 19	[5]) [6]) X 20, [7])XI18

En metod för upplösande af tal i faktorer.

Af S. Levänen.

Redan i elementära läroböcker i algebra bevisas satsen att „produkten af tvenne tal, som hvardera utgöra en summa af tvenne kvadrater, jämväl utgör en summa af tvenne kvadrater“ (Bergroth & Mellbergs lärobok i Algebra, sid. 257). Det torde intressera dem, som ej idkat talteoretiska studier, att få se hvilket intressant bruk den högre aritmetiken gör af nämda sats, sedan den likväl blifvit generaliserad.

Expressionen $Ax^2 + Bxy + Cy^2$, där A, B och C anses som bekanta och oföränderliga, x och y däremot som godtyckligt varierande tal, kallas *kvadratisk form*. Härtill kommer ännu bestämningen *binär*, för att skilja i fråga varande form från den *ternära* formen $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz$, o. s. v. I aritmetiska undersökningar anses hvarje i formen ingående bokstaf representera endast *hela* tal, såväl positiva som negativa. Vi skola här inskränka oss till hela reella tal och förstå härefter med tal, utan vidare bestämning, just tal af denna beskaffenhet. I det x och y antagas erhålla alla helttalsvärden mellan gränserna $-\infty$ och $+\infty$, framställer formen ett oändligt antal hela tal. Om ett gifvet tal $N = Ax^2 + Bxy + Cy^2$, kallas x och y talets N *koordinator*. För att gifva formen all möjlig frihet, antager man att inga två af koefficienterna hafva en gemensam faktor. Samma antagande göres rörande x och y.

Ty i motsatt fall skulle formen kunna framställa endast sådana tal, som äro delbara med en sådan gemensam faktor. En kvadratisk form skiljer sig väsentligen från den linjära formen $Ax + By$ därigenom, att, medan den senare formen kan framställa hvarje tal, om blott A och B äro relativa primtal, den förra däremot kan representera endast en grupp af tal, hvilka genom karakteristiska egenskaper skilja sig från alla öfriga tal. Så kan formen $x^2 + y^2$ icke framställa talen 3, 6, 7, 11, 12 o. s. v., utan endast tal af formerna $4n$ och $4n + 1$; formen $x^2 + 2y^2$ kan icke gifva något af talen 5, 7, 10, 13 o. s. v.; $x^2 - y^2$ framställer tal endast af formerna $4n$ och $4n + 3$, men icke af formen $4n + 2$; formen $5x^2 + 7y^2$ kan endast innehålla talen 5, 7, 12, 27, 33 o. s. v. Häraf ses att de kvadratiska formerna äro egnade att specificera eller gruppera tal och har man äfven sedan *Euler's* och *Lagrange's* tider med stor framgång användt dessa former för att göra upptäkter inom den hemlighetsfulla talvärlden. Att ännu högre former, kubiska, bikvadratiska o. s. v., gömma i sig än rikare mångfald af egenskaper hos talen, är självklart. Vi erinra dessutom om det för alla våra läsare bekanta faktum, att de algebraiska formerna framställa äfven de mest förborgade egenskaperna hos geometriska gestalter, såsom t. ex. fallet är med de kvadr. formerna och koniska sektionerna.

Formen $Ax^2 + Bxy + Cy^2$ låter upplösa sig i två reella faktorer, hvilka äro af första graden i afseende på x och y, i fall $B^2 - 4AC \geqq 0$. Dessa faktorer äro däremot komplexa, om $B^2 - 4AC < 0$. I den speciella händelsen $B^2 - 4AC = 0$ äro bägge faktorerna lika och formen bildar en jämn kvadrat[1]). Uttrycket $B^2 - 4AC$ kallas formens *diskriminant* (enl. *Gauss: determinant*). Man skiljer mellan former med positiv och negativ diskriminant. Vi skola i det följande, af skäl som längre fram skola framträda, hålla oss blott till

[1]) Alt detta framgår ur identiteten $Ax^2 + Bxy + Cy = \frac{1}{4A}$ $(2Ax + By + y\sqrt{B^2 - 4AC})(2Ax + By - y\sqrt{B^2 - 4AC})$.

former med *negativ* diskriminant eller s. k. elliptiska former. En kvadr. form skrifves äfven ofta $ax^2+2bxy+cy^2$, hvars diskrimant är b^2-ac. Två kvadratiska former $Ax^2+Bxy+Cy^2$ och $A'x^2+B'xy+C'y^2$, för hvilka $B^2-4AC=B'^2-4A'C'$ eller hvilka hafva lika diskriminanter, kallas *likformiga* former.

Efter dessa allmänna definitioner anföra vi ur den utomordentligt rika teorin för kvadratiska former två följande teorem:

$$(1)\quad (mx^2+ny^2)(mx'^2+ny'^2)=$$
$$=(mxx'-nyy')^2+mn(xy'+x'y)^2$$
$$=X_1^2+mnY_1^2$$
$$=(mxx'+nyy')^2+mn(xy'-x'y)^2$$
$$=X_2^2+mnY_2^2.$$

$$(2)\quad (ax^2+2bxy+cy^2)(ax'^2+2bx'y'+cy'^2)=$$
$$=(axx'+bxy'+bx'y+cyy')^2+$$
$$+(ac-b^2)(xy'-x'y)^2=X_1^2+(ac-b^2)\,Y_1^2$$
$$=\left(axx'+bxy'+bx'y-cyy'+\frac{2b^2yy'}{a}\right)^2+$$
$$+(ac-b^2)\left(xy'-x'y+\frac{2byy'}{a}\right)^2=X_2^2+$$
$$+(ac-b^2)\,Y_2^2,$$

hvilka äro lätta att verificera. Det förra kan jämväl deduceras ur identiteten $(mx^2+ny^2)(mx'^2+ny'^2)=\left(x\sqrt{m}+y\sqrt{-n}\right)\left(x\sqrt{m}-y\sqrt{-n}\right)\left(x'\sqrt{m}+y'\sqrt{-n}\right)\left(x'\sqrt{m}-y'\sqrt{-n}\right)$ genom att på två olika sätt hopmultiplicera faktorerna i högra membrum. Teoremets (2) deduktion framgår ur följande likheter:

$$A = ax^2 + 2bxy + cy^2,$$
$$A' = ax'^2 + 2bx'y' + cy'^2,$$
$$aA = (ax + by)^2 + (ac - b^2)\, y^2,$$
$$aA' = (ax' + by')^2 + (ac - b^2)\, y'^2,$$
$$a^2AA' = \big((ax + by)(ax' + by') \mp (ac - b^2)\, yy'\big)^2 +$$
$$+ (ac - b^2)\big((ax + by)\, y' \pm (ax' + by')\, y\big)^2 \quad \text{(enl. teor. (1)).}$$
Efter utförda utvecklingar i högra membrum och likhetens dividerande med a^2 erhålles resultatet (2) [1]). Teoremet (1),

[1]) Föregående satser kunna generaliseras på följande sätt. Om $mn = m'n'$, kan man i allmänhet sätta $m = \lambda\mu$, $n' = \lambda\mu'$, $m' = \lambda'\mu$, $n = \lambda'\mu'$. Därigenom erhålles
$(mx^2 + ny^2)(m'x'^2 + n'y'^2) = \lambda\lambda'(\mu xx' \pm \mu'yy')^2 + \mu\mu'(\lambda xy' \mp \lambda'x'y)^2 = MX_1^2 + NY_1^2 = MX_2^2 + NY_2^2$, där $MN = \lambda\lambda'\mu\mu' = mn = m'n'$. Härat ses att *produkten af två binomiska kvadr. former med lika diskriminanter utgöres af en tredje binomisk kvadr. form med samma diskriminant och hvars koordinater* (X_1, Y_1; X_2; Y_2) *uttryckas på två särskilda sätt genom faktorernas koordinater.* Denna egenskap äga de trinomiska kvadr. formerna i allmänhet icke, emedan produkten af två sådana sönderfaller i två särskilda former, af hvilka hvardera har envärdiga koordinater.

Är näml. $\left.\begin{array}{l} A = au^2 + 2buv + cv^2 \\ A' = a'u'^2 + 2b'u'v' + c'v'^2 \end{array}\right\} ac - b^2 = a'c' - b'^2 = d,$

har man $aA = (au + bv)^2 + dv^2$, $a'A' = (a'u + b'v')^2 + dv'^2$ och följ.

$$\alpha) \qquad aa'AA' = \big((au + bv)(a'u' + b'v') \pm dvv'\big)^2 + $$
$$+ d\big((au + bv)\, v' \mp (a'u' + b'v')\, v\big)^2.$$

Antages $AA' = aa'U^2 + 2\varphi UV + \psi V^2$, där $aa'\psi - \varphi^2 = d$, blir

$\beta)$ $aa'AA' = (aa'U + \varphi V)^2 + dV^2$. Jämförelsen emellan denna likhet och likh. α) ger $\left.\begin{array}{r} aa'U + \varphi V = (au + bv)(a'u' + b'v') \pm dvv' \\ V = (au + bv)\, v' \mp (a'u' + b'v')\, v \end{array}\right\}$,

hvarur erhålles, då V elimineras samt d ersättes af $aa'\psi - \varphi^2$ och resultatet divideras med aa':

$$\gamma) \quad U = uu' \pm \psi vv' + \frac{b' - \varphi}{a'}\, uv' + \frac{b \pm \varphi}{a}\, u'v + \frac{(b' - \varphi)(b \pm \varphi)}{aa'}\, vv'.$$

hvaraf den i inledningen citerade satsen utgör det specialfall, då $m = n = 1$, utsäger nu att produkten af två tal $mx + ny$ och $mx' + ny'$, hvilka framställas af samma *bino-*

För att U skall bli helt tal, bör, om vi först taga det öfre tecknet $\frac{b' - \varphi}{a'} = n$, $\frac{b + \varphi}{a} = n'$, hvaraf följer $an' + a'n = b + b'$. Äro a och a', såsom förutsättes, rel. primtal, kunna ur denna likhet n' och n bestämmas. Då erhålles $\varphi = an' - b = b' - a'n$ och $\psi = \frac{\varphi^2 + d}{aa'}$. Vidare blir $U = (u + n'v)(u' + nv') + \psi vv'$. Analoga formler ger det nedre tecknet i likh. γ). Sammanställda bli resultaten följande:

$$\begin{cases} an' + a'n = b + b', \\ \varphi = b' - a'n = an' - b, \\ \psi = \dfrac{\varphi^2 + d}{aa'}, \\ U = (u + n'v)(u' + nv) + \psi vv', \\ V = (au + bv) v' - (a'u' + b'v') v, \\ AA' = aa' U^2 + 2\varphi U V + \psi V^2, \end{cases}$$

utgörande den ena formen för AA'. Den andra formen för denna produkt innehålles i likheterna

$$\begin{cases} an' - a'n = b - b', \\ \varphi' = b' - a'n = b - an', \\ \psi' = \dfrac{\varphi'^2 + d}{aa'}, \\ U' = (u + n'v)(u' + nv') - \psi' vv', \\ V' = (au + bv) v' + (a'u' + b'v') v, \\ AA' = aa' U'^2 + 2\varphi U' V' + \psi V'^2. \end{cases}$$

Ex. $A = 14u^2 + 10uv + 21v^2$, $A' = 9u'^2 + 2u'v' + 30v'^2$. Resultaten bragta till enklaste form blifva

$$\begin{cases} AA' = 21 U^2 - 4 U V + 13 V^2, \\ U = uu' - 4uv' + 3u'v + vv', \\ V = 3uu' + 2uv' + 7vv'. \end{cases}$$

$$\begin{cases} AA' = 5 U'^2 + 2 U' V' + 54 V'^2, \\ U' = 4uu' + 6uv' + 5u'v - 6vv', \\ V' = - uu' + 2uv' + u'v + 3vv'. \end{cases}$$

miska kvadr. form, framställes på *två* olika sätt af den likaledes binomiska kvadr. formen $X^2 + mnY^2$, hvilken har samma diskriminant $(-mn)$, som de bägge faktorerna och

---

Är $A = au^2 + 2buv + cv^2$, $A' = au'^2 + 2bu'v' + cv'^2$, finnes genom liknande deduktioner

$$\begin{cases} AA' = U^2 + dV^2, \\ U = auu' + b(uv' + u'v) + cvv', \\ V = uv' - u'v \end{cases}$$

samt

$$\begin{cases} am + 2bn = c, \\ \varphi = b - an, \\ \psi = n^2 + m, \\ AA' = a^2U^2 + 2\varphi UV + \psi V^2, \\ U = (u + nv)(u' + nv') - \psi vv', \\ V = a(uv' + u'v) + 2bvv'. \end{cases}$$

Anm. Äfven för formen $au^2 + buv + cv^2$ gälla föregående formler, om i dem i stället för A, a och c skrifvas $2A$, $2a$ och $2c$.

I sammanhang med de föregående formlerna vilja vi utveckla en potens af en binomisk kvadr. form. Sätta vi $(mx^2 + ny^2)^{2k} = X^2 + mnY^2$, är $(x\sqrt{m} + y\sqrt{-n})^{2k}(x\sqrt{m} - y\sqrt{-n})^{2k} = (X + Y\sqrt{-mn})(X - Y\sqrt{-mn})$ och således $X + Y\sqrt{-mn} = (x\sqrt{m} + y\sqrt{-n})^{2k}$. Utvecklas högra membrum i denna likhet samt X sättes = den reella delen och Y = den imaginära delen af utvecklingen, erhålles

$$\begin{cases} X = m^k x^{2k} - \binom{2k}{2} m^{k-1} n x^{2k-2} y^2 + \binom{2k}{4} m^{k-2} n^2 x^{2k-4} y^4 - \\ \qquad - \binom{2k}{6} m^{k-3} n^3 x^{2k-6} y^6 + \cdots, \\ Y = \binom{2k}{1} m^{k-1} x^{2k-1} y - \binom{2k}{3} m^{k-2} n x^{2k-3} y^3 + \\ \qquad + \binom{2k}{5} m^{k-3} n^2 x^{2k-5} y^5 - \binom{2k}{7} m^{k-4} n^3 x^{2k-7} y^7 + \cdots, \\ (Y \text{ innehåller } 2kxy \text{ som faktor}), \\ (mx^2 + ny^2)^{2k} = X^2 + mnY^2. \end{cases}$$

Sättes vidare $(mx^2 + ny^2)^{2k+1} = mX^2 + nY^2$ och följ. $(x\sqrt{m} + y\sqrt{-n})^{2k+1}(x\sqrt{m} - y\sqrt{-n})^{2k+1} = (X\sqrt{m} + Y\sqrt{-n})(X\sqrt{m} - Y\sqrt{-n})$, erhålles på samma sätt

följaktligen är likformig med deras form. Vi kunna således påstå att, om i den diofantiska likheten af andra graden

---

$$\left\{\begin{aligned} X &= m^k x^{2k+1} - \binom{2k+1}{2} m^{k-1} n x^{2k-1} y^2 + \binom{2k+1}{4} m^{k-2} n^2 x^{2k-3} y^4 - \\ &\quad - \binom{2k+1}{6} m^{k-3} n^3 x^{2k-5} y^6 + \cdots, \\ Y &= \binom{2k+1}{1} m^k x^{2k} y - \binom{2k+1}{3} m^{k-1} n x^{2k-2} y^3 + \\ &\quad + \binom{2k+1}{5} m^{k-2} n^2 x^{2k-4} y^5 - \binom{2k+1}{7} m^{k-3} n^3 x^{2k-6} y^7 + \cdots, \\ &(Y \text{ innehåller } y \text{ som faktor}), \\ &(mx^2 + ny^2)^{2k+1} = mX^2 + nY^2. \end{aligned}\right.$$

Utvecklingen af en potens af en trinomisk kvadr. form skola vi äfvenledes antyda.

Är $A = ax^2 + 2bxy + cy^2$ och man sätter $A^n = a^n X^2 + 2\varphi XY + \psi Y^2$, där a förutsättes vara primtal, som icke innehålles i d, har man $b^2 + d = ac$ samt $\varphi^2 + d = a^n \psi$, ur hvilka likheter φ och ψ skola bestämmas. Detta uppnås på följande sätt: $a^n c^n = (b^2 + d)^n = (b + \sqrt{-d})^n (b - \sqrt{-d})^n = F^2 + dG^2 = (F + G\sqrt{-d})(F - G\sqrt{-d})$ och således $F + G\sqrt{-d} = (b + \sqrt{-d})^n$ och $F - G\sqrt{-d} = (b - \sqrt{-d})^n$, hvarur F och G fås bestämda i b och d. Bestämmes sedan φ ur den diofantiska likheten $F = \varphi G + a^n H$, erhålles, om för F insättes dess värde ur denna likhet i likheten $a^n c^n = F^2 + dG^2$, $c^n = \frac{\varphi^2 + d}{a^n} \cdot G^2 + 2\varphi GH + a^n H$, hvaraf ses att $\frac{\varphi^2 + d}{a^n}$ är helt tal $= \psi$ och således $\varphi^2 + d = a^n \psi$. Lösningen af uppgiften innehålles således i likheterna

$$\left\{\begin{aligned} F &= \frac{(b + \sqrt{-d})^n + (b - \sqrt{-d})^n}{2}, \\ G &= \frac{(b + \sqrt{-d})^n - (b - \sqrt{-d})^n}{2\sqrt{-d}}, \\ F &= \varphi G + a^n H, \\ \psi &= \frac{\varphi^2 + d}{a^n}. \end{aligned}\right.$$

Det är icke svårt att jämvål finna formler, som uttrycka X och Y i x och y. (*Legendre*, *Th. d. N.*, II p. 36.)

(3) $$N = x^2 + dy^2,\text{[1]}$$

N är en produkt af två tal af de *binomiska* formerna $mx^2 + ny^2$ och $mx'^2 + ny'^2$, däri $mn = d$, satisfieras denna likhet af två olika värdesystem på x och y. Teoremet (2) uttrycker däremot den sanningen, att om N i föregående likhet utgöres af två faktorer, hvardera af samma *trinomiska* form $ax^2 + 2bxy + cy^2$, har likheten (3) altid åtminstone *en* lösning, men endast undantagsvis *två*, hvilket senare inträffar, ifall $\frac{2byy'}{a}$ är ett helt tal. Består N af tre faktorer, alla af formen $x^2 + dy^2$, har likheten (3), såsom det är lätt att inse 4 olika lösningar, för 4 faktorer 8 olika lösningar o. s. v., i allmänhet för i stycken faktorer 2^{i-1} olika lösningar. Man kan t. o. m. bevisa att, om $N = \alpha^n \beta^{n'} \gamma^{n''} \cdots$, däri $\alpha, \beta, \gamma \cdots$ äro primtal, hvilka alla framställas af samma kvadratiska form $x^2 + dy^2$, likheten (3) har $\frac{1}{2}(n+1)(n'+1)(n''+1)\cdots$ olika lösningar.

Vi skola nu bevisa omvändningen af våra teorem. Denna omvändning lyder: *har likheten (3) för gifna N och d två olika lösningar* (såsom olika lösningar betraktas icke x och y tagna med olika tecken), *utgör N en produkt af två faktorer.* Antag att

(4) $$N = x^2 + dy^2 = x'^2 + dy'^2$$

och således

$$(x + x')(x - x') = d(y' + y)(y' - y).$$

Är $d = mn$, så kan m innehållas i $x + x'$ och n i $x - x'$ (skulle d innehållas i $x + x'$, vore $n = 1$) och således

(5) $$\begin{cases} x + x' = mh, \\ x - x' = nk \end{cases}$$

---

[1]) På grund af det antagande, att koefficienterna i de ursprungliga formerna äro relativa primtal, innehåller d ingen kvadratisk faktor.

samt

$$hk = (y' + y)(y' - y). \tag{6}$$

Betecknas största gemensamma divisorn till h och $y' + y$ med φ, har man

$$\begin{cases} h = \mu\varphi, \\ y' + y = \nu\varphi, \end{cases} \tag{7}$$

hvari μ och ν äro relativa primtal. Likheten

$$\mu k = \nu (y' - y) \tag{8}$$

fordrar då att ν innehålles i k och μ i $y' - y$, på grund hvaraf man måste hafva

$$\begin{cases} k = \nu\psi, \\ y' - y = \mu\psi. \end{cases} \tag{9}$$

Dessa likheter gifva

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{1}{2}(m\mu\varphi + n\nu\psi), \\ x' &= \tfrac{1}{2}(m\mu\varphi - n\nu\psi), \\ y &= \tfrac{1}{2}(\nu\varphi - \mu\psi), \\ y' &= \tfrac{1}{2}(\nu\varphi + \mu\psi), \end{aligned}$$

hvilka värden, insatta i (4), gifva öfverensstämmande

$$4N = (m\mu^2 + n\nu^2)(m\varphi^2 + n\psi^2).\text{ [1]} \tag{10}$$

---

[1] Är allmännare $A = MX_1^2 + NY_1^2 = MX_2^2 + NY_2^2$, har man ock enl. noten sid. 337 $A = \lambda\lambda'(\mu xx' \pm \mu' yy')^2 + \mu\mu'(\lambda xy' \mp \lambda' x'y)^2 = (mx^2 + ny^2)(m'x'^2 + n'y'^2)$, där $MN = mn = m'n = \lambda\lambda'\mu\mu'$. Af likheterna

$$\mu xx' + \mu' yy' = X_1,\ \lambda xy' - \lambda' x'y = Y_1,$$
$$\mu xx' - \mu' yy' = X_2,\ \lambda xy' + \lambda' x'y = Y_2$$

erhålles

$$\mu xx' = \frac{X_1 + X_2}{2},\ \lambda xy' = \frac{Y_1 + Y_2}{2},$$

$$\mu' yy' = \frac{X_1 - X_2}{2},\ \lambda' x'y = \frac{Y_2 - Y_1}{2},$$

Likheten (10) framställer $4N$ under formen af en produkt af två faktorer, hvilka hvardera äro af samma binomiska kvadratiska form med diskriminanter $-mn=-d$ eller samma diskriminant, som tillkommer den ursprungliga formen för N, och härmed är den föresatta satsen icke allenast bevisad, utan jämväl faktorernas form fastställd. Men denna form utesluter i allmänhet ur vår undersökning hvarje N, som vore sammansatt af faktorer af trinomisk form, hvarför den metod för upplösande af tal i faktorer, som grundar sig på föregående utvecklingar, icke är allmän eller lyckas icke på hvarje godtyckligt gifvet tal. Att afhjälpa denna brist i metoden och framställa en generell sådan, skulle föra oss utom de gränser, som vi bestämt för denna uppsats. Vi skola likväl i senare delen däraf angifva en del hjälpmedel mot denna brist.

Formeln (10) ger oss medel i handen, att bevisa en grundväsentlig egenskap hos primtalen, näml. den, att ett sådant tal icke kan uttryckas på flere än ett sätt medels den kvadratiska formen x^2+dy^2, då d är ett *positivt* tal. Här måste uttryckligen sägas att d bör vara positivt tal, ty det inses lätt att, om likheten $N=x^2-dy^2$ har *en* lösning, har den oändligt många lösningar. Det är just denna omständighet, som vi genast i början af denna undersökning afsett, i det vi inskränkte de kvadratiska formerna till sådana med negativ diskriminant. Är N näml. ett primtal, bör i (10) endera faktorn i högra membrum, t. ex. $m\mu^2+n\nu^2$ vara $=2$ eller $=4$. Men intetdera antagandet är möjligt (detta är fallet, oberoende däraf om N är enkelt eller sam-

---

hvaraf synes att x är s. g. d. till $\frac{X_1+X_2}{2}$ och $\frac{Y_1+Y_2}{2}$, x' till $\frac{X_1+X_2}{2}$ och $\frac{Y_2-Y_1}{2}$, y till $\frac{X_1-X_2}{2}$ och $\frac{Y_2-Y_1}{2}$ samt y' till $\frac{X_1-X_2}{2}$ och $\frac{Y_1+Y_2}{2}$. Därefter blifva äfven μ, μ', λ, λ' bestämda, hvilkas riktighet därjämte kontrolleras af likheterna $M=\lambda\lambda'$ och $N=\mu\mu'$. Vidare är $m=\lambda\mu$, $n=\lambda'\mu'$, $m'=\lambda'\mu$, $n'=\lambda\mu'$, och sålunda blifva A:s faktorer mx^2+ny^2 och $m'x'^2+n'y'^2$ bestämda.

mansatt tal), enär hvarken μ eller ν kan vara $= o$ (hvarken m eller n är $= o$), såvida x' och y' skola till sina talvärden skilja sig från värdena på x och y, d. v. s., såvida likheten (4) skall tillåta två distinkta lösningar. Vi kunna sammanfatta de erhållna resultaten uti följande sats:

kvadratiska formen $x^2 + dy^2$, däri d är ett positivt tal, framställer primtal endast på ett enda sätt, men satsen är icke omvändbar, ty samma form framställer en del sammansatta tal på ett enda sätt, men en annan del på flere olika sätt.

Finnes genom försök eller på hvilket annat sätt som hälst två lösningar till likhet (3), finnes två faktorer till talet N enl. likheterna (5) — (10). Äger likheten (3) flere än två par olika lösningar, fås med tillhjälp af dem N upplöst på flere sätt i två faktorer, ja t. o. m. upplöst i dess primfaktorer.

Vi skola tillämpa föregående teori på ett antal exempel. Det enklaste sätt att få ett gifvet tal N framställdt under formen $x^2 + dy^2$ består däruti, att man tager $x \leqq E\sqrt{N}$, där symbolen E betecknar det hela tal, som närmast föregår $\sqrt{N}$. Man får då $dy^2 = N - (E\sqrt{N})^2$ [1]) och blir $dy^2 = Dn^2$, däri D icke mera innehåller någon kvadr. faktor, och man har till undersökning likheten $N = x^2 + Dy^2$. På detta sätt kan N på många olika sätt framställas under kvadr. form. [2])

---

[1]) Vid denna operation är en *kvadrattabell* en utomordentligt nyttig hjälpreda.

[2]) Understundom finnes det vara lämpligare att uttrycka $2N$, $3N$ eller någon annan multipel af N under kvadratisk form, hvarigenom förrådet på lämpliga former kan obegränsadt ökas.

Vi skola på ett exempel visa, huru man af två olika former för ett tal kan härleda en form för en viss multipel af samma tal:

$$A = 12739 = 112^2 + 3\cdot5\cdot13 = 113^2 - 2\cdot3\cdot5,$$
$$112^2 = -3\cdot5\cdot13 + A,$$
$$113^2 = 2\cdot5\cdot3 + A,$$
$$(112\cdot113)^2 = -2\cdot13\cdot15^2 + A^2 - 165A = (A - 165)A;$$

Ex. 1. $N = 11371 = 106^2 + 15 \cdot 3^2 = x^2 + 15y^2$. Denna likhet har lösningen $x = 106$, $y = 3$. För att finna andra lösningar skrifva vi den så: $x^2 = 11371 - 15y^2$, däri vi göra y successivt $= 0, 1, 2, 3 \cdots \leqq \sqrt{\frac{11371}{15}} = 27$ och finna en ytterligare lösning $y' = 13$, $x' = 94$. Medels dessa lösningar sker upplösningen af N i faktorer enligt följande analys:

$$x = 106,\ y = 3,\ mn = 15,\ m = 5,\ n = 3,$$
$$x' = 94,\ y' = 13$$
$$x + x' = 200,\ y' + y = 16,$$
$$x - x' = 12,\ y' - y = 10,$$
$$200 = mh = 5h,\ h = 40,$$
$$12 = nk = 3k,\ k = 4,$$
$$\left.\begin{array}{l} 40 = \mu\varphi \\ 16 = \nu\varphi \end{array}\right\} \begin{array}{l} \varphi = 8, \\ \mu = 5, \\ \nu = 2, \end{array}$$
$$\left.\begin{array}{l} 4 = 2\psi \\ 10 = 5\psi \end{array}\right\} \psi = 2.$$

---

altså kunna vi skrifva

$$A(A - 165) = x^2 + 26y^2,$$

hvilken form kan ge divisorerna såväl till A som till $A - 165$. På detta sätt kan man få enklare diskriminant, än någondera af de gifna formerna har, emedan, som synes, de gemensamma faktorerna i bägge icke förekomma i den nya diskriminanten. Metoden är likväl tillföljd af det erhållna stora talet i allmänhet opraktiskt. En mycket använd metod att sätta tal under kvadratiska former ger teorin för kvadratrötters utveckling i kedjebråk. — Vi erinra vid detta tillfälle om ett slags analogi emellan division och kvadratrotens utdragande, båda operationerna uppfattade i deras allmännaste bemärkelse. Att dividera talet A med talet B vill säga att bringa det förra under den linjära formen $A = Bx + y$. Att utdraga kvadratroten ur A afser i dess största allmänhet att bringa detsamma under den kvadr. formen

$$A = x^2 + dy^2.$$

Man kunde söka sätta talet A under den allmännare formen $A = mx^2 + ny^2$ på det sätt t. ex. att man tager ett godtyckligt tal

$\because\quad 4N = (5\cdot 5^2 + 3\cdot 2^2)(5\cdot 8^2 + 3\cdot 2^2) = 137\cdot 332,$
$N = 11371 = 137\cdot 83.$

Ex. 2. $N = 41707 = 204^2 + 91 = x^2 + 91y^2$. Man finner genom försök, att denna likhet har endast en lösning $x = 204$, $y = 1$. Men skrifves $N = 203^2 + 498 = x^2 + 498y^2$, finnas de två lösningarna $x = 203$, $y = 1$; $x' = 37$, $y' = 9$, hvaraf vi med säkerhet sluta att N är sammansatt tal, hvars faktorer finnas genom följande kalkyl:

$$mn = 498 = 2\cdot 3\cdot 83,\quad \left.\begin{array}{l} x + x' = 240 = 6h, \\ x - x' = 166 = 83k \end{array}\right\} \begin{array}{l} h = 40, \\ k = 2, \end{array}$$
$$m = 6,\ n = 83$$

$$\left.\begin{array}{r} h = 4\cdot 10 \\ y' + y = 1\cdot 10 \\ y' - y = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \mu = 4 \\ \nu = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \varphi = 10, \\ \psi = 2; \end{array}$$

$\because\quad 4N = (6\cdot 4^2 + 83\cdot 1^2)(6\cdot 10^2 + 83\cdot 2^2) = 179\cdot 932,$
$N = 41707 = 179\cdot 233.$[1])

Ex. 3. $N = 12319 = 107^2 + 870\cdot 1^2 = 67^2 + 870\cdot 3^2$.

$x = 107,\ y = 1,\ mn = 870 = 2\cdot 5\cdot 3\cdot 29,$
$x' = 67,\ y' = 3,$

$$\left.\begin{array}{r} 174 = mh \\ 40 = nk \end{array}\right\} hk = (y' + y)(y' - y) = 8,\ m = 6\cdot 29 = 174,$$
$$n = 5,\ h = 1,\ k = 8,\ \varphi = 1,\ \mu = 1,\ \nu = 4,\ \psi = 2.$$

$x < \sqrt{A}$ och likaså ett godtyckligt tal m, så beskaffadt att $mx^2 < A$ och söker då sätta $A - mx^2$ under formen ny^2. Har man sålunda funnit talen m och n, undersöker man om likheten $A = mx^2 + ny^2$ satisfieras af ännu ett värdepar på x och y, näml. x' och y', och man kan då medels dessa lösningar få A upplöst i två faktorer medels de formler, som finnas anförda i noten sid. 342.

[1]) 179 och 233 äro bägge af formen $x^2 + xy + 23y$, hvilken ger det förra talet för $\left.\begin{array}{l} y = 1 \\ x = 12, -13 \end{array}\right\}$ och det senare för $\left.\begin{array}{l} y = 1 \\ x = 14, -15 \end{array}\right\}$. Deras produkt blir nog af formen $x^2 + 91y^2$, hvilken likväl enligt teorin äger endast en lösning.

$\because \quad 4N = (174\cdot 1^2 + 5\cdot 4^2)(174\cdot 1^2 + 5\cdot 2^2) = 254\cdot 194,$
$N = 12319 = 127\cdot 97.$

Ex. 4. $N = 3267 = x^2 + 2y^2$. Man finner lösningarna $\begin{cases} x = 15, 23, 33, 47, 55, 57, \\ y = 39, 37, 33, 23, 11, 3, \end{cases}$ hvilkas antal är 6 och således icke af formen 2^{i-1}, hvaraf vi sluta att N är sammansatt af primtals potenser eller är antingen af formen $\alpha\beta\gamma^2$ eller $\alpha^3\beta^2$ och man finner genom två olika lösningar $N = 3^3\cdot 11^2$, ett resultat, som hade kunnat omedelbart nedskrifvas.

Ex. 5. $N = 10819 = 103^2 + 210\cdot 1^2 = 23^2 + 210\cdot 7^2\cdot$ $4N = (21\cdot 3^2 + 10\cdot 4^2)(21\cdot 2^2 + 10\cdot 2^2) = 349\cdot 124,\ N = 10819 = 349\cdot 31.$

Ex. 7. $N = 6319 = 5x^2 + 11y^2$. Denna likhet har lösningarna $\left.\begin{matrix} x = 10 \\ y = 23 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} x' = 34 \\ y' = 7 \end{matrix}\right\}$. Man kan nu skrifva $5N = 5\cdot 6319 = 31595 = (5x)^2 + 55y^2 = z^2 + 55y^2$, hvilken likhet naturligtvis har lösningarna $\left.\begin{matrix} x = 5\cdot 10 = 50 \\ y = 23 \end{matrix}\right\}, \left.\begin{matrix} x' = 5\cdot 34 = 170 \\ y' = 7 \end{matrix}\right\},$
$mn = 55 = 5\cdot 11,\ m = 11,\ n = 5,\ x + x' = 220 = 11\cdot h,$
$h = 20,\ x' - x = -120 = 5k,\ k = -24,\ 20 = \mu\varphi,\ 30 = \nu\varphi,$
$\varphi = 10,\ \mu = 2,\ \nu = 3,\ -24 = 3\psi,\ -16 = 2\psi,\ \psi = -8.$
$\because 4\cdot 5N = (11\cdot 2^2 + 5\cdot 3^2)(11\cdot 10^2 + 5(-8)^2) = 89\cdot 1420,$
$N = 6319 = 89\cdot 71.$

Ex. 8. $N = 1643 = 3x^2 + 2xy + 6y^2$. Genom multiplikation med 3 förvandlas denna likhet till $3N = 4929 = (3x + y)^2 + 17y^2 = z^2 + 17y^2,\ z^2 = 4929 - 17y^2,\ y = 0, 1, 2, 3 \cdots \leqq \sqrt{\frac{4929}{17}} = 17;$

z^2: 4929, 4912, 4861, 4776, 4657, 4504, 4317, 4096
— 17 — 51 — 85 — 119 — 153 — 187 — 221 — 255

$= 64^2$, 3841, 3552, 3229, 2872, 2481, 2056, 1597,
— 289 — 323 — 357 — 391 — 425 — 459 — 493

1104, 577, $16 = 4^2$,[1])
— 527 — 561 — 595

$$\left.\begin{array}{l} y = 7 \\ z = 64 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y' = 17 \\ z' = 4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 3x + 7 = \pm 64 \\ x = 19 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 3x' + 17 = \pm 4 \\ x' = -7 \end{array}\right\},$$

$$\left.\begin{array}{l} z = 64,\ y = 7 \\ z' = 4,\ y' = 17 \end{array}\right\} mn = 17,\ m = 17,\ n = 1,$$

$$\left.\begin{array}{l} z + z' = 68 = 4 \cdot 17 = mh = 17h,\ h = 4 \\ z' - z = 60 = nk = k, \qquad k = 60 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \varphi = 4, \\ \mu = 1, \\ \nu = 6, \\ \psi = 10; \end{array}$$

$$\because \quad 12N = (17 \cdot 1^2 + 1 \cdot 6^2)(17 \cdot 4^2 + 1 \cdot 10^2) = 53 \cdot 372,$$
$$N = 1643 = 53 \cdot 31.$$

Ex. 9. $N = 63883 = 5x^2 + 38y^2$,[2]) $5x^2 = 63883 - 38y^2$,

$$y = 0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots \leqq \sqrt{\frac{63883}{38}} = 41:$$

$5x^2$: 63883, $63845 = 5 \cdot 113^2$, 63731, 63541, 63275, 62933,
— 38 — 114 — 190 — 266 — 342 — 418

62515, 62021, 61451, 60805, 60083, 59285, 58411, 57461,
— 494 — 570 — 646 — 722 — 798 — 874 — 950 — 1026

[1]) Uppsökandet af rötterna till likheten $z^2 = 4929 - 17^2$ har här skett sålunda, att 3 konsekutiva värden af funktionen $4929 - 17y^2$ uträknats direkte genom att insätta $z = 0, 1, 2$. Differenserna mellan dessa värden äro — 17, — 51 och dessas differens eller funktionens andra differens är $= -34$ och konstant, hvarför de följande funktionsvärdena erhållas genom successiva additioner. Detta förfarande underlättar betydligt arbetet med stora värden på d och y.

[2]) Andra kvadr. former för detta tal äro: $x^2 + 2y^2$, $x^2 + 3y^2$, $x^2 + 7y^2$, $x^2 + 15y^2$, $x^2 + 42y^2$.

$$\begin{array}{ccccccc} 56435, & 55333, & 54155, & 52901, & 51571, & 50165, & 48683, \\ -1102 & -1178 & -1254 & -1330 & -1406 & -1482 & -1558 \\ 47125, & 45491, & 43781, & 41995, & 40133, & 38195, & 36181, \\ -1634 & -1710 & -1786 & -1862 & -1938 & -2014 & -2090 \\ 34091, & 31925, & 29683, & 27365, & 24971, & 22501, & 19955, \\ -2166 & -2242 & -2318 & -2394 & -2470 & -2546 & -2622 \\ 17333, & 14635, & 11861, & 9011, & 6085, & 3083, & 5 = 5\cdot 1^2,^{1)} \\ -2698 & -2774 & -2850 & -2926 & -3002 & -3078 & \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 113,\ x' = 1 \\ y = 1,\ y' = 41 \end{array}\right\} 5N = (5x)^2 + 190y^2 = z^2 + 190y^2,$$

$$\left.\begin{array}{r} z = 565,\ z' = 5 \\ y = 1,\ y' = 41 \end{array}\right| \left.\begin{array}{l} z + z' = 570 = 19h,\ h = 30 \\ z - z' = 560 = 10k,\ k = 56 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 30\cdot 56 = \\ 42\cdot 40, \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} mn = 190 = 19\cdot 10 \\ m = 19,\ n = 10 \end{array}\right| \left.\begin{array}{l} y' + y = 42,\ 30 = \mu\varphi \\ y' - y = 40,\ 42 = \nu\varphi \end{array}\right\} \begin{array}{l} \varphi = 6, \\ \mu = 5, \\ \nu = 7, \\ \psi = 8; \end{array}$$

---

[1]) Denna kalkyl kan betydligt förkortas, om man observerar att högra membrum i likheten $5x^2 = 63883 - 38y^2$ bör vara delbart med 5, hvarför för y passa endast talen 1, 11, 21, 31, 41 och räkningen får då följande utseende:

$$\begin{array}{cccccl} 63883, & 63845 = 5\cdot 113^2, & 59285, & 47125, & 27365, & 5 = 5\cdot 1^2 \text{ och värdena} \\ -38 & -4560 & & -12160 & -19760 & -27360 \end{array}$$

på x befinnas, liksom förut, vara 113 och 1.

Genom observationer af denna och flere andra arter kan man altid betydligt reducera försökens antal. Vi vilja dessutom fästa uppmärksamheten vid en allmän metod att minska detta antal. Emedan kvadrater, dividerade med ett bestämdt tal, gifva ett mindre antal rester, än tal i allmänhet dividerade med samma tal, kan man „modulera" likheten med godtyckliga tal: 3, 4, 5, 7, 8, 11 o. s. v. och finner därigenom de former för det variabla talet, hvilka kunna göra binomet i högra membrum till kvadrat. Man utför då försöken endast med dessa tal. Om vi taga ex. 8 här ofvan och modulera $4929 - 17y^2$ med talen 4 och 7, finna vi, emedan en kvadrat dividerad med 4 ger till rest endast 0 eller 1, samt dividerad med 7 endast 0, 1, 2, 4, att för y behöfva endast tagas talen 3, 7, 11, 15, 17, hvarigenom räkningen blir följande:

$$\begin{array}{cccccl} 4929, & 4776, & 4096 = 64^2, & 2872, & 1104, & 16 = 4^2 \text{ och} \\ -153 & -680 & -1224 & & -1768 & -1088 \end{array}$$

lösningarna 64 och 4 finnes. Denna „modulationsmetod" användes alltid vid operationer med massor af stora hela tal.

$\because \quad 20N = (19\cdot5^2 + 10\cdot7^2)(19\cdot6^2 + 10\cdot8^2) = 965\cdot1324,$
$N = 63883 = 193\cdot331.$

Följande tal skola upplösas i faktorer:

Ex. 10. $N = 109719$;

Ex. 11. $N = 133631 = 11x^2 + 8xy^2 + 11y^2 = 11x^2 + 15y^2 = 14x^2 + 15y^2$;

Ex. 12. $N = 571511 = x^2 + 183y^2 = 11x^2 + 4xy + 19y^2 = 2x^2 + 39y^2 = x^2 + 1486y^2$;

Ex. 13. $N = 3180181 = x^2 + 105y^2 = x^2 + 165y^2$;

Ex. 14. Af talen 56113 och 56789 kan det förra endast på ett sätt sönderdelas i en summa af två kvadrater, det senare däremot på två olika sätt.

Ju större talet, som enligt föregående metod skall upplösas i faktorer, är, desto arbetsdrygare blir den och öfverstiger för någorlunda stora tal, om man icke lyckas skaffa sig en lämplig och stor diskriminant, hvarje räknares tålamod. Den väsentligaste bristen, som vidlåder metoden, utgöres likväl af svårigheten att för ett gifvet tal finna en kvadratisk form med en sådan diskriminant, som ofelbart afgör om talet är enkelt eller sammansatt. Vi äga en förteckning på i detta hänseende lämpliga diskriminanter, af hvilka vi vilja anföra följande:

1 (1), 2 (1), 3 (1), 5 (1, 2), 6 (1, 2), 7 (1), 10 (1, 2), 11 (4), 13 (1, 2), 14 (3), 15 (1, 3), 17 (3), 19 (4), 21 (1, 2, 3, 5), 22 (1, 2), 30 (1, 2, 3, 5), 33 (1, 2, 3, 6), 34 (5), 35 (4, 12), 37 (1, 2), 42 (1, 2, 3, 6), 43 (4), 46 (5), 51 (4, 12), 55 (7), 57 (1, 2, 3, 6), 58 (1, 2), 65 (3, 6), 66 (5, 10), 67 (4), 69 (7), 70 (1, 2, 5, 7), 73 (7), 77 (3, 6), 78 (1, 2, 3, 6), 82 (7), 85 (1, 2, 5, 10), 91 (4, 20), 93 (1, 2, 3, 6), 97 (7), 102 (1, 2, 3, 6), 105 (1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11), 114 (10), 123 (12), 130 (1, 2, 5, 10), 133 (1, 2, 7, 13), 141 (5,

10), 154 (5, 10), 157 (1), 163 (4), 165 (1, 2, 3, 5, 6, 10, 11, 13), 177 (1, 2, 3, 6), 190 (1, 2, 5, 10), 193 (11), 205 (11, 13), 210 (1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14), 235 (20), 273 (1, 2, 3, 6, 7, 13, 14, 17).

Har man lyckats sätta ett gifvet tal A under formen $mA = x^2 + dy^2$, där d är ett af de i ofvnnstående förteckning med stora siffror betecknade talen samt m något af de med små siffror inom parentes efter detta tal angifna talen, ger likheten $mA = x^2 + dy^2$ *en* eller *flere* lösningar, altefter som A är enkelt eller sammansatt tal. Om t. ex. A, $2A$, $3A$ eller $6A$ blifvit bragt under formen $x^2 + 78y^2$, ger likheten $mA = x^2 + 78y^2$ flere lösningar och A fås medels dessa upplöst i faktorer, ifall det är sammansatt; i motsatt händelse äger samma likhet endast en lösning.

Existensen af sådana diskriminanter betingas af följande teorem ur teorin för kvadratiska former:

produkten af två tal, hvilka framställas, hvartdera, af olika likformiga kvadr. former eller utgöra två skilda värden af en och samma trinomiska form, framställas i allmänhet at två särskilda, med de gifna likformiga former, hvilka sägas vara med hvarandra „kongruenta". Någongång sammanfalla dessa former till en enda, hvilken då säges vara „allena i sitt slag", och ger två lösningar, d. v. s. två par värden på produktens koordinater;

två kongruenta former kunna således återgifva samma sammansatta tal, men icke något primtal, som icke innehålles i diskriminanten. Skulle två skenbart olika former framställas ett och samma primtal af antydd beskaffenhet, kan den ena genom linjär transformation af koordinaterna göras identisk med den andra. [1])

De i ofvanstående förteckning upptagna diskriminanterna äro nu af den beskaffenhet att till dem höra en eller flere former (deras antal är lika med antalet multiplikatorer efter diskriminanterna), som äro de enda i sitt slag, eller,

---

[1]) Dessa viktiga satser bevisas t. ex. i *Théorie des nombres par A. M. Legendre,* tom. I, § XIII & tom. II, § IV.

som man också uttrycker sig, äro *ensamma* former. De som höra till diskriminanter < 105 finnas upptagna i a. a. af *Legendre*. De öfriga diskriminanterna, som hufvudsakligast inskränka sig till tal under 200, hafva vi uppsökt.[1]) Som synes är deras antal, isynnerhet under det andra hundratalet, tämligen litet. Vi påstå likväl icke att ej en och annan diskriminant af i fråga varande beskaffenhet tilsvidare undgått våra efterspaningar. Vi hoppas med tiden kunna hopbringa en vacker kollektion af dem, sträckande sig genom flere hundratal.

Man slipper ofta det något besvärliga arbetet med det till undersökning gifna talets sättande under en form, som har någon af de i förteckningen upptagna talen till diskriminant, om man betjänar sig af de s. k. tabellerna för kvadratiska formers linjära divisorer. Sådana finnas hos *Legendre* för $d =$ ända t. o. m. 106. Vi hafva fortsatt deras uträknande till $d = 211$, som kräfde 4 månaders ihärdigt arbete. Tages t. ex. kvadr. formen $10u^2 + 10uv + 19v^2$, som hör till diskriminanten 165 (rättare -165) och man låter häri u och v antaga alla möjliga helttalsvärden samt modulerar hvart och ett af dem med $4 \cdot 165 = 660$, d. v. s. dividerar med 660, erhållas följande 10 rester[2]): 19, 79, 139, 151, 211, 271, 259, 391, 439, 571, så att alla tal, som framställas af anförda form, kunna angifvas af formeln $660z + r$, där z betecknar ett godtyckligt helt tal samt r någon af de angifna resterna. Man brukar angifva sammanfattningen af alla till formen hörande tal medels formlerna $660z + 19$, 79, 139, 151, 211, 271, 259, 391, 439, 571, hvilka kallas linjära divisioner till kvadr. formen $x^2 + 165y^2$, näml. de divisorer, som höra till kvadratiska divisorn $10u^2 + 10uv + 19v^2$.

---

[1]) Vid detta arbete har Stud. K. Eklund varit oss behjälplig.

[2]) Denna räkning utföres sålunda, att man i formeln $10u^2 \pm 10u + 19$ gör efter hand $u = 0, 1, 3, \cdots$ och modulerar de erhållna talen med 660 tils man icke mera får nya rester, utan de förut erhållna återkomma, samt utesluter alla jämna rester liksom ock dem som ha en faktor gemensam med 165. Räkningen utföres bekvämast medels differenser.

Till en kvadratisk form $x^2 + dy^2$ höra näml. en eller flere *kvadratiska divisorer* af formen $au^2 \pm 2buv + cv^2$, där $ac - b^2 = d$ och $2b$ till sitt talvärde $\leqq a$ och c.[1]) Denna inskränkning för b värkar att $3b^2 \leqq d$ eller $b \leqq \sqrt{\frac{d}{3}}$. Gör man därför successivt $b = 0, 1, 2, \cdots \sqrt{\frac{d}{3}}$ och bestämmer hvarje gång ur likheten $ac = b^2 + d$ genom att på alla möjliga sätt upplösa $b^2 + d$ i två faktorer och sätta $a =$ den ena faktorn och $b =$ den andra, med den antydda inskränkningen att a och $c \geqq 2b$,[1]) erhållas ett begränsadt antal kvadratiska former, hvilka alla höra till diskr. d eller äro kvadr. divisorer till $x^2 + dy^2$.[2]) De sålunda erhållna kvadr. divisorerna utgallras, d. v. s. man tager af flere med hvarandra identiska (sådana som kunna framställa ett och samma primtal) endast en samt samlar ihop de med hvarandra kongruenta formerna (sådana som kunna återgifva samma sammansatta tal) till en grupp. Sålunda erhållas en eller flere grupper af kvadr. divisorer, till hvarje grupp hörande en eller flere särskilda former. Består en grupp af en enda form, så är denna en i sitt slag ensam form. Hvarje grupp har sina gemensamma linjära divisorer. Man sammanställer t. ex. de kvadr. formerna $u^2 + 41v^2$, $2u^2 + 2uv + 21v^2$, $5u^2 + 6uv + 10v^2$, hvilka äro med hvarandra kongruenta eller bilda en grupp och höra till formen $x^2 + 41y^2$ med deras gemensamma linjära divisorer på följande sätt:

---

[1]) Vore näml. $2b > a$ och $a < c$, insätter man i formen $au^2 + 2buv + cv^2$ $u - mv$ i stället för u, hvarigenom erhålles den nya formen $au^2 + 2(b - am)uv + (c + am^2 - 2bm)v^2$. Man kan altid bestämma m så, att $b - am < b$. Denna transformation kan upprepas, om så behöfves, tils man slutligen kommer till en ny form, däri den mellersta koefficienten till sitt talvärde icke öfverstiger någondera af de yttre koefficienterna.

[2]) Benämnigen af kvadratisk divisor kommer däraf, att de tal (åtminstone primtal), som framställas af i fråga varande kvadr. former äro divisorer till de tal, som framställas af hufvudformen $x^2 + dy^2$.

u^2+41v^2 $2u^2+2uv+21v^2$ $5u^2+6uv+10v^2$	$164z+1$, 5, 9, 21, 25, 33, 37, 45, 49, 57, 61, 73, 77, 81, 105, 113, 121, 125, 133, 141.

De linjära divisorerna utsäga nu att hvarje tal, som framställes af hvilken form som hälst hörande till den grupp, hvartill de linjära divisorerna höra, är så beskaffadt, att, om detsamma divideras med $4d$, erhålles till rest någon af de till de linjära divisorerna hörande resterna. Omvändningen af denna sats är endast delvis sann. ***Hvarje primtal, som, modaleradt med 4d, ger ett af de till de linjära divisorerna hörande resterna, framställes nödvändigt af någon af de kvadratiska formerna, hörande till den grupp, hvartill jämväl de linjära divisorerna höra. Ett sammansatt tal, behandladt på samma sätt, framställes af en eller flere till gruppen hörande kvadr. former endast i den händelse, att enhvar af dess primfaktorer framställes af någon kvadr. form, hörande till den diskriminant som är i fråga.*** Så framställes primtalet $449=164\cdot2+121$ af formen $2u^2+2uv+21v^2$ $(2\cdot10^2+2\cdot10\cdot3+21\cdot3^2=449)$ och endast af denna form. Det sammansatta talet $469=7\cdot67=164\cdot2+141$ framställes såväl af formen u^2+41v^2 $(10^2+41\cdot3^2=469)$ som af $5u^2+6uv+10v^2$ $(5\cdot9^2+6\cdot9\cdot1+10\cdot1^2=469)$, emedan såväl 7 som 67 framställas af formen $6u^2+2uv+7v^2$ $(6\cdot3^2+2\cdot3\cdot1+7\cdot1^2=67)$. Vidare kan observeras att i dessa fall fås endast en lösning eller ett värdesystem på u och v. Däremot framställes $221=13\cdot17=164\cdot1+57$ icke af någon form i vår grupp, emedan hvarken 13 eller 17 återges af någon bland samtliga kvadr. divisorer:

u^2+41v^2 $2u^2+2uv+21v^2$ $5u^2+6uv+10v^2$	$3u^2+2uv+14v^2$ $6u^2+2uv+7v^2$	till formen x^2+41y^2.

Systemet af kvadr. och linjära divisorer till formen x^2+17y^2 eller, som man kort uttrycker sig, till diskriminanten 17 är:

$$\left.\begin{array}{l} u^2 + 17v^2 \\ 2u^2 + 2uv + 9v^2 \end{array}\right\} 68z + 1,\ 9,\ 13,\ 21,\ 25,\ 33,\ 49,\ 53;$$

$$3u^3 + 2uv + 6v^2 \} 68z + 3,\ 7,\ 11,\ 23,\ 27,\ 31,\ 39,\ 63.$$

Den senare formen är ensam i sitt slag. Talet $143 = 11 \cdot 13 = 68 \cdot 2 + 7$ framställes därför af densamma på två olika sätt: $143 = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot - 5 + 6 \cdot (-5)^2 = 3 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot - 2 + 6 \cdot (-2)^2$.

Undantag från den satsen att en kvadr. form framställer ett primtal endast på ett sätt, medan densamma kan framställa ett sammansatt tal på flere olika sätt, bilda de s. k. *bifida formerna*. Sådana äro formerna $au^2 + 2auv + cv^2$ [1]) och $au^2 + auv + cv^2$. Man har näml. $au^2 + 2auv + cv^2 = a(-u - 2v)^2 + 2a(-u - 2v)v + cv^2$ och $au^2 + auv + cv^2 = a(-u - v)^2 + a(-u - v)v + cv^2$. Gifva dessa former ett tal, enkelt eller sammansatt, för vissa värden på u och v, så framställa desamma samma tal jämväl, om i stället för u insättas resp. $-u - 2v$ och $-u - v$. Emedan dessa dubbla värden på u altid bero af hvarandra på samma sätt och dessutom icke kunna hjälpa till vid talens upplösande i faktorer, abstraherar man från desamma, hvarigenom i fråga varande sats blir allmängiltig. De bifida formerna äro af talrik förekomst, såsom af efterföljande tabeller synes.

Ehuru läran om kvadr. formers divisorer är ytterst rik på detaljer, tro vi likväl att den läsare, som icke förut sysslat med denna lära, likväl efter föregående anvisningar förstår tillkomsten af de tabeller, som vi skola bifoga till denna uppsats, ja, t. o. m. själf kan fortsätta dem, om han, såsom vi hoppas, blir intresserad af i fråga varande teori — något som altid brukar hända dem, som börja syssla med talteoretiska undersökningar. Dessa tabeller innehålla de en-

---

[1]) Denna form, däri mellersta koefficienten $2a$ är större än en den ena yttre koefficienten a, kan uppkomma när man vill transformera en form till en sådan, hvars andra yttre koefficient c är ett jämt tal.

samma kvadratiska och motsvarande linjära divisorerna till samtliga kvadratiska former, som hafva något af de i nämda förteckning upptagna talen till diskriminant, och till några former därutöfver. Vi skola efterst med några exempel visa deras användning.

Ensamma kvadratiska och linjära divisorer till kvadratiska former.

Kvadr. form	Ensamma kvadr. divisorer	Linjära divisorer
x^2+y^2	u^2+v^2	$4z+1$.
x^2+2y^2	u^2+2v^2	$8z+1$, 3.
x^2+3y^2	u^2+3v^2	$6z+1$.[1]
x^2+5y^2	u^2+5v^2 $2u^2+2uv+3v^2$	$20z+1$, 9; $20z+3$, 7.
x^2+6y^2	u^2+6v^2 $2u^2+3v^2$	$24z+1$, 7; $24z+5$, 11.
x^2+7y^2	u^2+7v^2	$14z+1$, 9, 11.
x^2+10y^2	u^2+10v^2 $2u^2+5v^2$	$40z+1$, 9, 11, 19; $40z+7$, 13, 23, 37.
x^2+11y^2	$u^2+uv+3v^2$	$22z+1$, 3, 5, 9, 15.
x^2+13y^2	u^2+13v^2 $2u^2+2uv+7v^2$	$52z+1$, 9, 17, 25, 29, 49; $52z+7$, 11, 15, 19, 31, 47.
x^2+14y^2	$3u^2+4uv+6v^2$	$56z+3$, 5, 13, 19, 27, 45.
x^2+15y^2	u^2+15v^2 $3u^2+5v^2$	$30z+1$, 19; $30z+17$, 23.
x^2+17y^2	$3u^2+2uv+6v^2$	$68z+3$, 7, 11, 23, 27, 31, 39, 63.
x^2+19y^2	$u^2+uv+5v^2$	$38z+1$, 5, 7, 9, 11, 17, 23, 25, 35.

---

[1]) *Legendre* modulerar kvadr. former med diskriminanten *d* af formen $4n+1$ med $2d$. I de tabeller som vi själfva uträknat hafva vi utan åtskilnad begagnat $4d$ som modul.

x^2+21y^2	u^2+21v^2	$84z+1, 25, 37;$
	$2u^2+2uv+11v^2$	$84z+11, 23, 71;$
	$5u^2+6uv+6v^2$	$84z+5, 17, 41;$
	$10u^2+6uv+3v^2$	$84z+19, 31, 55.$
x^2+22y^2	u^2+22v^2	$88z+1, 9, 15, 23, 25, 31, 47, 49, 71, 81;$
	$2u^2+11v^2$	$88z+13, 19, 21, 29, 35, 43, 51, 61, 83, 85.$
x^2+30y^2	u^2+30v^2	$120z+1, 31, 49, 79;$
	$2u^2+15v^2$	$120z+17, 23, 47, 113;$
	$5u^2+6v^2$	$120z+11, 29, 59, 101;$
	$10u^2+3v^2$	$120z+13, 37, 43, 67.$
x^2+33y^2	u^2+33v^2	$132z+1, 25, 37, 49, 97;$
	$2u^2+2uv+17v^2$	$132z+17, 29, 41, 65, 101;$
	$3u^2+6uv+14v^2$	$132z+23, 47, 59, 71, 119;$
	$6u^2+6uv+7v^2$	$132z+7, 19, 43, 79, 127.$
x^2+34y^2	$5u^2+8uv+10v^2$	$136z+5, 7, 23, 29, 31, 37, 39, 45, 61, 63, 71, 79, 95, 109, 125, 133.$
x^2+35y^2	$u^2+uv+9v^2$	$70z+1, 9, 11, 29, 39, 51;$
	$3u^2+uv+3v^2$	$70z+3, 13, 17, 27, 33, 47.$
x^2+37y^2	u^2+37v^2	$148z+1, 9, 21, 25, 33, 41, 49, 53, 65, 73, 77, 81, 85, 101, 121, 137, 141, 145;$
	$2u^2+2uv+19v^2$	$148z+15, 19, 23, 31, 35, 39, 43, 51, 55, 59, 79, 87, 91, 103, 119, 131, 135, 143.$
x^2+42y^2	u^2+42v^2	$168z+1, 25, 43, 67, 121, 163;$
	$2u^2+21v^2$	$168z+23, 29, 53, 71, 95, 149;$
	$3u^2+14v^2$	$168z+17, 41, 59, 83, 89, 131;$
	$6u^2+7v^2$	$168z+13, 31, 55, 61, 103, 157.$
x^2+43y^2	$u^2+uv+11v^2$	$86z+1, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 23, 25, 31, 35, 41, 47, 49, 53, 57, 59, 67, 79, 81, 83.$
x^2+46y^2	$5u^2+4uv+10v^2$	$184z+5, 11, 19, 21, 37, 43, 45, 51, 53, 61, 67, 83, 91, 99, 107, 109, 125, 149, 155, 157, 171, 181.$
x^2+51y^2	$u^2+uv+13v^2$	$102z+1, 13, 19, 25, 43, 49, 55, 67;$
	$3u^2+3uv+5v^2$	$102z+5, 11, 23, 29, 41, 65, 71, 95.$
x^2+55y^2	$7u^2+2uv+8v^2$	$110z+7, 13, 17, 43, 57, 63, 73, 83, 87, 107.$

x^2+57y^2	u^2+57v^2	$228z+$	1, 25, 49, 61, 73, 85, 121, 157, 169;
	$2u^2+2uv+29v^2$	$228z+$	29, 41, 53, 65, 89, 113, 173, 185, 221;
	$3u^2+6uv+22v^2$	$228z+$	31, 67, 79, 91, 103, 127, 151, 211, 223;
	$6u^2+6uv+11v^2$	$228z+$	11, 23, 35, 47, 83, 119, 131, 191, 215.
x^2+58y^2	u^2+58v^2	$232z+$	1, 9, 25, 33, 35, 49, 51, 57, 59, 65, 67, 81, 83, 91, 107, 115, 121, 123, 129, 139, 161, 169, 179, 187, 209, 219, 225, 227;
	$2u^2+29v^2$	$232z+$	15, 21, 31, 37, 39, 47, 55, 61, 69, 77, 79, 85, 95, 101, 119, 127, 133, 135, 143, 157, 159, 189, 191, 205, 213, 215, 221, 229.
x^2+65y^2	$3u^2+2uv+22v^2$	$260z+$	3, 23, 27, 43, 87, 103, 107, 127, 147, 183, 207, 243;
	$6u^2+2uv+11v^2$	$260z+$	11, 19, 31, 59, 71, 99, 111, 119, 151, 171, 219, 239.
x^2+66y^2	$5u^2+4uv+14v^2$	$264z+$	5, 23, 47, 53, 71, 119, 125, 191, 221, 245;
	$10u^2+4uv+7v^2$	$264z+$	7, 13, 61, 79, 85, 109, 127, 151, 175, 205.
x^2+67y^2	$u^2+uv+17v^2$	$134z+$	1, 9, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 29, 33, 35, 37, 39, 47, 49, 55, 59, 65, 71, 73, 77, 81, 83, 89, 91, 93, 103, 107, 121, 123, 127, 129, 131.
x^2+69y^2	$7u^2+2uv+10v^2$	$276z+$	7, 19, 43, 67, 79, 91, 103, 175, 199, 235, 247.
x^2+70y^2	u^2+70v^2	$280z+$	1, 9, 39, 71, 79, 81, 121, 151, 169, 191, 239, 249;
	$2u^2+35v^2$	$280z+$	37, 43, 53, 67, 93, 107, 123, 163, 197, 253, 267, 277;
	$5u^2+14v^2$	$280z+$	19, 59, 61, 69, 101, 131, 139, 171, 181, 229, 251, 269;
	$7u^2+10v^2$	$280z+$	17, 33, 47, 73, 87, 97, 103, 143, 153, 167, 223, 257.

$x^2 + 73y^2$	$7u^2 + 10uv + 14v^2$	$292z +$ 7, 11, 15, 31, 39, 43, 47, 51, 59, 63, 83, 87, 95, 99, 103, 107, 115, 131, 135, 139, 151, 159, 163, 167, 175, 179, 191, 199, 239, 247, 259, 263, 271, 275, 279, 287.
$x^2 + 77y^2$	$3u^2 + 2uv + 26v^2$	$308z^2 +$ 3, 27, 31, 47, 59, 75, 103, 111, 115, 119, 199, 223, 243, 251, 279;
	$6u^2 + 2uv + 13v^2$	$308z +$ 13, 17, 41, 61, 73, 101, 117, 129, 145, 153, 173, 241, 285, 293, 297.
$x^2 + 78y^2$	$u^2 + 78v^2$	$312z +$ 1, 25, 49, 55, 79, 103, 121, 127, 199, 217, 289, 295;
	$2u^2 + 39v^2$	$312z +$ 41, 47, 71, 89, 119, 137, 161, 167, 215, 239, 281, 305;
	$3u^2 + 26v^2$	$312z +$ 29, 35, 53, 77, 101, 107, 131, 155, 173, 179, 251, 269;
	$6u^2 + 13v^2$	$312z +$ 19, 37, 67, 85, 109, 115, 163, 187, 229, 253, 301, 307.
$x^2 + 82y^2$	$7u^2 + 8uv + 14v^2$	$328z +$ 7, 13, 15, 29, 47, 53, 55, 63, 69, 71, 79, 85, 93, 95, 101, 109, 111, 117, 135, 149, 151, 157, 167, 175, 181, 183, 191, 199, 229, 231, 239, 253, 261, 263, 293, 301, 309, 311, 317, 325.
$x^2 + 85y^2$	$u^2 + 85v^2$	$340z +$ 1, 9, 21, 49, 69, 81, 89, 101, 121, 149, 161, 169, 189, 229, 281, 321:
	$2u^2 + 2uv + 43v^2$	$340z +$ 43, 47, 67, 83, 87, 103, 123, 127, 183, 203, 223, 247, 263, 287, 307, 327;
	$5u^2 + 10uv + 22v^2$	$340z +$ 37, 57, 73, 97, 113, 133, 173, 177, 193, 197, 233, 277, 313, 317, 333, 337,
	$10u^2 + 10uv + 11v^2$	$340z +$ 11, 31, 39, 71, 79, 91, 99, 131, 139, 159, 199, 211, 231, 279, 299, 311.
$x^2 + 91y^2$	$u^2 + uv + 23v^2$	$182z +$ 1, 9, 23, 25, 29, 43, 51, 53, 79, 81, 95, 107, 113, 121, 127, 155, 165, 179;

	$5u^2+3uv+5v^2$	$182z+5$, 7, 19, 31, 33, 41, 45, 47, 59, 73, 83, 89, 97, 111, 125, 145, 167, 171.
x^2+93y^2	u^2+93v^2	$372z+1$, 25, 49, 97, 109, 121, 133. 157, 169, 193, 205, 253, 289, 349, 361;
	$2u^2+2uv+47v^2$	$372z+35$, 47, 59, 71, 95, 107, 131, 143, 191, 227, 287, 299, 311, 335, 359;
	$3u^2+6uv+34v^2$	$372z+43$, 55, 79, 91, 115, 127, 139, 151, 199, 223, 247, 259, 271, 331, 367;
	$6u^2+6uv+17v^2$	$372z+17$, 29, 53, 65, 77, 89, 137, 161, 185, 197, 209, 269, 305, 353, 365.
x^2+97y^2	$7u^2+2uv+14v^2$	$388z+7$, 15, 19, 23, 39, 51, 55, 59, 63, 67, 71, 83, 87, 107, 111, 123, 127, 131, 135, 139, 143, 155, 171, 175, 179, 187, 199, 207, 211, 215, 223, 231, 235, 239, 251, 263, 271, 311, 319, 331, 343, 347, 351, 359, 367, 371, 375, 383.
x^2+102y^2	u^2+102v^2	$408z+1$, 25, 49, 55, 103, 121, 127, 145, 151, 169, 217, 223, 247, 271, 319, 361;
	$2u^2+51v^2$	$408z+35$, 53, 59, 77, 83, 101, 149, 155, 179, 203, 251, 293, 341, 365, 389, 395;
	$3u^2+34v^2$	$408z+37$, 61, 91, 109, 133, 139, 163, 181, 211, 235, 277, 283, 301, 379, 397, 403;
	$6u^2+17v^2$	$408z+23$, 41, 65, 71, 95, 113, 143, 167, 209, 215, 233, 311, 329, 335, 377, 401.
x^2+105y^2	u^2+105v^2	$420z+1$, 109, 121, 169, 289, 361;
	$2u^2+2uv+53v^2$	$420z+53$, 113, 137, 197, 233, 317;
	$3u^2+6uv+38v^2$	$420z+47$, 83, 143, 167, 227, 383;
	$5u^2+10uv+26v^2$	$420z+41$, 89, 101, 209, 269, 341;
	$6u^2+6uv+19v^2$	$420z+19$, 31, 139, 199, 271, 391;
	$7u^2+14uv+22v^2$	$420z+43$, 67, 127, 163, 247, 403;

	$10u^2 + 10uv + 13v^2$ $11u^2 + 8uv + 11v^2$	$420z +$ 13, 73, 97, 157, 313, 397; $420z +$ 11, 71, 179, 191, 239, 359.
$x^2 + 114y^2$	$10^2 + 8uv + 43v^2$	$456z +$ 13, 31, 37, 79, 103, 109, 127, 151. 181, 205, 223, 295, 319, 325, 373, 421, 439, 445.
$x^2 + 123y^2$	$3u^2 + 3uv + 11v^2$	$492z +$ 11, 17, 29, 35, 47, 53, 65, 71, 89, 95, 101, 137, 149, 161, 167, 179, 191, 227, 233, 239, 257, 263, 275, 281, 293, 299, 311, 317, 335, 341, 347, 383, 395, 407, 413, 425, 437, 473, 479, 485.
$x^2 + 130y^2$	$u^2 + 130v^2$ $2u^2 + 65v^2$ $5u^2 + 26v^2$ $10u^2 + 13v^2$	$520z +$ 1, 9, 49, 51, 81, 121, 129, 131, 139, 179, 209, 211, 251, 259, 289, 321, 329, 339, 361, 419, 441, 451, 459, 491; $520z +$ 33, 57, 67, 73, 83, 97, 123, 137, 163, 177, 187, 193, 203, 227, 267, 297, 307, 323, 353, 427, 457, 473, 483, 513; $520z +$ 21, 31, 71, 109, 111, 119, 141, 149, 151, 189, 229, 239, 271, 279, 301, 319, 349, 359, 421, 431, 461, 479, 501, 509; $520z +$ 23, 53, 77, 87, 103, 127, 133, 157, 173, 183, 207, 237, 263, 287, 303, 367, 373, 407, 413, 437, 477, 493, 503, 517.
$x^2 + 133y^2$	$u^2 + 133v^2$ $7u^2 + 19v^2$ $2u^2 + 2uv + 67v^2$	$532z +$ 1, 9, 25, 81, 85, 93, 121, 137, 149, 169, 177, 197, 225, 233, 253, 277, 289, 305, 309, 365, 389 429, 457, 473, 501, 505, 529; $532z +$ 47, 55, 83, 87, 111, 115, 131, 139, 159, 187, 195, 199, 215, 251, 271, 283, 311, 327, 339, 367, 391, 419, 423, 467, 479, 495, 503; $532z +$ 15, 51, 67, 71, 79, 107, 127, 135, 151, 155, 179, 183, 211, 219, 257, 295, 303, 319, 331,

			375, 379, 407, 431, 459, 487, 515, 527;
	$13u^2+12uv+13v^2$	$532z+$	13, 33, 41, 69, 89, 97, 117, 129, 145, 173, 181, 185, 241, 265, 269, 293, 297, 325, 341, 369, 409, 433, 471, 489, 493, 509, 521.
x^2+141y^2	$5u^2+4uv+29v^2$	$564z+$	5, 29, 41, 77, 113, 125, 137, 161, 185, 221, 233, 245, 257, 281, 293, 305, 317, 389, 449, 461, 485, 509, 557;
	$10u^2+6uv+15v^2$	$564z+$	19, 31, 43, 67, 91, 127, 139, 151, 163, 187, 199, 211, 223, 295, 355, 367, 391, 415, 463, 475, 499, 511, 547.
x^2+154y^2	$5u^2+2uv+31v^2$	$616z+$	5, 31, 45, 47, 69, 103. 111, 125, 157, 159, 181, 199, 213, 223, 229, 269, 279, 311, 335, 367, 383, 397, 405, 423, 493, 509, 551, 559, 565, 573;
	$10u^2+8uv+17v^2$	$616z+$	17, 19, 41, 73, 83, 129, 131, 139, 145, 153, 171. 195, 227, 241, 283, 299, 307, 321, 369, 395, 409, 425, 475, 481, 523, 545, 563, 579, 593, 601.
x^2+157y^2	u^2+157v^2	$628z+$	1, 9, 13, 17, 25, 33, 37, 49, 57, 81, 89. 93, 101, 105, 109, 113, 117, 121, 141, 145, 153, 161, 169, 173, 193, 197, 201, 205, 209, 213, 221, 225, 233, 257, 265, 277, 281, 289, 297, 301, 305, 313, 317, 325, 333, 341, 345, 349, 353, 361, 365, 381, 385, 389, 413, 425, 429, 441, 457, 461, 481, 485, 501, 513, 517, 529, 553, 557, 561, 577, 581, 589, 593, 597, 601, 609, 617, 625.
x^2+163y^2	$u^2+uv+41v^2$	$652z+$	1, 9. 15, 21, 25, 33, 35, 39, 41, 43, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 61, 65, 69, 71, 77, 81, 83, 85,

		87, 91, 93, 95, 97, 111, 113, 115, 119, 121, 131, 133, 135, 143, 145, 151, 155, 161, 167, 169, 173, 177, 179, 185, 187, 189, 197, 199, 201, 203, 209, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 237, 247, 251, 253, 259, 263, 267, 281, 289, 295, 297, 299, 303, 307, 309, 313, 315, 319, 321, 323, 327, 335, 341, 347, 351, 359, 361, 365, 367, 369, 373, 375, 377, 379, 381, 383, 387, 391, 395, 397, 403, 407, 409, 411, 413, 417, 419, 421, 423, 437, 439, 441, 445, 447, 457, 459, 461, 469, 471, 477, 481, 487, 493, 495, 499, 503, 505, 511, 513, 515, 523, 525, 527, 529, 535, 543, 545, 547, 549, 551, 553, 563, 573, 577, 579, 585, 589, 593, 607, 615, 621, 623, 625, 629, 633, 635, 639, 641, 645, 647, 649.
x^2+165y^2	u^2+165v^2	$660z+1$, 49, 169, 181, 229, 289, 301, 361, 421, 529:
	$3u^2+55v^2$	$660z+67$, 103, 163, 223, 247, 367, 427, 463, 487, 643;
	$5u^2+33v^2$	$660z+53$, 113, 137, 257, 317, 353, 377, 533, 617, 653;
	$11u^2+15v^2$	$660z+59$, 71, 119, 179, 191, 251, 311, 419, 551, 599;
	$2u^2+2uv+83v^2$	$660z+83$, 107, 167, 227, 263, 347, 503, 527, 563, 623;
	$6u^2+6uv+29v^2$	$660z+29$, 41, 101, 149, 161, 281, 329, 461, 569, 629;
	$10u^2+10uv+19v^2$	$660z+19$, 79, 139, 151, 211, 271, 259, 391, 439, 571;
	$13u^2+14uv+13v^2$	$660z+14$, 73, 193, 217, 277, 337, 373, 457, 613, 637.
x^2+177y^2	u^2+177v^2	$708z+1$, 25, 49, 85, 121, 133, 145, 169, 181, 193, 205, 241, 253, 265, 277, 289, 361, 373, 433,

			481, 493, 517, 529, 553, 577, 625, 661, 685, 697;
	$3u^2+59v^2$	$708z+$	35, 71, 95, 107, 119, 143, 167, 203, 239, 251, 263, 287, 299, 311, 323, 359, 371, 383, 395, 407, 479, 491, 551, 599, 611, 635, 647, 671, 695;
	$2u^2+2uv+89v^2$	$708z+$	65, 77, 89, 101, 113, 149, 161, 173, 185, 209, 221, 233, 269, 305, 329, 353, 365, 377, 401, 437, 485, 509, 533, 545, 569, 581, 629, 689, 701;
	$6u^2+6uv+31v^2$	$708z+$	31, 43, 55, 67, 91, 103, 115, 151, 187, 211, 235, 247, 259, 283, 319, 367, 391, 415. 427, 451, 463, 511, 571, 583, 655, 667, 679, 691, 703.
x^2+190y^2	u^2+190v^2	$760z+$	1, 9, 39, 49, 81, 111, 119, 121, 159, 161, 169, 191, 199, 201, 239, 271, 289, 311, 321, 329, 351, 359, 391, 441, 479, 481, 511, 519, 529, 609, 631, 671, 681, 689, 719, 729;
	$2u^2+95v^2$	$760z+$	33, 97, 103, 113, 127, 143, 167, 183, 193, 217, 223, 257, 287, 297, 303, 337, 383, 393, 407, 417, 433, 447, 487, 497, 527, 553, 583, 607, 623, 673, 687, 697, 713, 737, 743, 753;
	$5u^2+38v^2$	$760z+$	43, 77, 83, 93, 123, 157, 163, 187, 197, 213, 237, 253, 267, 277, 283, 347, 387, 397, 403, 427, 443, 453, 467, 517, 533, 557, 587, 613, 643, 653, 693, 707, 723, 733, 747, 757;
	$10u^2+19v^2$	$760z+$	21, 29, 51, 59, 69, 91, 109, 141, 179, 181, 189, 211, 219, 221, 259, 261, 269, 331, 341, 371, 379, 399, 411, 421, 451, 459, 469, 509, 531, 611, 621, 629, 659, 661, 739, 749.

x^2+193y^2	$11u^2+8uv+19v^2$	$772z+11$, 15, 19, 35, 39, 47, 51, 71, 79, 87, 91, 99, 103, 111, 115, 119, 123, 127, 135, 155, 159, 163, 167, 171, 183, 203, 215, 219, 223, 227, 231, 251, 259, 263, 267, 271, 275, 283, 287, 295, 299, 307, 315, 335, 339, 347, 351, 367, 371, 375, 391, 399, 403, 415, 419, 423, 427, 431, 439, 443, 447, 459, 463, 475, 491, 499, 503, 511, 519, 535, 539, 559, 579, 599, 619, 623, 631, 639, 647, 655, 659, 667, 683, 695, 699, 711, 715, 719, 727, 731, 735, 739, 743, 755, 759, 767.
x^2+205y^2	$11u^2+4uv+19v^2$	$820z+11$, 19, 71, 79, 99, 111, 151, 171, 179, 191, 199, 211, 219, 231, 239, 259, 299, 311, 331, 339, 391, 399, 439, 479, 499, 511, 519, 539, 559, 571, 591, 639, 659, 671, 691, 711, 719, 731, 751, 791;
	$13u^2+8uv+17v^2$	$820z+13$, 17, 53, 93, 97, 117, 137, 153, 157, 177, 193, 217, 233, 253, 257, 273, 293, 313, 317, 357, 393, 397, 413, 417, 437, 457, 473, 477, 557, 577, 593, 637, 653, 673, 753, 757, 773, 793, 813, 817.
x^2+210y^2	u^2+210v^2	$840z+1$, 121, 169, 211, 289, 331, 361, 379, 499, 529, 571, 739;
	$2u^2+105v^2$	$840z+107$, 113, 137, 233, 323, 347, 443, 473, 617, 683, 737, 827;
	$3u^2+70v^2$	$840z+73$, 97, 187, 283, 307, 313, 433, 523, 577, 643, 787, 817;
	$5u^2+42v^2$	$840z+47$, 143, 167, 173, 293, 383, 437, 503, 647, 677, 773, 797;
	$6u^2+35v^2$	$840z+41$, 59, 89, 131, 209, 251, 299, 419, 521, 689, 731, 761;
	$7u^2+30v^2$	$840z+37$, 127, 247, 253, 277, 373, 463, 487, 583, 613, 757, 823;

	$10u^2+21v^2$	$840z+31, 61, 181, 199, 229, 271, 349, 391, 439, 559, 661, 829;$
	$14u^2+15v^2$	$840z+29, 71, 149, 191, 221, 239, 359, 389, 431, 599, 701, 821.$
x^2+235y^2	$5u^2+5uv+13v^2$	$940z+13, 23, 33, 43, 47, 57, 67, 73, 77, 87, 93, 107, 113, 117, 123, 127, 133, 137, 163, 167, 187, 193, 203, 207, 217, 223, 227, 233, 257, 273, 287, 293, 297, 313, 317, 323, 327, 367, 373, 387, 407, 417, 433, 443, 453, 463, 467, 483, 493, 503, 513, 527, 537, 543, 547, 557, 563, 577, 583, 587, 593, 603, 607, 633, 637, 657, 663, 673, 677, 687, 693, 697, 703, 727, 743, 757, 763, 767, 783, 787, 793, 797, 837, 843, 857, 877, 887, 903, 913, 923, 933. 937.$
x^2+273y^2	u^2+237v^2	$1092z+1, 25, 121, 205, 277, 289, 337, 361, 373, 477, 529, 625, 673, 757, 781, 841, 949, 961;$
	$3u^2+91v^2$	$1092z+55, 103, 139, 199, 283, 355, 367, 391, 439, 451, 523, 607, 703, 727, 859, 979, 1039, 1063;$
	$7u^2+39v^2$	$1092z+67, 151, 163, 319, 331, 379, 463, 487, 499, 583, 631, 655, 739, 799, 967, 1003, 1051, 1087;$
	$13u^2+21v^2$	$1092z+73, 97, 145, 229, 241, 265, 349, 397, 409, 565, 577, 661, 733, 769, 817, 853, 1021, 1081;$
	$2u^2+2uv+137v^2$	$1092z+137, 149, 197, 281, 305, 317, 401, 449, 473, 557, 617, 785, 821, 869, 905, 977, 1061, 1073;$
	$6u^2+6uv+47v^2$	$1092z+47, 59, 83, 119, 145, 167, 215, 227, 383, 387, 395, 479, 587, 641, 839, 907, 983, 1007;$
	$14u^2+14uv+23v^2$	$1092z+23, 95, 107, 155, 179, 191, 263, 347, 407, 443, 575, 599, 627, 659, 779, 911, 935, 1031;$

	$17u^2+8uv+17v^2$	$1092z+$ 17, 101, 173, 185, 209, 257, 269, 341, 397, 425, 521, 545, 565, 677, 797, 845, 857, 881.
x^2+330y^2	u^2+330v^2	$1320z+$ 1, 49, 91, 169, 289, 331, 361, 379, 499, 529, 619, 691, 841, 859, 889, 961, 1081, 1171, 1219, 1291;
	$2u^2+165v^2$	$1320z+$ 167, 173, 197, 263, 293, 413, 437, 503, 527, 557, 623, 677, 743, 767, 887, 893, 1007, 1147, 1157, 1223;
	$3u^2+110v^2$	$1320z+$ 113, 137, 203, 257, 323, 353, 377, 443, 467, 583, 587, 617, 707, 713, 947, 977, 1043, 1193, 1307, 1313;
	$5u^2+66v^2$	$1320z+$ 71, 119, 191, 221, 269, 311, 389, 509, 551, 581, 599, 719, 749, 839, 911, 1061, 1079, 1109, 1181, 1301;
	$6u^2+55v^2$	$1320z+$ 61, 79, 109, 151, 271, 349, 391, 439, 469, 541, 589, 679, 799, 871, 901, 919, 1069, 1141, 1231, 1261;
	$10u^2+33v^2$	$1320z+$ 43, 73, 193, 217, 283, 307, 337, 403, 457, 523, 547, 667, 673, 787, 937, 1003, 1033, 1267, 1273, 1297;
	$11u^2+30v^2$	$1320z+$ 41, 131, 161, 279, 281, 329, 371, 491, 569, 611, 659, 689, 761, 809, 899, 1019, 1091, 1121, 1139, 1289;
	$15u^2+22v^2$	$1320z+$ 37, 103, 133, 157, 223, 247, 367, 397, 463, 487, 493, 727, 757, 823, 973, 1087, 1093, 1213, 1237, 1303.
x^2+345y^2	u^2+345v^2	$1380z+$ 1, 49, 121, 169, 289, 301, 349, 361, 409, 469, 541, 601, 721, 829, 841, 901, 949, 961, 1021, 1129, 1189, 1369;
	$3u^2+115v^2$	$1380z+$ 127, 163, 187, 223, 307, 403, 427, 463, 487, 547, 583, 607, 703, 763, 823, 883, 967, 1087, 1243, 1267, 1327, 1363;

	$5u^2+69v^2$	$1380z+$	89, 149, 221, 281, 329, 341, 389, 401, 521, 569, 641, 689, 701, 881, 941, 1049, 1109, 1121, 1169, 1229, 1241, 1349;
	$15u^2+23v^2$	$1380z+$	83, 107, 143, 203, 227, 263, 287, 383, 467, 503, 527, 563, 707, 743, 803, 827, 983, 1103, 1187, 1247, 1307, 1367;
	$2u^2+2uv+173v^2$	$1380z+$	77, 173, 197, 233, 257, 317, 353, 377, 437, 533, 593, 653, 737, 857, 1013, 1037, 1097, 1133, 1277, 1313, 1337, 1373;
	$6u^2+6uv+59v^2$	$1380z+$	59, 71, 119, 131, 179, 239, 299, 311, 491, 599, 611, 671, 719, 731, 791, 899, 959, 1139, 1151, 1199, 1271, 1319;
	$10u^2+10uv+37v^2$	$1380z+$	37, 97, 157, 217, 253, 337, 373, 433, 457, 493, 517, 613, 697, 733, 757, 937, 973, 1033, 1057, 1137, 1213, 1333;
	$19u^2+8uv+19v^2$	$1380z+$	19, 79, 91, 199, 319, 379, 451, 511, 559, 571, 619, 631, 751, 799, 871, 919, 931, 1111, 1171, 1279, 1339, 1351.
x^1+357y^2	u^2+357v^2	$1428z+$	1, 25, 121, 169, 205, 253, 361, 373, 421, 457, 529, 613, 625, 757, 781, 841, 865, 961, 1033, 1045, 1177, 1345, 1369, 1381;
	$3u^2+119v^2$	$1428z+$	131, 143, 167, 215, 227, 299, 311, 335, 419, 479, 503, 551, 635, 719, 755, 839, 887, 923, 983, 1091, 1151, 1235, 1319, 1391;
	$7u^2+51v^2$	$1428z+$	79, 163, 211, 235, 295, 379, 403, 415, 487, 499, 547, 571, 583, 751, 823, 907, 991, 1051, 1159, 1219, 1255, 1303, 1387, 1423;
	$17u^2+21v^2$	$1428z+$	89, 101, 185, 257, 285, 293, 341, 353, 461, 509, 545, 593, 689, 761, 773, 797, 965, 1097, 1109, 1181, 1277, 1301, 1361, 1385;

	$2u^2 + 2uv + 179v^2$	$1428z +$ 155, 179, 191, 239, 263, 359, 407, 443, 491, 599, 611, 659, 767, 795, 851, 863, 995, 1019, 1079, 1103, 1199, 1271, 1283, 1415;
	$6u^2 + 6uv + 61v^2$	$1428z +$ 61, 73, 97, 181, 241, 265, 313, 385, 397, 481, 517, 601, 649, 685, 853, 913, 997, 1081, 1153, 1321, 1333, 1357, 1405, 1417;
	$14u^2 + 14uv + 29v^2$	$1428z +$ 29, 57, 65, 113, 197, 233, 317, 401, 449, 473, 533, 617, 653, 725, 737, 785, 809, 821, 989, 1061, 1145, 1229, 1289, 1397;
	$19u^2 + 4uv + 19v^2$	$1428z +$ 19, 55, 103 115, 223, 271, 307, 355, 451, 475, 523, 535, 559, 727, 859, 871, 943, 1039, 1063, 1123, 1147, 1279, 1291, 1375.
$x^2 + 385y^2$	$u^2 + 385v^2$	$1540z +$ 1, 9, 81, 141, 169, 221, 289, 309, 361, 389, 401, 421, 449, 529, 641, 669, 709, 729, 841, 949, 961, 1061, 1149, 1241, 1269, 1281, 1369, 1401, 1409, 1521;
	$5u^2 + 77v^2$	$1540z +$ 97, 157, 213, 257, 313, 353, 377, 397, 417, 433, 493, 537, 573, 577, 713, 773, 797, 817, 873, 993, 1013, 1137, 1153, 1193, 1237, 1277, 1357, 1413, 1433, 1497;
	$7u^2 + 55v^2$	$1540z +$ 83, 87, 167, 227, 283, 307, 327, 447, 503, 523, 563, 607, 703, 747, 783, 787, 843, 887, 923, 943, 1007, 1063, 1207, 1223, 1363, 1403, 1427, 1447, 1487, 1503,
	$11u^2 + 35v^2$	$1540z +$ 39, 51, 79, 151, 211, 219 239, 351, 359, 431, 459, 491, 519, 571, 611, 659, 711, 739, 799, 879, 919, 1019, 1031, 1051, 1271, 1311, 1339, 1359, 1451, 1471;

	$2u^2+2uv+193v^2$	$1540z+$ 57, 193, 197, 233, 277, 337, 373, 393, 417, 457, 513, 557, 613, 673, 813, 877, 893, 897, 953, 1033, 1073, 1117, 1157, 1173, 1297, 1317, 1437, 1493, 1513, 1537;
	$10u^2+10uv+41v^2$	$1540z+$ 41, 61, 101, 129, 241, 321, 349, 369, 381, 409, 461, 481, 549, 601, 629, 689, 761, 769, 789, 901, 909, 941, 1041, 1069, 1161, 1209, 1221, 1249, 1361, 1469;
	$14u^2+14uv+31v^2$	$1540z+$ 31, 59, 111, 159, 199, 251, 279, 311, 339, 411, 419, 531, 551, 559, 619, 691, 719, 731, 839, 859, 951, 971, 999, 1039, 1259, 1279, 1291, 1391, 1431, 1511;
	$22u^2+22uv+23v^2$	$1540z+$ 23, 67, 163, 207, 247, 257, 267, 323, 463, 487, 543, 603, 683, 687, 807, 823, 883, 907, 947, 1087, 1103, 1247, 1303, 1357, 1367, 1387, 1423, 1467, 1523, 1527.

Förrän man i allmänhet medels en artificiell metod söker upplösa ett tal i faktorer, är det rådligt att undersöka om ej något af talen 7, 11, 13, 17, 19 innehålles i talet; ty man kan medels en faktorstabell uppvisa att hvart 5:te à 6:te, med 2, 3 och 5 icke delbart tal kan divideras med något af de först nämda talen. Sedan en sådan faktor, om den ingår i talet, blifvit bortdividerad, dividerar man det återstående talet, om dess natur af att vara enkelt eller sammansatt icke på ett enkelt sätt kan upptäckas, med $4d$, godtyckligt taget i ofvanstående tabeller. Fås då en rest, som förekommer bland motsvarande linjära divisorer, har man funnit för talet en kvadratisk form, hvilken, löst på sätt som i det föregående blifvit omständligt visadt, fram-

ställer talet på ett enda sätt, hvilket då är ett primtal, eller på flere sätt. I senare händelse är talet sammansatt och dess faktorer kunna medels de erhållna olika lösningarna finnas. Om samma form icke framställer talet, är detta väl sammansatt, ehuru i fråga varande form icke förhjälper till faktorernas finnande, hvarför en annan form måste uppsökas. Då de i föregående tabeller upptagna diskriminanter äro jämförelsevis små tal, erfordrar lösandet af de ekvationer, hvartill de föranleda, då det till undersökning förelagda talet är någorlunda stort, ett stort antal försök, hvilka göra metoden tämligen opraktisk. Försökens antal kan likväl reduceras till huru litet antal som hälst, om man använder modulation med ett tillräckligt stort antal tal 3, 4, 5, 6, 7 · · · Men då äfven denna operation vid stora tal blir lång och tidsödande, är det rådligt att göra bruk af de stora diskriminanter, som erhållas genom kvadratrotens utdragande, ehuru man därvid ofta löper risk att få en diskriminant, hvilken icke ger någon upplysning om talets natur (hvilket, som bekant, altid inträffar, när den erhållna formen endast på ett enda sätt framställer talet). Därför är det önskligt att en någorlunda stor samling af stora diskriminanter, hörande till ensamma former, hopbringas, medels hvilka jämväl stora tal kunna med jämförelsevis måttlig möda behandlas. Tabeller af antydd beskaffenhet hafva ett mångsidigt bruk i talteorin, hvarför ofvanstående tabeller med sina små diskriminanter äro likväl högst nyttiga. En för alla händelser praktisk metod för tals upplösande i faktorer beror på ett annat bruk, än det ofvan beskrifna, af linjära divisorstabeller. För att höja deras användbarhet, hafva vi fortsatt dem från $d = 101$ (hvartill de blifvit uträknade af *Lagrange* och *Legendre*) ända till 211. Dessa tabeller skola i sinom tid publiceras.

Till slut skola vi sätta ett antal tal under ensamma kvadratiska former. Medels ofvanstående tabeller finner man att $109719 = 11u^2 + 4uv + 19v^2$ (diskrim. $= 205$) $= 11u^2 + 8uv + 19v^2$ (193) $= 10u^2 + 19v^2$ (190) $= 10u^2 + 10uv + 19v^2$ (165) o. s. v. $133631 = 14u^2 + 15v^2$ (210) $= 11u^2 +$

$4uv + 19v^2$ (205) $= u^2 + 190v^2$, o. s. v. $571511 = 11u^2 + 8uv + 19v^2$ (193) $= u^2 + uv + 41v^2$ (163) $= 5u^2 + 26v^2$ (130) $= 3u^2 + 3uv + 11v^2$ (123) $= 5u^2 + 3uv + 5v^2$ (91) $= 10u^2 + 10uv + 11v^2$ (85) $= 2u^2 + 39v^2$, o. s. v. Vi skola af dessa behandla t. ex. likheten $133631 = u^2 + 190v^2$; $u^2 = 133631 - 190v^2$, $v = 0, 1, 2, 3 \cdots \sqrt{\frac{133631}{120}} = 27$. För att icke behöfva pröfva alla tal emellan 0—27, hvilket skulle nog bekvämt låta sig göra medels differensräkning, modulera vi expressionen $133631 - 190v^2$ med några tal, t. ex. med 3, 4, 7 och 11. Moduleringen med 7 t. ex. utföres på följande sätt: $133631 - 190v^2 = 7m + 1 - (7u + 1)(7k + 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)^2 =$ (när alla multipler af 7 bortkastas) $1 - (0, 1, 4, 2, 2, 4, 1) = 1, 0, 4, 6, 6, 4, 0$. Enär alla kvadrater, modulerade med 7, gifva till rester endast 0, 1, 2, 4, ses att endast tal af formerna $7k + 0, 1, 2, 5, 6$ behöfva pröfvas. Genom modulation med samtliga talen 3, 4, 7 och 11 finnes att af de 28 talen 0—27 endast 1, 5, 19 och 23 kunna komma i fråga. Man finner att af dessa fyra tal endast 5 ger en lösning, hvilken utgöres af $u = 359$ och $v = 5$. Emedan $u^2 + 190v^2$ är en ensam kvadr. form och endast på ett sätt framställer talet 133631, sluta vi häraf med säkerhet att detsamma är ett primtal. — Likheten $571511 = u^2 + uv + 41v^2$ förvandlas genom multiplikation med 4 till $2286044 = (2u + v)^2 + 163v^2 = z^2 + 163v^2$, $z^2 = 2286044 - 163v^2$, $v = 0, 1, 2, \cdots 119$. Moduleras expressionen $2286044 - 163v^2$ med 3, 5, 7 och 11, finner man att v endast kan vara af formerna $3k + 1, 2$; $5k + 0, 1, 4$; $7k + 1, 2, 5, 6$, hvarför antalet tal, som böra pröfvas, belöper sig till $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{11} \cdot 119 = 14$ stycken. Dessa äro 1, 19, 29, 34, 40, 41, 59, 65, 76, 89, 100, 106. Modulerar man ytterligare med 17, finner man att endast de som äro af formerna $17k + 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14$ komma i fråga, hvarför följande tal återstå att pröfva: 29, 40, 59, 65, 76, 89, 106. Men intet af dessa tal löser likheten $z^2 = 2286044 - 163v^2$, hvaraf vi med säkerhet sluta att vårt ursprungligen gifna tal 571511 är sammansatt tal, hvars faktorer icke framställas af någon

kvadr. form med diskriminanten 163. Men vi skola söka lösa likheten $571511 = 10u^2 + 10uv + 11v^2$. I stället för att genom multiplikation med 10 förvandla denna till hufvudformen $u^2 + 85v^2$,[1]) lösa vi densamma i afseende på u, hvarigenom fås $u = \frac{-v \pm \sqrt{\frac{1143022 - 17v^2}{5}}}{2}$. För att expressionen under rotmärket skall blifva helt tal, måste v vara något af talen 1, 9, 11, 19, 21 ⋯ 259, d. v. s. slutas med siffran 1 eller 9. Moduleras nämda expression med

---

[1]) Om $A = mu^2 + nv^2 = mu'^2 + nv'^2$, kan man, utan att, såsom i det föregående skett, genom multiplikation med m öfvergå till likheten $mA = (mu)^2 + mnv^2 = u'^2 + dv^2$, finna faktorerna till A antingen på det af oss i noten sid. 9 angifna eller ock på följande af *Legendre* föreslagna sätt. Man har $\frac{u^2 - u'^2}{n} = \frac{v'^2 - v^2}{m}$ eller $\frac{(u + u')(u - u')}{n} = \frac{(v' + v)(v' - v)}{m}$. För att göra synligt det allmännaste fallet att n har en faktor gemensam med $u + u'$ och en annan faktor gemensam med $u - u'$, något som äfven gäller m i afseende på $v' + v$ och $v' - v$, samt att $u + u'$ och $v - v'$ kunna ha faktorer gemensamma med $v' + v$ och $v' - v$, sätta vi $n = \alpha\beta$, $m = \gamma\delta$ samt

$$u + u' = \alpha MP,\quad v' + v = \gamma MQ$$
$$u - u' = \beta NQ,\quad v' - v = \delta NP$$
$$\therefore\quad u = \tfrac{1}{2}(\alpha MP + \beta NQ),\quad u' = \tfrac{1}{2}(\alpha MP - \beta NQ),$$
$$v = \tfrac{1}{2}(\gamma MQ - \delta NP),\quad v' = \tfrac{1}{2}(\gamma MQ + \delta NP).$$

Med dessa värden på u, v, u', v' erhålles öfverensstämmande

$$4A = (\alpha\gamma M^2 + \beta\delta N^2)(\alpha\delta P^2 + \beta\gamma Q^2)$$

eller $4A$ och således äfven A upplöst i två faktorer.

För fullständighetens skuld skola vi anföra motsvarande formler för den trinomiska formen $au^2 + 2buv + cv^2$. Om $A = a\alpha^2 + 2b\alpha\gamma + c\gamma^2$, kan man genom den linjära transformationen $u = \alpha u' + \beta v'$, $v = \gamma u' + \delta v'$, däri β och δ böra bestämmas så att $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, transformera i fråga varande form till $Au'^2 + 2Bu'v' + Cv'^2$. Vi kunna då sätta $A = Au^2 + 2Buv + Cv^2$, hvilken likhet satisfieras af $u = \pm 1$ och $v = 0$. Men om denna likhet satisfieras ytterligare af ett annat system värden på u och

afseende på dess kvadratiskhet med talen 3, 7 [1]) och 11, blifva af denna talföljd kvar följande: 11, 29, 49, 59, 71, 139, 161, 169, 181, 209, 259. Denna serie reduceras genom utgallring med 13 till 11, 29, 49, 181, 209, 259. Härur finnas följande lösningar:

$$\left.\begin{matrix} u = 37\ (-246,\ \text{bifid rot}) \\ v = 209 \end{matrix}\right\}\ \text{och}\ \left.\begin{matrix} u' = -118\ (-141,\ \text{b. r.}) \\ v' = 259 \end{matrix}\right\}.$$

Medels dessa erhålles för likheten $10A = (10u + 5v)^2 + 85v^2 = z^2 + 85v^2$ lösningarna $\left.\begin{matrix} z = 1415 \\ v = 209 \end{matrix}\right\}$ och $\left.\begin{matrix} z' = 115 \\ v' = 259 \end{matrix}\right\}$, hvilka gifva $40A = (17 \cdot 5^2 + 5 \cdot 26^2)(17 \cdot 18^2 + 5 \cdot 10^2) = 3805 \cdot 6008$ och slutligen $A = 571511 = 761 \cdot 151$. Likheten $571511 = u^2 + 1486v^2$, däri $1486 = 571511 - (E\sqrt{571511})^2$, tillåter jämväl två lösningar: $\left.\begin{matrix} u = 755 \\ v = 1 \end{matrix}\right\}$ och $\left.\begin{matrix} u' = 731 \\ v' = 54 \end{matrix}\right\}$, och lämnar sålunda den enklaste lösningen af uppgiften i fråga. —

---

v, än de anförda, fås A upplöst i faktorer på följande sätt. Man har $A^2 = (Au + Bv)^2 + dv^2$ eller $A^2 - (Au + Bv)^2 = dv^2 = mnv^2$. Sätter man nu

$$A + Au + Bv = mM,$$
$$A - Au - Bv = nN,$$

blir $MN = v^2$, hvilken likhet satisfieras af $M = \lambda\mu^2$, $N = \lambda\nu^2$ och $v = \lambda\mu\nu$ (μ och ν relat. primtal). De ofvanstående två likheterna gifva då

$$2A = \lambda(m\mu^2 + n\nu^2)$$

och således $2A$ och följaktligen också A upplöst i två faktorer: λ och $m\mu^2 + n\nu^2$. (*Legendre, Théor. d. Nombr.*, t. I, pp. 315—320.)

[1]) Modulationen t. ex. med detta tal sker på följande sätt: man sätter $1143022 - 17v^2 = 5k^2$, hvilken likhet, modulerad med 7, gifver $7m + 6 - (7n + 3)(7k + 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)^2 = 5(7l + 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)^2$, hvaraf, sedan kvadreringarna värkstälts samt öfveralt multiplerna af 7 bortlämnats, erhålles $6 - 3(0, 1, 4, 2, 2, 4) = 5(0, 1, 4, 2, 2, 4, 1)$; 6, 3, 1, 0, 0, 1, 3 = 0, 5, 6, 3, 3, 6, 5. I vänstra membrum förekommande resterna 6, 3, 0, 0, 3, finnas äfven i högra membrum. Dessa rester svara emot $v = 7k + 0, 1, 3, 4, 6$, hvarför värden på v af dessa former kunna göra expressionen i fråga till kvadrat. Däremot kan v icke vara af formerna $7k + 2, 5$.

Likheten $3180181 = u^2 + 105v^2$ har lösningarna $\left.\begin{matrix} u = 1769 \\ v = \ \ 22 \end{matrix}\right\}$, $\left.\begin{matrix} u' = 1174 \\ v' = \ \ 131 \end{matrix}\right\}$, $\left.\begin{matrix} u'' = 1031 \\ v'' = \ \ 142 \end{matrix}\right\}$, $\left.\begin{matrix} u''' = 194 \\ v''' = 173 \end{matrix}\right\}$, hvilka gifva, när man kombinerar första rotparet med det andra, det andra med det tredje samt det andra med det fjärde: $3180181 = 139 \cdot 22879 = 137 \cdot 23213 = 167 \cdot 19043 = 137 \cdot 139 \cdot 167$. Genom kvadratrotens utdragande erhålles $3180181 = 1783^2 + 273 \cdot 2^2 = u^2 + 273v^2$, hvilken ensamma form äfvenledes ger 4 lösningar.

Lösandet af likheten $A = ax^2 + bxy + cy^2$, då A är ett stort och $b^2 - ac$ ett jämförelsevis litet tal, är således, oaktadt flitig modulation, i allmänhet ganska mödosamt, om den skall lösas endast på det i det föregående angifna sättet.[1]) Den högre talteorin äger likväl medel att i hög grad underlätta detta arbete. Ett sådant medel består uti det lagrangeska sättet, att bringa lösandet af likheten $x^2 + Ay^2 = B$, där $B > A$ (= formens diskr.) och hvartill den fullständiga likheten af andra graden altid kan reduceras, till lösandet af likheten $x'^2 + Ay'^2 = B'$, där $B' < \frac{1}{4}B$. Genom att upprepa detta förfarande kan man, om man så vill, komma till en likhet $x^{(n)^2} + Ay^{(n)^2} = B^{(n)}$, där $B^{(n)} \leqq A$.[2]) Men äfven denna genialiska metod, hvilken i förening med modulationer, i hög grad påskyndar den föresatta likhetens lösande, gör icke samlandet af ensamma kvadratiska former med stora diskriminanter öfverflödigt.

---

[1]) En variant af lösning till likheten $A = au^2 + bv^2$ skola vi visa på exemplet $3071 = 6u^2 + 17v^2$, hvilken likhet kan ersättas af de två likheterna $u^2 = 509 - 34M$, $v^2 = 1 + 12M$, hvari M bör bestämmas så, att bägge högra membra samtidigt blifva jämna kvadrater. Likheten $571511 = 6u^2 + 17v^2$ kan likaledes ersättas af likheterna $u^2 = 95249 - 34M$, $v^2 = 1 + 12M$. På likheter af denna art äro modulationer särdeles lätta att använda.

[2]) *Legendre*, t. I, §§ III—XI.

Problem. Talet A framställes af två distinkta, men med hvarandra likformiga kvadratiska former, d. v. s. att $A = au^2 + 2buv + cv^2 = a'u'^2 + 2b'u'v' + c'v'^2$, där $ac - b^2 = a'c' - b'^2$, A skall upplösas i två faktorer. Ex. $3497057 = 21u^2 - 4uv + 13v^2 = 5u'^2 + 2u'v' + 54v'^2$; $u = -290$, $v = 323$; $u' = 821$, $v' = -66$.



Finska Vetenskaps-Societetens årshögtid den 29 Aprril 1892.

I.

Ordföranden hr Ignatius inledde sammankomsten med följande ord:

Högtärade församling!

Då Finska Vetenskaps Societeten för 54 år sedan stiftades, följde den endast en bland vetenskapliga och litterära samfund gängse sed, då den beslöt att till sin års- och högtidsdag utse någon historiskt märkbar dag af särskild betydelse för societeten och fäderneslandet. Oafgjordt må lemnas om bland de jemförelsevis fåtaliga data, som finska folkets föregående historia i detta afseende hade kunnat erbjuda, något hade funnits, som skulle ha ansetts motsvara ändamålet; men visst är att stiftarenes af societeten val föll på en dag, hvars berättigande att i minnet fortlefva då ännu icke var garanteradt af annat än hoppet. Stiftarene valde den endast tjuguårige tronföljarens Alexander Nikolaijevitsh's födelsedag och beslöto sålunda att för kommande tider förena societetens högtidsdag med hågkomsten af denne unge furste. Vi veta att de förhoppningar, med hvilka dåvarande generation af det finska folket blickade upp mot den ädle, varmhjertade och frisinnade tronarfvingen och hvilka förhoppningar äfven i vetenskapssocietetens nyssanförda val af högtidsdag sökte sig ett svagt uttryck, icke blefvo besvikna. I Alexander II vördar det finska folket icke blott beskyddaren och återupplifvaren af dess konstitutionela statsskick, utan äfven skaparen i dess historia af en ny tid af upplysning och frihet samt förut osedt andligt och materielt framåtskridande. Minnet af denna vårt folks oförgätlige välgörare skall alltid vara oss

dyrbart och denna stund gifver oss särskild anledning att främst egna deråt en kärleksfull och tacksam tanke.

Under fortsatt hägn af Rysslands mäktige och högsinnade monarker har finska folket tillvunnit sig en plats ibland jordens bildade nationer. Denna upphöjelse ålägger oss äfven förpligtelsen att deltaga i mensklighetens kulturarbete och efter förmåga samla tillskott till den skatt af vetande, hvilken är alla kulturfolks gemensamma arfvedel och hvilken det tillkommer hvart och ett af dem att såsom ett räntebärande kapital förvalta och föröka. En nations rätt att såsom sådan få lefva, bevisas bäst af dess förmåga att göra denna arfvedel, detta kapital räntebärande. Under bekymmersamma tider, då vår rätt att få lefva angripes och hotas, kan det särskildt vara af nytta att erinra sig detta.

Den finska vetenskapssocieteten, hvars uppgift är att utgöra en organ för offentliggörandet af finska vetenskapsmäns och vetenskapsidkares forskningar och studier samt derjemte upprätthålla en litterär förbindelse och samverkan med liknande lärda samfund och korporationer i andra länder, har sålunda ur nyssberörda synpunkt betraktadt ett högt och vigtigt nationelt värf sig förelagdt, det att till bildningens och vetenskapens målsmän hos alla folk frambära vitnesbörden om det vetenskapliga lifvet och verksamheten härstädes, samt på så sätt ådagalägga att det finska folket bildar en lefvande länk i nationernas stora brödrakedja. I hvad mån Finska Vetenskaps Societeten fullgjort detta värf tillhör historien att afgöra. Öfverflödigt vore att här upprepa, hvad flere gånger tillförene blifvit framhållet, att vid bedömandet af societetens verksamhet de arbetskrafter och materiela ressurser, som stått till dess förfogande, icke få förbises.

Jag öfverlemnar nu ordet år Societetens ständige sekreterare Herr Lindelöf, som kommer att uppläsa den sedvanliga berättelsen öfver Societetens verksamhet under det förgångna året. Derefter komma föredrag att hållas af mig: *Om Malthusianismen och dess ställning till befolkningsfrågan,* samt af tillträdande ordföranden Herr Edv. Hjelt: *Om den nya elektrotekniska teorin.*

II.

Årsberättelse.

Finska Vetenskaps-Societeten har under sitt nu tilländagångna 54:de år ej haft att anteckna några för dess lif och utveckling mera betydelsefulla tilldragelser. Dess verksamhet har fortgått under enahanda förhållanden som förut, föga bemärkt af den stora allmänheten, men, såsom vi våga tro, dock ej fruktlöst. De förhoppningar om erhållande af ett eget hem för Societeten, som vid senaste landtdag väcktes genom särskilda petitioner om uppförande af ett gemensamt hus för de vetenskapliga föreningarna härstädes, ha tillsvidare icke gått i fullbordan, sedan Statsutskottet, till hvars förberedande behandling petitionerna remitterades, icke hann öfver dem afgifva betänkande. Men om någon åtgärd till betryggande af Societetens framtid i antydt afseende sålunda ännu icke egt rum och någon vidare utveckling af dess organisation ännu mindre kunnat ifrågakomma, måste det förgångna året i annat afseende betecknas såsom för Societeten synnerligen lyckosamt. Societeten har derunder ej haft att beklaga förlusten af någon medarbetare; de förändringar, som inträffat inom dess krets, bestå uteslutande i en förstärkning af dess krafter genom tillkomsten af några nya medlemmar. Den 19 Oktober 1891 invalde Societeten till sin hedersledamot professorn vid universitetet i Berlin och ledamoten af vetenskapsakademien derstädes HERRMANN LUDWIG FERDINAND VON HELMHOLTZ och den 11 i denna månad till ordinarie ledamöter inom dess naturalhistoriska sektion e. o. professorn i entomologi d:r

John Reinhold Sahlberg samt professorn i botanik d:r Fredrik Emil Wolmar Elfving. Härigenom uppgår hela antalet ordinarie ledamöter för närvarande till 39, af hvilka 12 tillhöra den matematisk-fysiska, 13 den naturalhistoriska och 14 den historisk-filologiska sektionen.

Vid den närmare redogörelsen öfver Societetens verksamhet under det förgångna året torde först böra nämnas att af dess skrifter derunder utkommit: *Acta Societatis Scientiarum Fennicae,* tom. XVIII, innehållande afhandlingar af hrr P. Duhem, P. A. Karsten, W. Söderhjelm och A. Wallensköld, W. Cygnæus, Hj. Tallqvist, C. v. Bonsdorff, O. Aschan och E. Hjelt, förutom tvenne minnestal; *Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk,* 50:de häftet, hvari ingår ett arbete af hr A. Genetz, samt *Öfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens förhandlingar,* XXXIII, 1890—1891. Under arbete äro samtidigt två nya tomer af Acta samt två häften af Bidragen.

Vid sina månadssammanträden har Societeten till offentliggörande mottagit en mängd afhandlingar och uppsatser dels af egna medlemmar, dels af utom Societeten stående vetenskapsidkare. Af dem äro följande afsedda att intagas i *Acta:*

Etudes sur la dilatation de l'hydrogène à des pressions inférieures à la pression athmosphérique, par *G. Melander;*

En symmetrisk lösning af likheter af 2:dra, 3;dje och 4:de graden, af *S. Levänen;*

Sur les kilogrammes en laiton doré, confectionnés à Paris 1870, par *S. Lemström;*

En säregen hos tre syskon under form af progressiv dementia uppträdande sjukdom i samband med utbredda blodkärlsförändringar (antagligen lues hereditaria tarda), af *E. A. Homén;*

Enumeratio muscorum Caucasi, af *V. F. Brotherus,* samt

Monographia generis Reduvius Fabr. Lam., af *O. M. Reuter.*

Till införande i *Bidragen* äro anmälda:

Om tiden för snötäckets fortvaro samt för islossningen i sjöar och hafsvikar äfvensom älfvar, åar och bäckar i Finland under år 1890, af *E. Biese* och *A. Heinrichs;*

Finlands mögelsvampar (Hyphomycetes Fennici) af *P. A. Karsten,* samt

Åskvädren i Finland 1891, af *A. F. Sundell.*

Nedannämnde uppsatser skola ingå i *Öfversigten:*

Sur un appareil à déterminer le point 100 du thermomètre, par *G. Melander;*

Vergleich der Entladungsversuche mit statischer Electricität mit continuirlichem Strome, von *Th. Homén;*

Om natronkalk som torkningsmedel vid Marsch'ska profvet; af *G. Komppa;*

Undersökningar öfver symmetrisk allyl- etyl- bernstenssyra, af *E. Hjelt;*

Ftalidbildningen ur o-metylbenzoesyra vid olika temperaturer, af densamme;

Undersökningar öfver geometriskt isomera allylmetylbernstenssyror, af *C. L. Wiklund.*

Sätt att bestämma π samt att finna värdet af en vinkel och förhållandet mellan två sträckor,

Rotutdragning ur substitutioner,

Angående ljusets reflexion från en plan spegel,

Lösning af matematiska uppgiften N:o 2 i årgången XVI, häft 4 af Pedagogiska Föreningens Tidskrift och

Om talens delbarhet, de fem sistnämnda af *S. Levänen;*

Werkningar af magnesiumsulfat vid subkutan användning, af *K. Hällstén;*

Einige Anwendungen der Theorie der elliptischen Functionen auf Aufgaben der Mechanik, von *Hj. Tallqvist;*

Om framställning af kristalliseradt kadmiumkarbonat, af *A. af Schultén.*

Bildas det svafvelsyra eller svafvelsyrlighet vid förbränning af svafvelhaltig lysgas?, af *Uno Collan;*

Bidrag till kännedom af sydvestra Sibiriens insektfauna, af *R. Hammarström;*

Notis om ett sätt att geometriskt interpretera elementen i de elliptiska integralerna, af *E. Selander*, samt

De astrofotografiska arbetena å observatoriet i Helsingfors, af *A. Donner.*

Bland medel, hvilka särskildt äro egnade att befrämja vetenskaplig forskning och produktivitet, intaga de direkta penningeunderstöden och prisbelöningarna onekligen ett vigtigt rum. Stiftelser för dylikt ändamål förekomma, såsom bekant, ofta till stort antal vid vetenskapliga anstalter i andra länder, der de äfven framkallat värdefulla bidrag till riktande af den vetenskapliga litteraturen; hos oss äro de deremot ännu mycket sällsynta. Det förtjenar derföre så mycket mer ett tacksamt omnämnande, att Societeten under det förflutna året kommit i besittning af tvenne skilda donationer af denna art. Vid senaste landtdag beslöto Ständerna, på förslag af Bankfullmäktige, att ur disponibla medel i Längmanska fonden bl. a. ett vetenskapligt täflingspris om 3000 mk skulle ställas till Vetenskaps-Societetens förfogande, med rätt för Societeten att äfven i smärre täflingspris fördela beloppet, ifall sådant befinnes af omständigheterna påkalladt. — En stiftelse af äldre datum, men som först i dessa dagar kommit Societeten tillhanda är *Nordenskiöldsfonden för vetenskapliga forskningsresor*. Den räknar sitt ursprung från början af år 1881, då med anledning af vår frejdade landsman friherre A. E. Nordenskiölds besök härstädes och till minne af hans kort förut utförda verldshistoriska bedrift, Europas och Asiens kringsegling, en uppmaning, daterad den 8 Mars sagde år och undertecknad af ett antal bildningens vänner, utgick till allmänheten, som däri inbjöds att genom en allmän insamling söka åstadkomma en fond, hvilken under nyss anförd benämning skulle ställas under Vetenskaps-Societetens förvaltning. Ett formligt öfverlemnande af fonden från den för dess insamling tillsatta interimsstyrelse, hvilken utgjorts af guvernören W. Spåre såsom ordförande

samt undertecknad och numera aflidne kommerserådet C. W. I. Sundman såsom ledamöter, har visserligen ännu icke egt rum, ehuru vården om densamma med interimsstyrelsens begifvande och enligt dess önskan nyligen öfvertagits af Societeten. Dess tillgångar uppgingo då till Fmk 20954: 57. Enligt det vid insamlingens början faststälda programmet eger Vetenskaps-Societeten framdeles efter pröfning ur fondens räntemedel bevilja reseanslag åt inhemska män, som befinnas skicklige och hugade att deltaga i större vetenskapliga expeditioner eller företaga forskningsfärder till aflägsnare, företrädesvis utom Europa belägna trakter; och borde vid anslagets bortgifvande under Nordenskiölds lifstid, hvarje gång då så ske kan, hans utlåtande inhemtas, äfvensom Nordenskiölds söner i likhet med finske män anses berättigade att dermed ihågkommas.

Den under Societens inseende stälda meteorologiska centralanstalten har genom styrelsens välvilliga tillmötesgående nyligen fått ett vigtigt önskningsmål uppfyldt. På derom af Vetenskaps-Societeten gjord underdånig framställning har Hans Kejserliga Majestät, jemlikt nådigt reskript af den 14 Oktober 1891, funnit godt att för bearbetning och publikation af det under åren 1881—1890 tillkomna observationsmaterialet från de meteorologiska stationerna i landsorten och fyrbåkarna samt tryckning af meteorologiska centralanstaltens årsbok för åren 1884—1889 äfvensom till aflönande af biträde vid ledningen af reduktions- och tryckningsarbetet bevilja ett anslag till belopp af 13400 mark årligen, att utgå under loppet af fyra år, räknadt från och med år 1891, med sammanlagdt 53600 mk, hvartill Kejserliga Senaten, enligt Ecklesiastik-Expeditionens skrifvelse af samma dag, tillagt den bestämning, att af förenämnda anslag 2400 mk årligen borde användas till aflönande af en extra assistent vid meteorologiska centralanstalten såsom biträde åt direktorn för ledningen af sagde arbeten. Med anledning häraf antog Societeten, efter det tjensten varit ledig anslagen, des 18 Januari d. å. filosofiekandidaten *Ernst*

Leonard Lindelöf till extra assistent vid berörde anstalt samt öfverlemnade tillika åt direktorn att i samråd med honom anordna ifrågavarande reduktions- och tryckningsarbete, hvilket derefter omedelbart vidtog. Derjemte har genom nådigt reskript af den 7 Oktober 1891 ett tillskott af 2500 mark beviljats i det på meteorologiska centralanstaltens stat upptagna tryckningsanslag, att utgå från 1891 års början.

Hvad verksamheten vid sagde anstalt under år 1891 beträffar, får jag hänvisa till direktor Bieses deröfver afgifna berättelse, hvilken kommer att ingå i Öfversigten af Societetens förhandlingar. Ur densamma intagas här endast följande uppgifter:

Meteorologiska observationer ha under året anstälts å 26 stationer inom landet samt vid 11 fyrbåkar. Från 10 af dessa stationer hafva dagliga väderlekstelegram insändts till meteorologiska centralanstalten. Fenologiska anteckningar ha inkommit från 82 personer och vattenhöjdsobservationer från 6 lotsplatser samt från hamnen vid Nikolaistad.

De på hr Sundells initiativ och under hans ledning för några år sedan påbörjade åskvädersobservationerna hafva fortgått äfven under sistlidet år och kommer en sammanställning af dem på svenska och finska språken att tillställas respektive observatörer.

Societeten har under året inträdt i utbyte af skrifter med *Schweizerische entomologische Gesellschaft i Bern* och *Faculté des Sciences i Marseille*. Genom föräringar dels från korresponderande samfund, dels af enskilda personer har dess bibliotek under samma tid ökats med inalles 1220 volymer, öfver hvilka en särskild af bibliotekarien uppgjord förteckning kommer att bifogas Öfversigten.

Meteorologiska utskottet har under år 1891 utgjorts af hrr Moberg, Lemström och Neovius såsom ledamöter samt hrr Lindelöf och A. Donner såsom suppleanter. Såsom revisorer för Societetens och för meteorologiska centralanstal-

tens räkenskaper hafva fortfarande fungerat hrr MOBERG och ELMGREN.

Ordförandeskapet inom Societeten har under året innehafts af hr IGNATIUS och öfvergår nu i stadgad ordning till den vordne viceordföranden hr E. HJELT.

L. Lindelöf.



III.

Om Malthusianismen och dess ställning till befolkningsfrågan.

Af

K. E. F. Ignatius.

I den mån det menskliga samhällslifvet och dess företeelser utgjort föremål för den tänkande betraktelsen har frågan om folkmängdens i hvarje land tillväxt och det förhållande, hvari denna står till den samtidigt stegrade produktionen af subsistensmedel, trängt sig allt mera i förgrunden och ådragit sig nationalekonomers och statistikers uppmärksamhet. Att ett lands materiela välstånd i väsendtlig grad sammanhänger med och betingas af dess folkrikedom är en sats, hvars sanning veterligen varit känd och erkänd redan i den aflägsnaste forntid. Det behöfdes icke någon synnerligen skärpt iakttagelse förmåga för att finna att tätt befolkade landsträckor stodo öfver de folkfattigare icke blott i materielt utan äfven i intellektuelt hänseende, att såväl jordkulturen industrin och handeln som allmänna folkbildningen voro bättre i de förra trakterna än i de senare, samt att öfverhufvudtaget kapitalbildningen snabbast försiggick der, hvarest ett mångskiftande, rörligt samhällslif med rikligt tillfälle till utbyte af tankar och ideer städse gaf nya impulser åt företagsamheten och arbetsfliten. Med stöd af dessa sakförhållanden blef snart den uppfattningen gällande att invånarnes antal i hvarje land var icke blott en värdemätare på dettas rikedom, utan sjelf främst och förnämligast utgjorde denna rikedom, samt att första medlet för befordrandet af ett lands välstånd följaktligen var befordrandet af folktillväxten eller folkökningen derstädes.

Den preussiske pastorn *Johan Petter Süssmilch,* som genom sitt år 1742 utgifna berömda arbete *Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts* med rätta kan betraktas såsom befolkningsstatistikens grundläggare, uttalade också att ju större folkrikedomen i ett land är, desto större lycksalighet gifs det der, samt framhöll med synnerlig värme regentens pligt att söka befordra folkökningen. „Regenterna äro pligtige", yttrar han, „att rigta alla sina krafter och bemödanden derpå, att göra sina undersåter lyckliga..... För detta ändamål är nu befolkningen ett af Gud sjelf anvisadt och anbefaldt medel. Jag förstår dermed regentens bemödande att förskaffa sin stat det antal invånare, som densamma kan fatta och genom på landets kultur och andra behof rigtad flit nära. Denna med klokhet förbundna omsorg inbegriper i sig nästan alla andra regentpligter, så att man derföre med rätta kan betrakta den såsom en hufvudpligt. Denna möjliga och till näringsmedlen proportionerade mängd af undersåter är grunden till lycksalighet, makt och säkerhet, såsom ock till rikedom; alla dessa mål kunna utan detta medel icke ernås. En stat, som har blott hälften af det invånartal, som den i följd af sitt omfång och sina näringsmedel kunde hafva, blir också endast hälften så lycklig, mäktig och rik, som den kunde och borde vara. En stat som icke har det högsta möjliga antalet undersåter, kan visserligen lefva i ro, den kan också skenbart ha något öfverflöd; men det är dock obestridligt, att den icke har allt detta i den grad, som den kunde hafva det, ifall den vore behörigen befolkad". Såsom häraf synes förbiser dock Süssmilch ingalunda det samband och den vexelverkan som råder emellan invånarnes antal och tillgången på näringsmedel. Han erkänner att folkökningen icke kan försiggå i oändlighet, emedan jorden endast förmår föda ett begränsadt antal individer; men anser dock fara för öfverbefolkning icke någonsin kunna uppstå, så länge menniskorna äro moraliskt ofullkomliga och ådraga sig Guds straff, så länge de bekriga hvarandra o. s. v. Dessutom skulle, anser han, då jorden uppnått det högsta invånartal som den kan föda,

ett stillestånd i folktillväxten af sig sjelft inträda och antalen födelser och dödsfall årligen jemna ut hvarandra.

På Süssmilchs tid låg för öfrigt tanken, att något land mycket mindre hela jorden kunde komma att lida af öfverbefolkning alltför fjerran från allmänna föreställningssättet för att den skulle kunnat vinna någon genklang. De starka decimeringar, som folkmängden i nästan hvarje Europeiskt land under detta och föregående sekel på korta mellantider varit underkastad tillföljd af ödeläggande krig och farsoter, voro tvertom egnade att ingifva en alldeles motsatt föreställning, eller den att jorden efterhand skulle utblottas på invånare. Denna åsigt hade till och med bland vetenskapsmän sina förfäktare, men synes dock icke vunnit så mycket medhåll, som den af den franska lärde *Deslandes* uttalade satsen att menniskornas antal på jorden städse förblefve ungefär lika stort, änskönt det i särskilda verldsdelar och länder var underkastadt ständiga vexlingar. Sitt påstående sökte han bland annat bevisa dermed att naturen alltid förblef sig lik och innehöll en lika mängd materia. Menniskan måste såsom andra djur följa naturens lagar och hade härvidlag inga särskilda privilegier framför öfriga maskar, som krälade på jorden. Deslandes teori, som för öfrigt icke hade några faktiska stöd för sig, blef också af Süssmilch på ett slående sätt vederlagd. Medelst sifferuppgifter, hemtade från en stor mängd vidt skilda länder och orter, kom han till den slutsats „att uti hela provinser och säkerligen också i hela verlden under vanliga år färre antal menniskor dö, än födas så att de döda gemenligen i medeltal förhålla sig till de födda såsom 10 till 12 à 13, i följd hvaraf en förökning af menniskoslägtet nödvändigt måste ega rum“. Hvad Süssmilch sålunda ådagalagt har befolkningstatistiken i hvarje land sedermera till full evidens konstaterat. I alla länder, der abnorma politiska, religiösa eller sedeförhållanden icke störa eller hämma utvecklingens regelbundna gång, är folkmängden stadd i en jemn, endast af tillfälliga och öfvergående olyckshändelser afbruten tillväxt. Denna tillväxt är i skilda länder och hos skilda folk visserligen mycket olika, men den

är dock redan hos alla kulturfolk tillsammantagna så betydande att den mer än uppväger icke blott den konstanta folkminskning, som eger rum bland Nord Amerikas och Australiens samt törhända äfven bland några af polarländernas urinvånare, utan äfven de förluster krig och farsoter föranleda. Att menniskoslägtet på jorden sålunda är stadt i en fortfarande förökning är lika otvifvelaktigt, som att denna förökning antagligen i en framtid, och under förutsättning att enahanda fysiska förhållanden äro rådande, blir ännu större i den mån den stigande kulturen hunnit förse våra efterkommande med allt bättre medel till bekämpande af nöd och farsoter samt till befordrande af allmännare insigt i och efterlefnad af hygieniens läror.

Sedan detta sakförhållande sålunda icke längre var tvist underkastadt gaf det upphof åt en mängd nya frågor. Hvilka äro lagarna för folktillväxten? I hvad mån betingas densamma af yttre natur- och klimatiska förhållanden samt af inre ethniska, såsom ras- och stammolikheter m. m.? Har den årliga naturliga folktillväxten, d. v. s. den som uppstår genom ett större antal födde än döde, en gräns, utöfver hvilken den icke kan gå, eller med andra ord kan maximiprocenten för denna tillväxt bestämmas? Hvilket inflytande utöfvar den sociala och ekonomiska utvecklingen på folktillväxten? o. s. v. Alla dessa spörjsmål fingo en ökad betydelse, då den engelske lärde *Malthus* år 1803 utgaf sitt skarpsinniga och i visst afseende epokgörande verk *An essay on the principle of population, or a view of its past and presents effects on human happiness.*

Härförinnan hade man, såsom redan anfördes, erkänt såsom en nära nog axiomatisk sanning att ett folks och följaktligen äfven hela menniskoslägtets lycka var förbunden med och betingad af folktillväxten. För denna åsigt hemtades också stöd ur den heliga skrift och ur den välsignelse som gafs det första menniskoparet: förökens och uppfyllen jorden. I många länder hade påbud och författningar utfärdats afsedda att uppmuntra folkökningen sålunda att familjer med flere barn erhöllo vissa förmåner och skattelindrin-

gar eller också direkta premier. Så t. ex. utfärdades „till befordrande af folkmängdens ökande i riket“ såsom det hette, i Sverige och Finland en K. Förordn. af den 8 mars 1770 hvarigenom bl. a. torpare, gatuhusmän, soldater och inhysesfolk m. fl., hvilka hade 4 barn, af hvilka det yngste var under 8 år, befriades från alla personella utskylder, och redan 100 år tidigare eller år 1666 hade Ludvig XIV i Frankrike utfärdat ett edikt, deri en penningebelöning utsattes för de föräldrar hvilka hade tolf barn att försörja. Sistnämnda edikt ansågs dock med skäl förblifva utan verkan, emedan gränsen var alltför högt uppdragen. En fransk skriftställare rådde derför konungen att söka mera lägga an på franska folkets fåfänga, samt utsätta premier afpassade härefter. Så borde en fader för fyra barn befrias från personel skatt, eller till en femtedel erhålla lindring i alla kontributioner. En fader för åtta barn borde hugnas med en särskild tacksägelse af konungen och förklaras för en borgare af högre rang med rätt att bära värja; den, som hade 10 barn, skulle göras till riddare och den, som hade 12, blifva adelsman, samt hans barn till fjerde ledet maltheser riddare, hvarjemte vid alla offentliga fester, processioner o. s. v. under i öfrigt lika förhållanden alltid den borde taga försteget, som hade de flesta barn. I sammanhang härmed yrkade han äfven på stränga straffbestämningar och förhöjda skatter för dem, som förblefvo ogifta. Om också dessa på fullt allvar gifna råd icke efterföljdes, äro de dock betecknande för tidens föreställningssätt och för de åsigter, som till och med bland framstående nationalekonomer voro rådande.

Dessa nationalekonomiska läror blef det Malthus förbehållet att i grund nerrifva. *Thomas Robert Malthus,* yngre son till en engelsk godsegare, föddes d. 14 Februari 1766 i Rookery i grefskapet Surrey. Af sin fader bestämd för det andliga ståndet erhöll han en vårdad uppfostran, blef vid 18 års ålder student i Cambridge, tog der efter några år graden och ordinerades sedan till prest, i hvilken befattning han såsom vikarie skötte en mindre församling i närheten af sin hembygd. År 1805 kallades han till professor i historie och

politisk ekonomi vid Ostindiska kompagniets college i Haileybury (Ailesbury) och innehade denna tjenst ända till sin död, som inträffade på en resa i Bath d. 29 December 1834.

Malthus mognade till man under en tid, då den Franska revolutionens stormar upprörde tänkesätten och dess läror funno genljud i hvarje del af Europa. Äfven ibland det fria, praktiskt anlagda Engelska folket hade de nya lärorna varma förkämpar och till dem hörde äfven Malthus' egen fader. Man förfäktade med ifver att menniskoslägtets moraliska onda och öfriga olyckor hade ingen annan källa än regeringarnas felsteg, och att alla förbättringar således måste börja med denna källa. Den unge Malthus studier hade emellertid lärt honom att djupare blicka in i förhållandena och under de diskussioner som tidt och ofta utspunno sig i hemmet öfver detta ämne framhöll han att folken sjelfva i främsta rummet buro ansvar för sina dåliga styrelser, hvarföre också mensklighetens välfärd ingalunda ensamt betingades af reformer i styrelsesättet.

Det ligger utom ämnet att redogöra för Malthus första litterära verksamhet, hvartill han delvis föranleddes af de ideer, som efterhand mognade hos honom i följd af nämnda diskussioner. Klart var emellertid att en man, som icke erkände att folkets lycksalighet i främsta rummet berodde af regenten, ej heller kunde godkänna det åskådningssätt, som ålade denne på sätt och vis ansvaret för befolkningens tillväxt. Men Malthus gick i sina lärosatser vida längre, han godkände alls icke theorin om folkökningens lyckliggörande inflytande på menskligheten, utan han såg tvertom i denna tillväxt just roten och upphofvet till det menskliga eländet.

Malthus lära är i korthet följande: Hos alla lefvande varelser uppenbarar sig en ständig sträfvan att föröka sitt slägte mer än mängden af näringsmedel, som står dem tillbuds, medgifver det. Med frikostig hand utströr naturen lifvets frön; men hon hushållar både med rum och med föda. För hvarje slägtes alltför stora tillväxt uppställer derför också naturen sjelf hinder. Hvad nu särskildt menniskoslägtet beträffar förökar sig äfven detta ständigt, om också icke jemnt,

och denna förökning sker i en geometrisk proportion. Malthus trodde sig kunna antaga att en generation fördubblade sig på 25 år, fyrdubblades på 50 år, åttadubblades på 75 år och 16 dubblades på 100 år. Deremot kunna födoämnena ökas endast i arithmetisk progression. Antages nu att ett land har en befolkning af en million invånare, som der ha tillräcklig näring af en gifven areal odlad jord, t. ex. en million hektarer. Efter 25 år är folkmängden fördubblad och det låter tänka sig att densamma derunder varit i stånd att ytterligare uppodla andra en million hektarer; men med samma folktillväxt och samma möjlighet till nyodling finnas efter 50 år 4 millioner menniskor och 3 millioner hektarer odlad jord, efter 75 år 8 millioner menniskor och 4 millioner hektarer, efter 100 år 16 millioner menniskor och 5 millioner hektarer odlad jord o. s. v. Disproportionen emellan folkmängden och subsistensmedlen förstoras sålunda städse och blifver efter 2 sekel såsom 256 till 9 samt med tiden omätlig. Allt detta sker emellertid under förutsättning att någon gräns för nyodlingar och för jordens produktions förmåga icke finnes, men tyvärr är så icke fallet, alldenstund jorden är begränsad och dess förmåga att förse menskligheten med subsistensmedel följakligen icke heller uttänjbar i det oändliga. För att under sådana förhållanden en jemnvigt skall kunna ega rum emellan folkmängden och näringsmedlen, fordras det att hvarje ögonblick en högre lag sätter hinder i vägen för folkökningen, som under trycket af en hård nödvändighet sålunda hålles inom vissa gränser.

Dessa hinder för folkökningen äro af två slag, preventiva och destruktiva. De förra förekomma folkmängdens tillväxt i det de hämma nataliteten, de senare åter förstöra den folkmängd, som redan bildats, genom att höja mortaliteten. Malthus hänför de preventiva hindren antingen till sådana som härflyta af moraliskt tvång, d. v. s. afhållande från äktenskap, förenad med sedlig renhet, eller sådana som äro följder af laster, s. s. utsväfningar, onaturliga lidelser, fosterfördrifningar m. m. De destruktiva anser han antingen vara enkla följder af naturlagarna, eller också uppkomna af na-

turlagar i förening med menniskornas laster, såsom krig, öfverdrift af hvarje slag, omåttlighet o. m. d. I allmänhet stå de preventiva och destruktiva hindren för folkökningen i ett omvändt förhållande till hvarandra, sålunda att i länder, der en stark dödlighet är rådande, der ha de förra eller de preventiva hindren föga betydelse, medan de deremot spela en stor roll i länder, der dödligheten är ringa.

I alla länder äro några af dessa hinder för folkökningen städse, om ock med större eller mindre kraft, verksamma, men i nästan alla länder iakttager man icke desto mindre, menar Malthus, ett ständigt bemödande hos befolkningen att föröka sig utöfver subsistensmedlen och just detta inneboende bemödande sträfvar icke mindre oaflåtligt att försänka samhällets lägre klasser i nöd och hindrar hvarje förbättring af deras tillstånd.

„Tänkom oss", yttrar Malthus, „ett land, hvarest subsistensmedlen äro nätt och jemnt tillräckliga för befolkningen. Den konstant verkande kraft, som sträfvar att föröka folkstocken och hvilken icke ens i de mest lastfulla samhällen upphör att vara verksam, skall icke fela att öka antalet menniskor hastigare än näringsmedlen kunna tilltaga. Den föda som förslog för 11 millioner menniskor, skall nu fördelas t. ex. på 11 $^{1}/_{2}$. En omedelbar följd häraf blir att den fattiga nu lifnär sig med vida större svårighet samt att flere blifva bragta till den yttersta nöd. Då nu dessutom antalet arbetare tillväxt i större proportion än qvantiteten af till hands varande arbete, måste arbetspriserna nödvändigtvis falla, och detta prisfall å arbetet, medan lifsmedlen samtidigt fördyras, tvingar åter arbetaren att, ifall han vill lifnära sig såsom förut, arbeta ännu mera. Under denna period af nöd förloras håg och lust för giftermål och svårigheterna, som en familj förorsakar, stegras så att folkökningen hämmas och blir stillastående. Emellertid uppmuntra å andra sidan de låga arbetsprisen, öfverflödet på arbetare och tvånget för desse att öka sin verksamhet, jordbrukarne att använda på jorden mera arbetskrafter än förr, att verkställa nyodlingar, att göda och med större omsorg förbättra

den mark, som är under odling, m. m. till dess ändtligen näringsmedlen uppnå den proportion till folkmängden som de voro vid den tid, som utgjorde utgångspunkten för framställningen. När arbetarens ställning sålunda åter blir mindre svår, upphör ånyo det hinder som ställt sig i vägen för folkökningen, men derefter upprepas snart igen samma gång af turvis tillbakagående och turvis framskridande".

Enligt Malthus teori är det sålunda födelsernas större antal än dödsfallen, som störer jemnvigten emellan folkmängd och näringsmedel samt framkallar nöd och elände. Mensklighetens hela tillvaro här på jorden företer en ständig kamp att från elände komma upp till välstånd, men hvarje gång målet är nära att uppnås störes förenämnda jemnvigt åter och menskligheten sjunker tillbaka i samma elände. Det är ett tröstlöst Sisyphus' arbete som menskligheten alltså har sig förelagdt och det är den fattigare delen af befolkningen, den egentliga arbetare klassen, som ensam uppbär och känner den tryckande bördan af detta arbete. Hvarje ny individ, som födes till verlden, försvårar arbetarens ställning, i det hon bidrager till att minska tillgången på näringsmedel och sålunda direkt eller indirekt ökar pauperismen.

Den fattigdom och nöd, som härflyter af folkökningen, kan ingen fattigvård, ingen välgörenhet, huru storartad den än må vara, afhjelpa. För att bevisa detta anför Malthus följande exempel: Jag antager, säger han, att man genom en subskription bland de rike kunde uppbringa arbetarens dagspenning från 2 till 5 skilling. Måhända finnas det dem, som tro att arbetaren genom denna förhöjning blir bättre i stånd att förse sig med en kötträtt till middagen än förut, men i detta sitt hopp bedraga de sig. Den akt, hvarigenom arbetarens förmögenhet ökats med en inkomst af 3 skilling per dag, ökar icke den qvantitet kött, som finnes i landet. Hvad blir följden? Jo, konkurrensen af köpare på torget skall snart höja priset på varan. Under det att ett skålpund kött för närvarande kostar mindre än $^1/_2$ skilling, kommer det då att kosta två eller tre skilling, och resultatet blir att hela det belopp af kött, som landet producerar, icke för-

delas på större antal köpare än förut. Ifall lifsmedlen i förhållande till folkmängden äro knappa, är det fullkomligt likgiltigt om de, som bilda de lägre klasserna, ha två skilling om dagen eller fem. Man kan i fråga om förmögenhetsförhållandena vidtaga hvilka förändringar, som helst. De rike kunna blifva fattiga och de fattiga rika, men så länge förhållandet emellan näringsmedel och folkmängd blir detsamma, skall det med nödvändighet inträffa att en del af folket har stor svårighet att föda sig och sina familjer, och det blir alltid de fattigaste som befinna sig i denna belägenhet.

Vid första ögonkastet synes detta onda kunna afhjelpas genom bemödanden att stegra produktionen af näringsämnen, men detta medel anser Malthus endast vara ett svagt och i det hela resultatlöst palliativ. Att söka hålla produktionen af näringsämnen å niveau med folkökningen vore detsamma, menar han, som att drifva en sköldpadda att följa en hare i fullt språng. Enda botemedlet är att hämma folkökningen. Det är enhvars pligt att icke bringa till verlden flere barn än han kan föda och underhålla. Ingen bör lättsinnigt ingå äktenskap innan han försäkrat sig om medel att kunna försörja en familj, och uti hvarje äktenskap bör en sedlig återhållsamhet iakttagas. Särskildt böra arbetarne göras uppmärksamma på att enda medlet att verkligen höja arbetspriset är att minska arbetarnes antal, samt att de sjelfva kunna göra det, ifall de iakttaga nyssanförda reglor.

Dessa korta referat torde vara tillfyllest att återgifva hufvudragen af Malthus lära. Man kunde förutse att denna lära genast i början skulle såväl vinna medhåll, som möta motstånd. Så var också fallet. Den strid, som i följd häraf uppstod, fortgår än i dag och har vunnit ökad betydelse derigenom att flere förkämpar för den moderna socialismen hemtat stöd för sina yrkanden ur Malthus pessimistiska verldsåskådning. Emellan de nutida anhängarne af Malthus lära, de s. k. *Nymalthusianerne* och mästaren sjelf finnes dock en påfallande olikhet. Malthus var en religiöst sinnad man. Det medel, hvarigenom han ville förekomma den i hans tycke olycksbringande folktillväxten, skulle vara en på

strängt sedlig grund bygd kyskhet och återhållsamhet. I en med klarare inblick i förhållandena förenad större sedlighet hos menniskoslägtet, såg han alltså dess enda räddning. Nymalthusianerne deremot anse Malthus' yrkanden på sentida giftermål och återhållsamhet icke vara öfverenstämmande med naturens ordning. De påstå att ett iakttagande häraf skulle i såväl moraliskt som fysiskt afseende skada menskligheten, ty det skulle blott öka prostitutionen och fysiskt försvaga slägtet. Emellertid se äfven de i folkökningen hufvudorsaken till allt menskligt elände och framhålla hurusom utsigterna för framtiden blifva i detta afseende allt hopplösare ju mera civilisationen framskrider. Hos de vilda folken (framhålla de) äro de af Malthus benämnda destruktiva eller naturliga hindren vanligen tillräckliga att förekomma folktillväxten. Krig, barnamord, förtryck, hungersnöd, sjukdomar och farsoter decimera der folkstocken i fruktansvärd grad, men icke så bland de civiliserade. „Undersöka vi de civiliserade nationerna", säger en af Nymalthusianismens ifrigaste försvarare",[1]) så finna vi här en ny faktor verksam; naturens högsta produkt, den menskliga hjernan träder nu i spelet och det uppstår en ny art af verkande omständigheter. Männer, qvinnor och barn, hvilka i vilda tillståndet äro dömda till döden, få genom civilisationen sina lif förlängda; sjuka, hvilka svårigheterna i den vilda kampen om tillvaron skulle döda, blifva i hospitaler omsorgsfullt förplägade och genom skicklige läkare bibehållna vid lif. . . . medellifsåldern blir förlängd och mer och mer riktas eftertanken på medel att undanrödja orsakerna till de sjukdomar, hvilkas uppkomst man kan hindra". Krigen äro mindre blodiga, mördande epidemier äro sällsynta och hungersnöden har i följd af förbättrade kommunikationer, upphört. „Men för huru länge"? frågar författaren. Förr eller senare måste i hvarje land, hvarest vetenskapen sålunda stört naturens jemnvigt i det den aflägsnat de naturliga hindren för folktillväxten, en hungersnöd inträffa, som bringar elände och död åt otaliga. „Ur denna

---

[1]) Annie Besant: Das Gesetz der Bevölkerung. Berlin 1881 sid. 16.

synpukt", säger förf. „kan civilisationen knappast betraktas såsom en oblandad välsignelse".

Enligt Nymalthusianernas åsigt är följaktligen vidtagandet af preventiva åtgärder mot folktillväxten en lifsfråga för menskligheten; men då de funnit det af Malthus härför anvisade medlet opraktiskt, ha de icke tvekat att i stället föreslå medel, som såra anständigheten och bryta mot moralens bud. I London bildades år 1878 „The Malthusian league", hvars remarkablaste ledamöter voro den kände parlamentsledamoten Charles Bradlaugh och den sedermera från atheismen till den s. k. theosofin omvända Mrs *Annie Besant* och hvars ändamål är att agitera för en fri, af inga lagbud och straffbestämningar begränsad diskussion af befolkningsfrågan samt utbreda kännedom om lagarna för folkökningen, dess följder och medlen att förekomma densamma. Genom tidskrifter och flygblad har ligan drifvit propaganda för sina åsigter. Enskilda medlemmar ha till och med företagit sig att besöka arbetare- och andra fattiga familjer i deras hem samt lemna dem råd och anvisningar, huru de skola undvika en för stor afkomma. I sitt blinda nit går man ända derhän att offentligen förklara det utbredandet af kännedomen om dylika preventiva medel är den största tjenst, som man för närvarande kan göra menskligheten.

Annie Besants passionerade flygskrift *Law of population* vann särskildt en ofantlig spridning och öfversattes till flera främmande språk. Följderna af dessa den Malthusianska ligans sträfvanden synas nu redan framträda. I Stor-Britannien har alltsedan år 1879 nativitetsprocenten varit i ett konstant aftagande. Den utgjorde under decennet 1870—1879 3,5, nedgick år 1880 till 3,4, år 1884 till 3,3 och år 1889 till 3,0. Det torde icke vara förhastadt att tillskrifva Nymalthusianismen åtminstone någon andel i detta nedgående. Mrs Besant har visserligen för kort tid sedan offentligen förklarat att hon icke längre hyllar den nymalthusianska åskådningen samt att hon ogillar sin tidigare skriftställare verksamhet i dess tjenst; men i hvad mån hennes omvändelse kommer att inverka på f. d. meningsfrändernas öfvertygelse och sammanhållning får framtiden utvisa.

Malthus teori har, så vidt jag har mig bekant, icke omfattats af någon enda åtminstone mera framstående författare på befolkningsstatistikens område. Denna teori stöder sig också på antaganden, som icke ha någon grund i de verkliga förhållandena. Påståendet att folkökningen sker i en starkare proportion än tillväxten af subsistensmedel strider emot all erfarenhet. I hvarje land, der kulturutvecklingen icke stagnerat och der inga tillfälliga olyckor såsom krig, missväxter o. m. d. stört dess jemna gång, har välståndet stigit i högre grad än folkmängden. Man må med skäl framhålla arbetarklassens nödställda belägenhet i våra dagar; visst är att denna belägenhet i alla fall nu är vida bättre än fordom. Den föda arbetaren nu njuter är rikligare, bättre och hälsosammare än för ett eller flere sekel tillbaka, hans bostad är sundare och möjligheten för honom såväl att göra besparingar för framtiden, som att offra på nöjen och förströelser likaså större än förut. För att ådagalägga detta vill jag låna några siffror, hemtade ur den kände franske statistikerns E. Levasseur's förlidet år utgifna arbete *La population et la richesse.* Från 1820 till 1887 hade priserna i Frankrike på följande näringsämnen i runda tal stigit sålunda att priset på mjölk förhöjts med 10 %, på hvete med 25 %, på öl och kaffe med 32 %, på potäter med 50 %, på smör med 70 % och på kött med 120 %. Deremot hade priset på socker nedgått med 50 %. Samtidigt hade murarenes, timmermännens och snickarenas dagspenning i Paris ökats från 3 franc 25 centimer till 7 franc 50 c. à 8 franc. Tillökningen var sålunda öfver 130 %. Likaså hade under samma period grufarbetarnes i Anzin dagsaflöning ökats i medeltal med 167 %, jordarbetarnes i hela Frankrike under sista 100 år med 150 % o. s. v. Enligt en af fredsdomaren i Branne i departementet Gironde uppgjord kalkyl steg arbetsförtjensten derstädes om året, oberäknadt föda under arbetsdagarna, för ett nyssgift, arbetsfört par år 1790 till 220 francs och år 1890 till 600 francs. Afdragas lefnadskostnaderna (hyra, kläder, föda under vintern i hemmet, skatter och utskylder m. m.) enligt för hvardera tider gällande pris, återstod först-

nämnda år en behållning af 59 francs 25 centimer, och sistnämnda år af 223 fr. 75 c. Dessa exempel kunde ökas med otaliga andra, hemtade från snart sagdt alla länder, der undersökningar i detta afseende blifvit gjorda. Kasta vi en blick på de finska markegångstaxorna finna vi att medelpriset t. ex. på en tunna råg i Åbo län år 1800 utgjorde 7 riksdaler eller i nuvarande mynt 9 mk. 80 p. och på ett karl dagsverke i gårdens kost 12 skilling eller 37 p. År 1890 var rågtunnans medelpris i samma län 19 mark 79 penni och priset på drängedagsverket 1 mk. 50 p:ni. Det förra har alltså stigit med 102 procent det senare med 305 procent. Öfverallt ha arbetsprisen visat en tendens att stiga i större proportion än prisen på lifsmedel och öfverallt har sålunda arbetarnes möjlighet att lifnära sig blifvit lättare. Detta bevisar icke att tillgången på lifsmedel i följd af folkökningen skulle blifvit njuggare än förut, utan tvertom. Den pauperism och det elände, som trots allt detta mångenstädes äro rådande, äro direkta eller indirekta följder af flere samverkande orsaker, bland hvilka de moraliska (ss. lättja, håglöshet, dryckenskap, okunnighet m. fl.) icke äro de minst verksamma. Dessa orsaker ha funnits och finnas till i alla samhällen, både folkfattiga och folkrika. Folkökningens hämmande skall icke utplåna dem.

Ett icke mindre misstag begår Malthus i sina beräkningar öfver folkökningen. Man behöfver icke fästa sig vid den på bristfälliga och delvis felaktiga uppgifter antagna korta perioden af 25 år för folkmängdens fördubbling, hvilken förutsätter en vida större naturlig folkökning än i något land på jorden härintills veterligen egt rum. Vigtigare är att sjelfva jemförelsen af menskligheten med ett penningekapital, som tillväxer med ränta på ränta, endast blir ett teoretiskt antagande, utan stöd i verkligheten. Menniskornas antal på jorden är visserligen stadt i tillväxt, men alla försök att beräkna storleken eller hastigheten af denna tillväxt ha härintills fullkomligt misslyckats. Man kan, under förutsättning af att den andliga och materiela utvecklingen i ett land fortgår på lika sätt som härintills samt att inga olyckor inträffa,

med en viss grad af sannolikhet beräkna den tid, inom hvilken samma lands befolkning fördubblar sig, men beräkningen blir i samma mån orsäkrare, som den utsträckes till längre tidsperioder eller flere länder på en gång, emedan probabiliteten af att de förutsättningar, hvarpå beräkningen hvilar, skola slå in, blir allt mindre. Till hvilka konsekvenser hvarje med ränta på ränta verkstäld beräkning af folkmängden för en längre tid leder, visar redan det af Wappaeus framhållna exemplet att ett land som på Kristi tid hade en million invånare skulle med den ytterst låga tillväxten af en half procent om året, d. v. s. endast ungefär $^1/_7$ af den tillväxt Malthus antagit, vid början af detta århundrade redan haft en folkmängd af 8192 millioner, eller ungefär 6 gånger mer än hvad hela jorden för närvarande räknar inbyggare.

Men förutom dessa ur bristfälliga eller opålitliga källor härflytande misstag begår Malthus i fråga om beskaffenheten af de faktorer, med hvilka han räknar, ett ännu större fel. Han förbiser den menskliga individens betydelse, han förbiser att denna icke endast är konsument, utan äfven producent samt att dess produktionsförmåga är lika oberäknelig, som utvecklingen af dess intelligens. En stark nativitet hemtar icke ensamt åt en befolkning ett antal tärande medlemmar; den har också till omedelbar följd att inom denna befolkning hvarje lägre åldersklass är talrikare än närmast högre samt att sålunda också hvarje år ett större antal individer träder in i den arbetsföra delen af befolkningen, än som derifrån afgår. Produktionen af subsistensmedel står sålunda icke någonsin stilla, utan ökas år för år. Den beror icke af vissa efter längre eller kortare mellantider periodiskt återkommande ryck eller kraftansträngningar, utan rättar sig oaflåtligen efter lagen om tillgång och efterfrågan. Allmännare olyckor, såsom missväxter m. m. inträffa visserligen emellanåt och störa jemnvigten emellan folkmängd och subsistensmedel, men dessa olyckor hemsöka de folkfattiga länderna oftare än de folkrika och aftaga åtminstone i de civiliserade länderna i samma mån folkmängden ökas. Kampen mot naturen är nemligen såtillvida lik hvarje annan

strid, att den utkämpas lättare och med större utsigt till seger af en starkare än af en svagare här. Att vilja hämma folktillväxten, är derföre lika som om man ville hindra en stridande armé att erhålla nödiga förstärkningar.

Emot allt detta kan emellertid från Malthusianismens ståndpunkt invändas: jorden är i alla fall en begränsad storhet och dess förmåga att förse menskligheten med subsistensmedel följaktligen icke heller oändlig. Låt vara att folkökningen icke låter beräkna sig och att den i sjelfva verket är vida lägre, än som antagits. Med en stigande och allmännare utbredd civilisation skall den dock framskrida hastigare än förut, och den tidpunkt, då jorden är öfverbefolkad, måste alltså förr eller senare inträffa. Om Malthus lära också lider af fel i detaljerna, så är den dock sålunda i hufvudsak rigtig.

Till svar härå kan jag icke underlåta att anföra följande yttrande af den berömde franske nationalekonomen Paul Leroy-Beaulieu:

„Jag föreställer mig", yttrar han, „en vidsträckt okultiverad trakt, t. ex. Nordamerikas förenta stater före Européernes invandring. Detta ofantliga i jungfruligt tillstånd varande oodlade land är bebodt af några jägar stammar. Hvar och en af dem behöfver för att underhålla villebråd eller framalstra några sparsamma trädfrukter ett vidsträckt område; hundratals hektarer förslå knappast för hvarje individ. Efter förloppet af några sekler uppstår en vis man bland detta jägarfolk och säger med djupt allvar: jorden är begränsad; våra skogar äro inskränkta, vår öfverflödiga befolkning begynner lida brist på dofhjortar, rådjur och bufflar. Menniskan förökar sig för mycket och subsistensmedlen ökas icke. Hvarje ny person som kommer till vår stam förminskar enhvar af öfriga medlemmars andel. Folktillväxten framkallar först brist, sedan hungersnöd; ännu några årtionden och vi äro bragte till att lida brist på lifsmedel. Om menniskan icke gör våld på sig sjelf, icke undertrycker den mest ljufva och mest oafvisliga af sina naturinstinkter så skola skog och äng blifva alltför trånga för de talrika jägare, hvilka

der söka sin föda. Hungern skall göra menniskorna grymma; de skola vända mot hvarandra de vapen, hvilka de endast borde bruka mot djuren; de svagaste skola förgås och sjelfva de starkaste endast hafva en osäker tillvaro. Elände, förfall, brott, förtidig död, se der hvad en obegränsad folkökning skall hemta med sig åt våra oskyldiga jägare stammar. Om någon vild Malthus för flere sekler sedan i samhällenas första tidsålder skulle ha fört detta språk, så synes det som om man icke skulle kunnat haft någonting att genmäla deremot; argumenter skulle ha brustit för dem hvilka af moral och menniskokärlek varit böjda att blifva hans motståndare. Men se erfarenheten, mera uppfinningsrik och mera fruktsam än förnuftet, åtager sig att bevisa huru ytliga och förtidiga dessa den nyss omtalte vises iakttagelser och förutsägelser äro. Bland detta jägare folk ha några män, mera tänkande och med ett stillsammare lynne än de öfriga af stammen, kommit på ideen att samla lefvande några af de djur, som tjenade dem till föda, deraf bilda en hjord, instänga eller hålla dem på en lämplig betesplats och vaka med omsorg öfver deras bevarande och deras fortplantning. Med mindre möda ha de härigenom förskaffat sig både säkrare och ymnigare lifsmedel. Detta första försök lyckas och gör intryck på hela stammen. Småningom blir den från att ha varit jägare ett folk af herdar. Då begynner man märka att jorden är vidsträckt samt att dess resurser blifvit med bättre hushållning förstorade. I stället för några hundrade hektarer förslå nu några tiotal att underhålla enhvar individ, ja till och med en hvar familj. Invånarne finna det beqvämt i landet och ehuru mera närmade till hvarandra än förut äro de deraf mindre besvärade. De tillväxa och mångdubblas och detta fortfar flere sekel. Då vänder sig, för andra gången och utan att ha hört talas om sin föregångare i pessimismen, en herde af hög ålder och af ett begrundande sinnelag till folket: Barn, säger han, Gud gjorde betesmarkerna inskränkta; menniskan deremot har en drift att mångfaldiga sig i det oändliga. Hvarje dag blir vårt folk mera talrikt; emellertid kan landet icke föda mera boskapsjordar. Kasten en blick

på landet, der finnes icke ett hörn, som vår boskap icke genomlöper och afbetar. Våra lifsmedel kunna icke mera tillväxa. Hvarje nykomling i stammen, utöfver närvarande antalet invånare, beröfvar de andra en del af deras föda eller måste dö af hunger. Hvilken sorglig framtid bereda oss icke våra otyglade lustar! Återhållsamhet och celibat eller elände och undergång, sådana äro de två ytterligheter, emellan hvilka man måste välja. Han tystnar och man förstår hans åhörares bestörtning. Hvilka svar kunna de väl finna på ett språk, så klart, så förståndigt, så obestridligt? Menniskoslägtet är dömdt till hungersnöd eller återhållsamhet, detta synes tydligt. Se emellertid huru försynen, mera mild än våra dåraktiga farhågor föreställa sig den, kommer menniskan till hjelp. En herde sysselsätter sig under sina långa lediga stunder med att krafla upp en vrå och sår der vårdslöst några korn af ett allmänt grässlag; följande sommar finner han der en skörd, han upprepar experimentet, han utvidgar det och han har ett sädesfält. Ett litet område gifver honom föda för ett helt år. „Civilisationen" för att begagna ett vackert uttryck af Mikael Chevalier, „framträder med ett ax uti handen".

„Hafva vi", frågar Leroy-Beaulien, „uttömt serien af på hvarandra följande försök, genom hvilka samhället fortskrider under det det mer och mer skjuter bort gränsen för subsistensmedlen? Ingalunda". Han erinrar om hvilken hög grad af utveckling jordkulturen fortfarande är mägtig, erinrar om att den aldra största delen af jorden ännu knappast blifvit vidrörd af kulturen samt slutligen att den menskliga anden ännu ingalunda sagt sitt sista ord i fråga om nya upptäckter på detta område.

Det kan icke förnekas att i en ändlig tillvaro en gräns måste finnas för allt, således också såväl för jordens produktionsförmåga, som för den menskliga andens utveckling; men tidpunkten, då vi uppnå denna gräns, kan ännu ingen förutse eller ana. Astronomer och geologer förutspå en tid, då vår planet hunnit så långt i afsvalning att hvarje organiskt lif på densamma upphör och den såsom ett obebodt

öde klot rullar i den ändlösa rymden. En långsam förstelning blefve då slutet på allt lif. Det är mig obekant, huruvida förslag blifva uttänkta att förekomma denna hotande fara, men med samma skäl, som man sörjer öfver att menniskoslägtet skall förgås af hunger, kan man också sörja öfver att det skall frysa ihjäl. Hvilkendera probabiliteten är större, torde vara svårt att afgöra

Ehuru Malthusianismen såsom lära är jemförelsevis ny, har den dock i praktiken varit i användning långt dessförinnan, ja redan i den aflägsnaste forntid. Hos de flesta icke kristna folk ha föräldrarna och särskildt fadren haft makt och rätt att bestämma öfver den nyföddes lif som genast tillintetgjordes ifall fadren icke ville eller icke kunde försörja det. Spartanerne utsatte, såsom bekant, de nyfödda, som hade en svag eller ofelig kropp, att förgås i bergshålor. Med en framskridande civilisation ansågs dock detta förfaringssätt alltför barbariskt. Aristoteles godkände det icke, men förordade i stället fosterfördrifning såsom ett medel att förekomma familjens betungande med för många barn. Detta medel synes också ha blifvit användt redan af hans samtida icke så sällan. En öfverhandtagande yppighet och smak för vällefnad gjorde inom kort att fosterfördrifningarne i Grekland blefvo ganska allmänna. Historieskrifvaren Polybius anför såsom hufvudorsak till landets förfall och aftagande folkmängd att äktenskapen voro för litet fruktsamma, emedan de äkta makarna icke ville uppoffra något af sin beqvämlighet och lyx för efterkommande samt derföre önskade sig inga barn eller till det högsta ett à två sådana, åt hvilka de kunde lemna i arf en odelad förmögenhet. Samma företeelser upprepas sedan några sekler senare i Rom under kejsartiden. Njutningslystnaden och lyxen samt deraf föranledda öfverdrifna anspråk på comfort ställde också här hinder i vägen för äktenskaps ingående, samt lärde de gifta att så mycket som möjligt förekomma barnsbörder. Italiens folkmängd aftog tillföljd häraf år för år och var efter alla sannolika beräkningar vid tiden för folkvandringarnas utbrott vida mindre än under republikens dagar. Bland de orsaker, som påskyn-

dade Romarväldets fall, var folkmängdens aftagande ingalunda en af de minst vigtiga.

Men vi behöfva icke gå så långt tillbaka i tiden för att finna praktisk malthusianism tillämpad i vidsträckt grad. Det nutida Frankrike erbjuder exempel härpå. Här har den tilltagande njutningslystnaden i förening med åtrån att åt sina efterkommande kunna bevara en stor, odelad förmögenhet så djupt inträngt i hela nationen, att preventiva medel mot folktillväxten blifvit nära nog allmänna. Medelst anlitande af sådana har man kommit derhän att familjer med flere än två barn nu äro jemförelsevis fåtaliga samt att födelsernas antal i hela landet efterhand nedsjunkit till samma siffra som dödsfallens. Den naturliga folktillväxten minskas år för år och skall, ifall den fortgår i samma proportion som härintills, innan kort öfvergå till en årlig folkminskning. Året 1890 hade redan att uppvisa en dylik.

Nymalthusianerna kunna icke nog prisa denna det franska folkets klokhet och omtanke om framtiden. De framhålla hurusom Frankrikes materiela välstånd och rikedom deraf blifvit en följd. Låtom oss emellertid se, huru det förhåller sig härmed.

Frankrike är ett af naturen rikt land. Dess idoga och sparsamma befolkning har i hög grad uppdrifvit åkerbruket, handeln och industrin derstädes. Inkomsten af dessa näringar äfvensom af räntan på de besparade kapitalen beräknas lemna en behållning, som ökar nationalförmögenheten med 1 à 1 $^1/_2$ milliard francs om året. Det kan icke betviflas att besparingarna blifva så stora just emedan hvarje familj har ett ringa antal munnar att föda, samt emedan den arbetsföra delen af befolkningen till följd häraf är relativt eller i procent till folkstocken talrikare än i andra länder. Men är pauperismen i Frankrike derföre i aftagande, eller mindre än annorstädes? Är sedetillståndet bättre och brottens antal färre? Med ett ord är det menskliga eländet i Frankrike mindre än annorstädes, eller jemförelsevis med hvad fallet är i andra länder, stadt i aftagande.

Jag vill belysa detta med några siffror hemtade från Frankrikes officiela statistik. Antalet af fattigvården underhållne och understödde personer utgjorde i Frankrike

år	1875	1,247,722
›	1880	1,442,440
›	1882	1,449,330 och
›	1885	1,778,354.

Sistnämnda år vårdades dessutom på allmän bekostnad, dels i barnhem, dels såsom inackorderade hos enskilda 66,560 barn, deraf 2095 voro hittebarn, 52,871 af föräldrar öfvergifna och 11,594 fader och moderlösa.

Dessa siffror äro talande. Under tio år hade således antalet fattighjon eller understödstagare i Frankrike ökats med 530,632 personer. Om också denna ofantliga stegring till någon del vore tillfällig och öfvergående, så qvarstår dock det obestridliga faktum att i ett land der jemnvigten emellan folkmängd och subsisttensmedel enligt malthusianismens åsigt icke borde ha blifvit nämnvärdt störd, de fattiges antal icke blott icke minskats, utan tvertom konstant stigit och det, äfven med frånseende af möjliga abnormiteter under något enskildt år, i vida starkare proportion än folkmängden. För att ytterligare belysa dessa siffror vilja vi egna en blick åt liknande uppgifter från Tyskland. Här bilda natalitetsförhållandena en skärande kontrast till dem i Frankrike. Medan man i sistnämnda land på hvarje tusen invånare i medeltal numera knappast räknar 23 eller högst 25 nyfödde barn, framföder en lika stor folkgrupp i Tyskland 39 barn. Den naturliga årliga folktillväxten eller skillnaden emellan födde och döde är i Tyskland sju gånger större än i Frankrike. Om orsaken till det menskliga eländet, såsom Malthus lärer, vore att söka i folkökningen, borde följaktligen antalet af sådana olyckliga, som hemfallit under fattigförsörjningen, här vara ännu större än i Frankrike. Detta var dock icke fallet. År 1885 steg, likaledes enligt officiela statistiska uppgifter, antalet underhållna och understödde fattige i Tyska riket till 1,592,386 individer, således både

absolut och relativt mindre än i dess vestra grannland. I förhållande till folkmängden utgjorde nemligen fattighjonens antal sistnämnda år i Frankrike 4,65 procent, men i Tyska riket blott 3,37 procent. Jemförelsen med andra länder, i hvilka en stark naturlig folktillväxt är rådande, blir icke bättre. I England steg de af fattigvården underhållne och understödde individernas antal 1886 till 2,84 % af folkmängden och i vårt eget fattiga land (1887) till 3,56 %. Det må gerna medges att det materiela välståndet bland Frankrikes medelklass i allmänhet är större än i öfriga nämnda länder; obestridligt är i alla fall att den hämmade folkökningen derstädes icke bidragit att minska hvad Malthus kallar det menskliga eländet. Detta är tvertom bland denna stillastående folkmängd stadt i betänklig tillväxt. Såsom ytterligare exempel härför, må anföras att antalet vid de franska korrektionsdomstolarne åtalade och sakfällda lösdrifvarne år 1875 utgjorde 8,886, år 1881: 12,926 och år 1885: 19,038 samt af sakfälde tiggare förstnämnda år 7,152 år 1881: 8,370 och är 1885: 11,314. Om man också åt dessa siffror icke skulle vilja tillerkänna en positiv bevisningskraft, så kan dem dock icke frånkännas en negativ sådan. De ådagalägga åtminstone att lösdrifveri och tiggeri i Frankrike ingalunda minskats. Mot detta sociala onda har Malthusianismen alltså visat sig vara ett fullkomligt kraftlöst botemedel.

Den praktiska tillämpningen af nymalthusianismens läror hotar emellertid att bringa den franska nationen utför en sluttande plan, från hvilken uppstigandet blir allt svårare, ju längre det lider. Under det de andra stora kulturfolken år för år tillväxa i en proportion, som icke blott tillför förstärkta krafter åt deras andliga och materiela arbeten, utan derutöfver ännu lemnar öfverskott till storartade kolonisationer och utflyttningar, förblir franska folket vid ungefär samma numerär, som förut, samt sjunker sålunda vid sidan af de andra allt mer och mer i betydenhet och politisk maktställning. Framstående och patriotiskt sinnade franska författare på demografins område ss. Bertillon, Levasseur o. a. ha upprepade gånger för sina landsmän framhållit detta sorgliga

framtidsperspektiv, men förgäfves. Mot sjelfviskheten och förvärfsbegäret synes t. o. m. en vädjan till den patriotiska känslan bli kraftlös.

Och dock är icke en stagnation i folktillväxten det största onda, hvarmed franska nationen, ifall den fortgår på samma bana, hotas. Det är fara värdt, att det går med Frankrike såsom det fordom gick med Grekland och Rom, eller att den genuina befolkningen efterhand aftager och ersättes af inflyttningar från andra folk. Nu redan begynna dessa inflyttningar ske i en skala, som i Frankrike väckt bekymmer. Deremot tilltager den äktenskapliga steriliteten der i en betänklig grad. Af 1000 äktenskap voro år 1886 der i medeltal icke mindre än 328 barnlösa. Frånräknas nyssingångna äktenskap, kan man antaga att ungefär en femtedel af alla giftermål, som i Frankrike afslutas, förblifva ofruktsamma. Den våldförda naturen hämnar sig sålunda sjelf och håller sig icke inom de gränser, som en kortsynt klokhet och beräkning utstakat för densamma. Man har ytterligare anmärkt att de generationer, som födas till verlden bland en befolkning, der naturen på sådant sätt våldföres äro i fysiskt afseende försvagade. En nation kan förliknas vid en lefvande organism. Växten, som genom yttre tvångsmedel hindras att naturligt utveckla sig, bär på sina hopkrympta qvistar små och svaga blad; så också nationen. Härtill kommer att nu berörda generationer äfven i sedligt afseende hota att depraveras. I familjer med endast ett eller två barn är barna tukten oftast sämre än i familjer, der flere barn finnas. Hos de förra öfvergår nemligen föräldraömheten lättare till klemighet och slapphet. Det enda barnet blir vanligen den medelpunkt i familjen, kring hvilket allt rör sig och hvars minsta önskningar alla uppfylla. Vördnaden för föräldramyndigheten, som hos barnet är detsamma som vördnaden för det sedligt rätta, förslappas sålunda och förmågan att beherrska sina lidelser väckes och näres icke under beröring med lika berättigade och med samma ömhet omhuldade syskon. Afsedt från enskilda fall, på hvilka individuela förhållanden utöfva sitt inflytande, äro obestrid-

ligt de allmänna garantierna för en sund barnauppfostran störst der, hvarest förutom föräldravården äfven syskonbandet tillkommer såsom bärare af de ungas sedliga rättsmedvetande. De materiela förmåner, som föräldrar till endast ett eller två barn lemna dessa i arf, ernås sålunda blott med uppoffring af förmåner i intellektuelt och moraliskt hänseende, hvilkas betydelse i det enskilda måhända icke alltid är förnimbar, men då det gäller en folkklass, en släkt eller en nation utan tvifvel, sedan uppmärksamheten derå blifvit fäst skall blifva klar, och derföre icke bör underskattas. En undersökning åt detta håll skulle dock föra oss för långt utom ämnet.

Från Nymalthusianismens förvillelser måste Malthus sjelf fritagas. Hans angrepp mot det då rådande föreställningssättet att genom lagbud och premier på ett konstladt sätt påskynda folkökningen var berättigadt, likasom också det varningsrop han höjde mot ett lättsinnigt afslutande af äktenskap, men han misstog sig såväl i sina beräkningar öfver folktillväxten, som i sin tro att dennas hämmande vore ett botemedel mot sociala missförhållanden och menskligt elände. Tillämpad i praktiken är Malthus' och ännu mera hans moderna anhängares lära tvertom ett våldförande af naturen, hvilket såsom allt dylikt våldförande hemtar med sig åt menskligheten ett fysiskt och moraliskt ondt, som gnagar på dess lifskraft.

IV.

Den nya elektrokemiska teorin.

Föredrag vid Finska Vetenskaps-Societetens årshögtid
den 29 April 1892

af

Edv. Hjelt.

Jämt 60 år ha förflutit sedan den bekanta klassiska undersökning af forskareparet *Liebig* och *Wöhler* offentliggjordes, hvilken *Berzelius* betecknade såsom en morgonrodnad, som bådade en ny dag för den organiska kemin. Och *Berzelius* tog härvid icke miste. En ny dag hade randats, ett nytt och allt klarare ljus började kasta sina strålar på den organiska kemins vida fält och framkallade en växt mångfaldigare och yppigare än man vågat drömma om. Men hvad *Berzelius* icke såg eller anade, då han med glädje hälsade den nya gryende dagen, var att den skulle medföra undergång åt det kemiska system han skapat, åt den elektrokemiska teorin, hvilken under årtionden var kemisternes fäste i deras försök att tolka de kemiska företeelserna. Denna teori grundade sig på de oorganiska föreningarnas kemiska förhållanden. På de organiska föreningarna visade sig den dualistiska uppfattningen icke tillämpbar och så fick hela den på antagandet af elektrokemiska motsatser grundade teorin falla för att lämna plats för ett unitärt betraktelsesätt. Den oorganiska kemins glansperiod var förbi och den organiska kemin trädde i förgrunden. Under de sex årtionden som gått har den fortfarit att mer än något annat område

taga kemisternes intresse och forskningsarbete i anspråk. Resultaten af detta arbete hafva varit synnerligen omfattande. Tusental nya föreningar hafva framstälts och undersökts. Deras relationer till hvarandra hafva faststälts. Den organiska syntesen har nått en höjd, som icke ligger långt från dess yttersta mål. En mängd af de i den organiska naturen förekommande ämnen, hvilka öfverhufvud kunna blifva tillgängliga för den kemiska syntesen, jag vill endast nämna vegetabiliska färgämnen, alkaloider och sockerarter, hafva på rent konstgjord väg framstälts. Och dessa synteser äro icke en frukt af slumpen eller af ett experimenterande på måfå. De förutsätta en genom mödosamt experimentelt och spekulativt arbete förvärfvad noggrann kännedom om föreningarnas inre sammansättning eller deras atomistiska konstitution, om det sätt hvarpå atomerna binda hvarandra i föreningarnas minsta delar, molekyler. I en förening sådan som t. ex. drufsocker, hvars molekyl innehåller sex atomer kol, tolf atomer väte och sex atomer syre, känner man hvarje enskild atoms funktion och kan genom en grafisk framställning åskådliggöra, huru hvarje enskild atom är bunden vid de öfriga. Och äfven hos ämnen med en vida mer komplicerad sammansättning än det anförda ämnet äger, har man kunnat fullständigt utröna den atomistiska konstitutionen. Men man har tagit ännu ett steg längre. Erfarenheten har visat, att föreningar finnas, hvilka hafva samma konstitution, hvilkas sammansättning måste uttryckas genom samma grafiska framställning eller formel i planet, dock visa inbördes olikheter. Detta förhållande har tvungit till försök att utröna orsaken härtill, hvilken måste ligga i atomernas geometriska gruppering eller lagring i rummet. Tack vare förnämligast *van't Hoffs* och *Wislicenus'* snillrika spekulationer har det lyckats att i många fall klargöra äfven dessa förhållanden och fastställa föreningarnas stereokemiska struktur, hvilket utgör ett af de betydelsefullaste under senare år gjorda framsteg på den organiska kemins område.

Man kan à priori bestämma, huru många föreningar

med en viss sammansättning äro möjliga och hvilken atomistisk struktur och, i någon mån, hvilka egenskaper de böra äga. Man kan i tanken uppkonstruera nya obekanta föreningar och förutse t. ex. deras natur af färgämne eller deras fysiologiska invärkningar o. s. v. Man går sedan till framställning af dem och man finner förhållandet sådant man beräknat. Man kan icke undra öfver, att uppgifter af denna art i så hög grad fängslat kemisterne, att de med förkärlek kastat sig på studiet af detta rika och fruktbringande område. I forskningen, sådan den under senare årtionden bedrifvits inom den organiska kemin, ligger i själfva verket ett egendomligt behag. Vid sidan af det skarpa logiska tänkandet rymmes nämligen här en icke ringa plats åt fantasin, hvilket framkallar en njutning, i viss mån jämförbar med den konstnären vid sitt skapande arbete känner. Något som man kunde kalla kemisk känsla eller kemisk instinkt låter forskaren på detta område förutse eller ana företeelser, hvilka icke gifva sig tillkänna i någon i ord uttryckbar lag, och till hvilka han icke endast genom exakt öfvervägande kunnat sluta.

Redan häraf framgår, att denna forskningsriktning rört sig väl på empirisk men icke på strängt matematisk-fysikalisk grund. Förutsättningarna härför hafva i kemins nuvarande utvecklingsskede saknats och de många nya uppgifterna och problemen inom den organiska kemin, som närmast förelegat forskningen, hafva alldeles naturligt skjutit de stora kemiska grundproblemen åt sidan. I afseende å frågan om de kemiska företeelsernas väsende, deras orsak, hvad den kemiska affiniteten, hvad valensen är, derom äga vi dels ingen kunskap, dels endast osäkra och vacklande föreställningar och till deras utredande hafva de nämda forskningarna på den organiska kemins område icke i högre grad direkt bidragit. Emellertid kan endast lösandet af dessa fundamentalproblem gifva kemin en sådan grundval, att en exakt matematisk-fysikalisk uppfattning och behandling af de kemiska företeelserna är möjlig och till en sådan måste ju kemin sträfva. De rena kemiska forskningsmetoderna

räcka härför icke till, utan måste kemisten härvid taga de fysikaliska metoderna till hjelp.

Den allmänna kemin, hvars uppgift utgör utrönandet af de allmänna kemiska grundlagarna måste, om också icke uteslutande, dock väsendtligen bygga på den fysikaliskt-kemiska forskningens resultat. Vid den egendomliga utveckling den organiska kemin under de senaste sex decennierna undergått, har denna mot det allmänt kemiskt riktade forskningen väl fått träda i bakgrunden, men alldeles försummad har den dock icke blifvit. För atomviktbestämningen har under denna tid en exakt grund blifvit lagd. Jämförelsen mellan elementens egenskaper och atomvikter har — förnämligast genom *Mendelejeff* och *L. Meyer* — ledt till upptäckten af lagen för elementens periodicitet, för hvilken de noggranna matematiska uttrycken väl ännu saknas, men hvilken dock möjliggjort förutberäkning af obekanta element och deras egenskaper. Värmeföreteelserna vid de kemiska processerna hafva ingående undersökts, särskildt af *Berthelot* och *Thomsen*. *Bertholleis* redan i början af århundradet utförda undersökningar öfver massans inflytande på förloppet af de kemiska företeelserna hafva vidare utvecklats af *Guldberg* och *Waage* m. fl. forskare. Reaktionshastigheten vid de kemiska processerna och därmed sammanhängande frågor hafva varit föremål för särskilda arbeten. Från det optiskt-kemiska gebitet hafva vi närmast att anteckna de spektralanalytiska undersökningarna, vid hvilka *Kirchoffs* och *Bunsens* namn äro oskiljaktligt förknippade. Ljusbrytningsförmågan särskildt hos organiska föreningar hafva varit föremål för särskilda forskares, såsom *Landolts*, *Gladstones* och *Brühls* arbeten, hvilka lämnat vigtiga teoretiska resultat. Öfverhufvud har förhållandet mellan fysikaliska egenskaper och inre sammansättning i flere afseenden klarställts och vill jag bland forskare, som på detta kemins och fysikens gränsområde inlagt stor förtjenst, nämna den nyligen aflidne åldrige *Herman Kopps* namn. Alla dessa undersökningar representera vigtiga förarbeten för en allmän fysikalisk eller mekanisk uppfattning af de kemiska

öreteelserna. Sjelfva målet ligger ännu i ett aflägset fjärran. Emellertid har under de senare åren forskarenes uppmärksamhet mer och mer börjat riktas mot detta håll och kemisterne hafva själfva börjat bearbeta områden, hvilka hittills företrädesvis legat i fysikernes händer. Det är väl förnämligast *Ostwalds*, numera professor i fysikalisk kemi i Leipzig, förtjenst att hafva samlat krafterna på detta område till ett gemensamt arbete, samt icke blott genom egna forskningar utan framförallt genom sin betydande skriftställareverksamhet, genom sina läroböcker och sin tidskrift, länkat kemisternes uppmärksamhet ocb intresse åt problemen och resultaten inom den fysikaliska kemin. Man kan med skäl säga, att han skapat en ny skola inom kemin, hvilken med säkerhet i väsentlig mån kommer att invärka på utvecklingsriktningen inom denna vetenskap.

Det kan icke här komma i fråga att lämna ens en flyktig öfverblick öfver alla de på fysikaliska kemins område vunna resultaten — dertill äro de redan alltför omfattande och rika. Jag vill åtnöja mig med att framlägga en af denna forsknings vackraste frukter från de senaste åren.

För hvar och en som helst något gjort bekantskap med fysikens läror är ju kändt, att alla gaser — vare sig enkla eller sammansatta och oberoende af deras natur — gentemot förändringar i tryck och temperatur förhålla sig fysikaliskt lika. Detta kan icke förklaras annorlunda än, att lika volymer af alla gaser under samma tryck och vid samma temperatur innehålla samma antal minsta delar, molekyler. Denna sats, hvilken uppstäldes redan i början af innevarande århundrade, bär *Avogadros* namn. Såsom ett korollarium till denna sats följer, att gasernas molekylarvikter äro proportionela med deras specifika vikter eller hvad man kallar gastätheter. Om en volym af en gas väger 10 gånger mer än en lika volym af en annan, så är äfven vikten af hvarje den förra föreningens molekyl 10 gånger större än den senares. Härpå har grundat sig möjligheten att bestämma såväl elementens som de kemiska föreningarnas molekylarstorlek. Dessa enkla förhållanden bero därpå, att

materien i gasform befinner sig i starkt fördeladt tillstånd, att molekylerna äro på ett i förhållande till deras egna dimensioner mycket stort afstånd från hvarandra. Molekylerna värka då icke genom sin speciela beskaffenhet utan endast genom sitt antal. Den holländska kemisten *van't Hoff* har nu visat, att samma enkla lagar, som gälla för gaser äfven framträda, då materiens fördelning åvägabringas på annat sätt, nämligen sålunda, att ämnet befinner sig i en utspädd lösning. Detta förhållande, till hvilket *van't Hoff* kommit på teoretisk väg, blef bekräftadt genom empiriska försök af *Raoult* och andra. Samma antal molekyler af olika ämnen, lösta i lika mängder af samma lösningsmedel, utöfva samma fysikaliska effekt, särskildt med hänsyn till lösningens stelningspunkt, dess ångtension ock osmotiska tryck.

Om man har en lösning af t. ex. socker i vatten och gjuter derpå ett skikt af rent vatten, så hålla sig de båda vätskorna icke i detta tillstånd, utan sockret utbreder sig äfven i det tillsatta vattnet, tills en homogen lösning erhålles. Har man deremot lösningen och vattnet åtskilda genom en s. k. halfporös vägg, genomsläppes af denna väl vatten men icke det lösta ämnet. I kärlet visar sig ett tryck, det s. k. osmotiska trycket, hvilket kan mätas, om man förenar kärlet med en manometer. Detta tryck är proportionelt med sockerlösningens koncentration och temperatur och har samma värde som det tryck sockret skulle utöfva, om det skulle befinna sig i gasformigt tillstånd i samma rum lösningen intager. Detta förhållande gäller alla lösliga ämnen. Den lag, som reglerar det osmotiska trycket, sammanfaller med den *Boyle-Mariotteska* lagen för gaser. Äfven här bestämmes effekten endast af molekylernas antal och lösningens temperatur, den är oberoende af molekylernas natur och storlek. Det osmotiska trycket af lika viktsmängder af olika ämnen i lika mängd lösningsmedel af samma temperatur står således i omvändt förhållande till ämnenas molekylarvikter. Väger ett ämnes molekyl 10, ett annats 20, så åstadkommer 10 gram af det förra ämnet dubbelt så stort tryck som samma mängd af det andra.

Vi känna ju alla, att salthaltigt vatten fryser vid lägre temperatur än rent vatten. Det gäller såsom allmän regel, att då ett fast ämne löses i vatten eller någon annan vätska, dennas fryspunkt sänkes. I utspädda lösningar följer denna sänkning af stelningstemperaturen samma enkla lagar som nyss anfördes för osmotiska trycket. Samma antal molekyler af olika ämnen åstadkomma samma sänkning. Lösningar således, som innehålla sådana mängder af olika ämnen, hvilka förhålla sig till hvarandra som dessa ämnens molekylavigter, hafva samma stelningspunkt och detta gäller icke blott för vatten utan äfven för andra vätskor, hvilka antaga fast form.

Likaså minskas en vätskas ångtryck eller hvad som är detsamma, dess kokpunkt stiger, då en fast kropp upplöses i vätskan och denna förändring står äfven den vid lika kvantiteter i ett omvändt förhållande till de lösta ämnenas molekylarvikt. Lika antal molekyler af olika ämnen åstadkomma således samma kokpunktsförhöjning.

På grund af dessa förhållanden kan man i derför konstruerade apparater utröna molekylarvikten hos fasta ämnen genom att bestämma t. ex. den sänkning af stelningspunkten eller höjning af kokpunkten en viss mängd af ämnet åstadkommer, då det löses i en viss mängd af något lösningsmedel. Under det man förut för detta ändamål uteslutande var hänvisad till relationen mellan gastätheten och molekylarvikten och således endast de ämnens molekylarstorlek med säkerhet kunde bestämmas, hvilka kunde bringas i gasform, äro numera icke förgasbara ämnen tillgängliga för dylik bestämning, en omständighet, hvilken för kemin, såväl den allmänna som speciela, är af utomordentlig vikt. Men detta utgör icke det väsendtligaste utbytet af ofvannämnda fysikaliskt-kemiska undersökningar.

Vi hafva betecknat de anförda relationerna såsom ägande allmän giltighet. Emellertid finnas ämnen, hvilka gifva helt andra värden, än man ur deras antagna molekylarsammansättning kan förutse, och dessa värden, vare sig det gäller osmotiska trycket, stelningspunktens sänkande eller

ångtrycksminskningen, äro alltid större än de teoretiskt beräknade. Dessa afvikelser tillkomma icke ämnena såsom sådana, ty i alkohol och eter, så vidt de deri äro lösliga, visa de normala värden, endast i vattenlösning förhålla de sig abnormt. Orsaken kan naturligtvis icke heller ligga i lösningsmedlet, emedan de flesta ämnen i vattenlösning icke visa afvikelser från nämda regler, utan måste den sökas i en samverkan mellan det lösta ämnet och vattnet. Förhållandet syntes till en början oförklarligt och stridande emot ofvannämda lagbundet.

Ett likartadt förhållande eger emellertid rum hos en del ämnen, då de öfverföras i gasform. Äfven härvid erhåller man stundom en större volym än man beräknat eller, hvilket är detsamma, på den beräknade volymen ett större tryck. Orsaken härtill vet man vara den, att ämnets molekyler vid förgasningen dissociera d. v. s. sönderfalla i enklare molekyler, hvilka hvar för sig fylla samma rum som det ursprungliga ämnets molekyler skulle intaga och således äfven hvar för sig utöfva samma effekt som dessa. T. ex. en viss mängd salmiak (klorammonium) intager vid förgasning dubbelt större rum, än man ur dess molekylarstorlek beräknar. Orsaken är den, att salmiakmolekylerna sönderfalla i ammoniak och saltsyremolekyler, hvilka hvar för sig intaga lika mycket och således tillsammans dubbelt så stort rum, som salmiakmolekylerna skulle intaga, om ämnet osönderdeladt skulle förgasas.

De ämnen, hvilka i vattenlösning visa nämda afvikelser, äro antingen salter, syror eller baser. Alla dessa ämnen hafva det gemensamt, att de ega förmågan att leda elektricitet, de äro hvad man kallar elektrolyter. Det var svensken *Svante Arrhenius,* hvilken år 1887 just i denna omständighet fann nyckeln till en förklaring af ofvannämda skenbart abnorma förhållanden och på samma gång riktade den allmänna kemin med en ny fruktbringande teori, den elektrolytiska dissociationsteorin. Vid syrors, basers och salters lösande i vatten skulle nämligen äfven en dissociation äga rum, men icke en vanlig sådan utan en elektrolytisk disso-

ciation, d. v. s. molekylens sönderfallande i fria joner, hvilka emellertid såsom fritt rörliga delar af materien skulle hvar för sig utöfva samma effekt som molekylerna sjelfva.

Då en elektrisk ström ledes igenom en elektrolyt, genom en lösning af en syra, bas eller salt, sönderfaller föreningen så, att en del af ämnet afskiljes vid den pol, der strömmen inträder i lösningen, den positiva, en del vid den pol der strömmen utträder, den negativa polen. Ur klorkalium erhålles sålunda kalium vid den negativa, klor vid den positiva polen. Vid elektrolys af svafvelsyra afskiljer sig väte vid den negativa och resten af molekylen SO_4 (som sönderfaller i syre och SO_3) vid den positiva polen. Dessa elektrolytiska spjälkningsprodukter benämnas joner. Klorkaliums joner äro klor och kalium, svafvelsyrans väte och SO_4. Inom kemin har man nu tidigare gjort sig den föreställning, att det är den elektriska strömmen som sönderdelar elektrolytmolekylerna i sina joner. Erfarenheten har emellertid visat, att elektriciteten rör sig fullkomligt fritt i elektrolyten, och en sönderdelning af molekylen, hvilken skulle fordra ett visst arbete, göra ett visst motstånd, kan således icke äga rum. Fysikerna hafva också redan länge hyst den åsigt att i sjelfva lösningen måste finnas fria joner, och att elektriciteten rör sig i vätskan endast med dessa I en lösning af klornatrium (vanligt koksalt) skulle således finnas fria natriumatomer och fria kloratomer. Detta åskådningssätt har emellertid stött kemisterna för hufvudet. Antagandet af fritt natrium och fri klor i en oskyldig koksaltlösning, t. ex. i hafsvatten, har förefallit dem absurd och motbjudande. Fysikerne hafva derför äfven nöjt sig med att antaga endast ett ringa antal fria joner samtidigt i lösning och deras uppträdande endast för ett ögonblick.

Arrhenius anstälde nu en jämförelse mellan den elektriska ledningsförmågan hos elektrolyter och de värden, som hos dessa erhållas för det osmotiska trycket samt förändringarna i stelningspunkt ooh kokpunkt. Han fann en fullständig numerisk motsvarighet. Ju större ledningsförmåga lösningarna ega, desto större äro afvikelserna från de vanliga

lösningslagarna. Härur framgår otvetydigt, att syror, baser och salter i sina lösningar i större eller mindre grad sönderfallit i sina joner. Storleken af denna dissociation, antalet fria joner i förhållande till osönderdelad substans, kan bestämmas å ena sidan ur den elektriska ledningsförmågan och å den andra sidan ur värdena å de nämda afvikelserna. En utspädd lösning af klorkalium gifver nära dubbelt så stora värden som ur molekylarstorleken KCl beräknas. Klorkalium har således i vattenlösning nästan fullständigt dissocierat i sina joner, kalium- och kloratomer.

Såsom redan antyddes, har ett sådant betraktelsesätt icke velat låta förena sig med kemisternes hittills gängse föreställningar. Existensen af molekylrester och atomer i fritt tillstånd i lösning har synts betänklig och huru skulle t. ex. kalium förekomma fritt i vatten, utan att sönderdela detsamma? Kastar man ett stycke kalium på vattnet, äger ju omedelbart reaktion rum. Förhållandet ter sig emellertid annorlunda, om man gör situationen klar för sig. Då kaliummetall inverkar på vatten bildas kaliumhydrat. Detta är en stark bas, hvilken enligt dissociationsteorin bör sönderfalla i sina joner, kalium och hydroxyl. Kalium skulle således här förekomma i alldeles samma form som i en klorkaliumlösning. Den ur klorkalium frigjorda kaliumjonen bör således icke kunna åstadkomma någon invärkan på vattnet. Dessutom bör betänkas, att t. ex. kalium och klor såsom joner icke kunna äga samma egenskaper som fritt metallisk kalium eller fri klor. Jonerna äro atomer eller grupper med stark elektrisk laddning. Hvad detta egentligen vill säga, veta vi icke, men kunna väl tänka oss, att jonerna på denna grund äga helt andra egenskaper än samma ämnen i molekylärt oelektriskt tillstånd. Då de komma i beröring med polerna vid en galvanisk ström, afgifva de sin elektricitet och framträda under sin vanliga form, kaliumjonerna såsom kaliummetall, hvilken sönderdelar vatten, klorjonerna såsom fri klor och vätejonerna såsom fri vätgas.

Det torde sällan inträffat, att en teori haft en så snabb framgång som den elektrolytiska dissociationsteorin, sådan

den uppstäldes år 1887. Vid dess framträdande möttes den kanske först af någon indifferentism från kemisternes sida, men något allvarsammare motstånd har den icke rönt. Den har redan under sin korta tillvara på ett utomordentligt tillfredsställande sätt kunnat förklara en mängd fysikaliskt-kemiska och rent kemiska företeelser och riktigheten af dessa förklaringar eller förutsättningar hafva i många fall kunnat med matematisk noggranhet konstateras.

Jag vill här endast nämna några ord om dissociationsteorins inflytande på uppfattningen af affinitetsföreteelserna. De enskilda syrorna och baserna ega en mycket olika frändskapskraft. Den relativa styrkan hos denna har man på särskilda olika sätt kunnat bestämma. Det har visat sig vid empiriska försök, att denna relativa styrka är oberoende af den reaktion, i hvilken syran eller basen deltager. Vid saltbildningen, som äger rum mellan syra och bas, är syran affinitet oberoende af basens natur och omvändt basens affinitet oberoende af syrans natur. Affiniteterna hos de särskilda föreningarna kunna således uttryckas genom bestämda koefficienter. Om saltsyrans koefficient betecknas med 100 är salpetersyrans 98, svafvelsyrans 73, oxalsyrans 17 o. s. v. Undersöker man nu syrornas elektriska ledningsförmåga, får man för denna relativa värden, hvilka visa genomgående numerisk öfverensstämmelse med syrornas affinitetskoefficienter. Den elektriska ledningsförmågan utgör således ett mått på syrornas relativa affinitet och lämnar den bekvämaste metoden för dess bestämmande. Häraf framgår nu, att en syras affinität är proportionel med den elektriska ledningsförmågan och således äfven med antalet i fria joner dissocierade molekyler. Det är syrans dissociationsgrad som bestämmer dess affinitet. Vi hafva således icke, såsom man tidigare förestält sig, i affiniteten hos ifrågavarande ämnen att göra med en särskild kraft, som med olika styrka är verksam mellan de på hvarandra verkande ämnenas minsta delar, utan storleken hos reaktionsförmågan är endast beroende af antalet fria joner. Stå tvänne syror på samma dissociationsgrad, så äro de, allde-

les oberoende af deras sammansättning och natur i öfrigt, lika starka, hafva samma affinitet. Är dissociationen fullständig, har affinitetens maximum uppnåtts och detta är i det närmaste fallet med saltsyran. Hvad som betingar den olika dissociationsgraden hos olika syror är en sak för sig och derom känner man tillsvidare föga, och för belysande af denna fråga kommer säkert den organiska kemins rika material att blifva af största betydelse. Så mycket vet man, att den väsendtligen är beroende af såväl elementarsammansättningen som atomernas anordning i molekylen.

Hvad här nämts, gäller nu icke blott syror utan äfven öfriga elektrolyter. Reaktionsförmågan hos alla dessa ämnen går hand i hand med den elektriska ledningsförmågan, d. v. s. är beroende af antalet fria joner. Vi måste antaga, att reaktioner, i hvilka elektrolyter deltaga — och det är ju fallet vid de allra flesta kemiska processer t. ex. alla de, hvilka förekomma i den oorganiska analysen — äga rum endast mellan fria joner icke emellan sönderdelade molekyler, alltså en väsendtligen annan uppfattning än den man hittills hyst.

Den knapt tillmätta tiden medgifver icke ett vidare och närmare ingående på de kemiska företeelserna, sådana de framstå i ljuset af denna teori. Det må endast helt allmänt nämnas, att en mängd kemiska reaktionsförhållanden genom densamma på ett utmärkt tillfredsställande sätt förklaras och att sjäfva uppfattningen af många de allra viktigaste företeelser fått en djupare och koncisare innebörd än förut varit möjligt.

Kemin går således åter för andra gången en elektrokemisk epok till möte. Då dualismen i *Berzelii* elektrokemiska teori icke kunde bringas i öfverensstämmelse med resultaten af forskningarna på den organiska kemins område, fick den falla ock med formen kastade man äfven bort innehållet. Nu söker kemin åter sin tillflykt och sitt fäste i en åskådning, uppvuxen ur samma rot, om också i väsendtligen förändrad gestalt, och uppslaget härtill har i väsendtlig mån erhållits just genom studiet af organiska före-

ningar, ett nytt bevis på idéernas kretslopp. Det är egendomligt, ehuru knappast en tillfällighet, att det är en svensk man, en *Berzelii* landsman, den förnämsta förtjensten tillkommer att hafva återknutit bandet mellan de kemiska och de elektriska företeelserna.

Den elektrolytiska dissociationen är endast *en* frukt af de senare årens forskningar på den fysikaliska kemins område, om också den som ägt den största betydelse för den allmänna kemin. Området har erbjudit och erbjuder fortfarande ett vidsträckt fält för vetenskapligt arbete. Att döma af tidens tecken kommer den kemiska forskningen att i den närmaste framtiden inslå en riktning åt detta håll. Den organiska kemin, liksom experimentalkemin öfverhufvud har väl ännu ingalunda spelat ut sin roll, om också dess viktigaste värf är fyldt och dess egentliga glansperiod förbi. Många viktiga problem återstå och komma alltid att återstå äfven för forskningen på detta område. Men jag tror mig icke taga miste, om jag uttalar den förmodan, att den nuvarande tidpunkten för dem, som i en framtid komma att skildra kemins utveckling, skall framstå såsom begynnelsen till en ny period i denna vetenskaps historia, den fysikaliska kemins eller kanske rättare den allmänna kemins tidehvarf.



Förteckning

öfver de skrifter, som blifvit till Finska Vetenskaps-Societeten förärade ifrån den 25 Maj 1889 till den 23 Maj 1890.

Kejserliga Senaten för Finland.

Storfurstendömet Finlands Författnings-Samling 1890 n:o 30—32, 1891 n:o 1—47.

Suomen Suuriruhtinanmaan Asetus-Kokoelma 1890 n:o 30, 31, 1891 n:o 1—47.

Сборникъ постановленій Великаго Княжества Финляндскаго 1890 № 23, 25, 26, 28—32, 1891 № 1—32, 35—42, 44, 46, 47.

Finska Läkaresällskapet.

Handlingar B. XXXIII (1891) 5—12, XXXIV (1892) 1—4.

Förhandlingar vid Finska Läkaresällskapets trettonde allmänna möte d. 17—19 Sept. 1891.

Förteckning öfver F. Läkaresällskapets boksamling af L. W. Fagerlund.

Suomen Historiallinen Seura.

Historiallinen Arkisto V. 11.

Todistuskappaleita Suomen historiaan. II. Asiakirjoja, jotka valaisevat Suomen kameralisia oloja. V. 1.

Svenska Literatursällskapet i Finland.

Skrifter. XI. Åbo Akademis Studentmatrikel å nyo upprättad af W. Lagus. H. 2, 3. — XIX. Åbo Univ:ts Lärdomshistoria. 3. Historien. — XX. Förhandlingar och Uppsatser. 6. 1890—92.

Societas pro Fauna et Flora Fennica.

Acta. Vol. VI, VII.
Meddelanden H. 16.

Sällskapet för Finlands Geografie.

Fennia H. 4.

Geografiska Föreningen i Finland.

Tidskrift redig. af R. Hult. Årg. III (1891) 3—6, IV (1892) 1, 2.

Juridiska Föreningen i Finland.

Tidskrift 1891 2.

Statistiska Byrån i Finland.

Bidrag till Finlands officiela Statistik. XVIII. Industristatistik 6. Fabriker och handtverkerier 1889 2.

Industristyrelsen i Finland.

Meddelanden H. 15.
Finlands geologiska undersökning. Kartbladen 18—20 med beskr. af J. J. Sederholm och W. Ramsay.

Kejserl. Finska Hushållningssällskapet.

Handlingar för år 1890.
Kejserl. Finska Hushållningssällskapets Stadgar 1891.
Kirjaisia kansalle N:o 14.
Berättelse om verksamheten vid K. Finska Hushållningssällskapets kemiska och frökontrollstation i Åbo 1891.
Hållbarheten hos helmjölk, grädde, surmjölk och smör, af G. Grotenfelt.
Ängsmasken, dess härjningar i Finland och medlen till dess bekämpande, af O. M. Reuter.
Niittymato, sen tuhotyöt Suomessa ja keinot niiden ehkäisemiseksi, kirj. O. M. Reuter.
Käytännöllinen Maanviljelys-Oppi, toim. A. Wartiainen.

Åbo stads historiska Museum.

Bidrag till Åbo stads historia. VII. Utdrag ur Åbo stads dombok år 1635, utg. af T. Hartman.

Domkapitlet i Borgå.

Domkapitel-arkivet i Borgå, ordnadt och förtecknadt af J. A. Lindelöf.

Special katalog öfver Domkapitels-arkivet i Borgå, utg. af Ad. Neovius. I. Kungabref 1678—1750.

L'Académie imp. des sciences de S:t Petersbourg.

Mémoires. VII:me Série T. XXXVII 8—13, XXXVIII 1—3.
Bulletin. Nouvelle Série T. II 1, 2.
Записки Т. LXII, LXIII 1, 2.
Mélanges asiatiques T. X 1.
Mélanges physiques et chimiques T. XIII 1.
Mélanges biologiques T. XIII 1.
Beiträge zur Kenntniss des russischen Reiches. 3:te Folge B. VII.
Kurdische Sammlungen. II Abth. Erzählungen u. Lieder im Dialekte von Bohtan, ges., herausgeg. u. übersetzt von A. Socin. a), b).
Опытъ Словаря Тюркскихъ нарѣчій В. Радлова. Вып. 4.
Ornithographia Rossica von Th. Pleske. B. II 3, 4.
Научные Результаты путешествій Н. М. Пржевальскаго по центральной Азіи. Отд. зоологическій. Т. I 4, II 2.
Ehstnisch-Deutsches Wörterbuch von F. Wiedemann. 2:te Aufl. redig. von J. Hurt. Lief 1.

Das physikalische Central-Observatorium Russlands.

Annalen, herausgegeben von H. Wild. Jahrg. 1890 1, 2.

Геологическій Комитетъ С. Петербургъ.

Труды. Т. XI 2.
Извѣстія Т. IX 9, 10, X 1—9.
Русская Геологическая Библіотека VI (1890).

Имп. Русское Географическое Общество.

Извѣстія. Т. XXVII (1891) 3—6.
Записки Отд. I по общей географіи Т. XXII 4. — II по отд. Этнографіи Т. XXI 1.

Отчетъ за г. 1890.
Труды Тибетской экспедиціи 1889—1890 гг. подъ начальствомъ М. В. Пѣвцова. Ч. II.

Импер. Археологическая Коммиссія.

Отчетъ за 1882—1888 гг. (съ Атласъ).
Матеріалы по Археологіи Россіи № 3—7.

Die Kaiserl. Universität zu Dorpat.

Verzeichniss der Vorlesungen 1890 2, 1891 1.
Personal der Kaiserl. Universität 1890 2, 1891 1.
Die Gefahr im Strafrecht, eine Festschrift von W. v. Rohland.
Akademiska Dissertationer 1890 47 st., 1891 52 st.

Die Naturforscher-Gesellschaft b. d. Universität Dorpat.

Schriften H. VII.
Sitzungsberichte B. IX 3.

Die gelehrte estnische Gesellschaft zu Dorpat.

Verhandlungen B. XV, XVI 1.
Sitzungsberichte 1891.

La Société imp. des Naturalistes de Moscou.

Bulletin 1890 4, 1891 1—3.
Матеріалы къ познанію Фауны и Флоры Россійской имперіи. Отд. зоологическій. Вып. I.
Meteorologische Beobachtungen 1890 2.

Математическое Общество въ Москвѣ.

Математическій Сборникъ Т. XV 4, XVI 1.

Общество военныхъ врачей въ Москвѣ.

Труды Т. VI (1890—91) 1.

Кіевское Общество Естествоиспытателей.

Записки Т. X 3, 4, XI 2.

Физико-математическое Общество при Казанскомъ Университетѣ.

Извѣстія II-ая сер. Т. I 1.

Уральское Общество любителей естествознанія.

Записки Т. XII 2.

Das physikalische Observatorium in Tiflis.

Meteorologische Beobachtungen im J. 1890.
Magnetische Beobachtungen im J. 1890.
Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens 1884, 1885.

Kongl. Svenska Akademien.

Handlingar ifrån år 1886. D. V.

Kongl. Vitterhets-, Historie- och Antiqvitets-Akademien.

Antiqvarisk Tidskrift för Sverige. D. VIII 3, 4, IX 3, X 6, XI 4.

Kongl. Bibliotheket i Stockholm.

Sveriges offentliga Bibliothek. Accessionskatalog 5 (1890).

Kongl. Universitetet och Vetenskaps-Societeten i Upsala.

Nova Acta reg. Societatis scientiarum Ups. Ser. III. V. XIV 2.
Upsala Universitets Årsskrift 1890.
Bulletin mensuel de l'Observatoire meteorologique de l'Université d'Upsal. Vol. XXIII (1891).

Götheborgs kongl. Vetenskaps- och Vitterhets-Samhälle.

Handlingar. Ny Tidsföljd. H. 20—25.

Kongel. Norske Frederiks-Universitetet og Videnskabs-Selskabet i Kristiania.

Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet Aar 1890 1—8.
Oversigt over Videnskabs-Selskabets Møder 1890.
Magnetische Beobachtungen und stundliche Temperaturbeobachtungen im Terminsjahre Aug. 1882—Aug. 1883, angest. auf d. Univ:ts Sternwarte in Christiania.
Supplement zu den Zonenbeobachtungen in Christiania, herausgeg. von H. Geelmuyden.
Norges gamla Love indtil 1387. B. V 1.
Viridarium Norvegicum — — af F. C. Schübeler. B. III.
Tillæg til Viridarium Norvegicum af F. C. Schübeler. I.
Etruskisch und Armenisch, von Sophus Bugge. Reihe I.

Briefe, Abhandlungen und Predigten aus den zwei letzten Jahrhund. des kirchl. Alterthums und dem Anfang des Mittelalters, von C. P. Caspari.

Det Norske Meteorologiske Institut.

Jahrbuch für 1888.

Det kongel. Norske Videnskabers-Selskab i Trondhjem.

Skrifter 1888—1890.

Bergens Museum.

Aarsberetning for 1890.

Tromsø Museum.

Aarshefter XIV (1891).

Det kongel. Danske Videnskabernes Selskab i Kiøbenhavn.

Skrifter. VI:te Række. Naturvidensk. o. mathem. Afd. B. V 3, VI 2, VII 2. — Histor. o. philos. Afd. B. I 1, III 2.
Oversigt over Selskabets Forhandlinger 1890 2, 3, 1891 1.

Carlsberg Laboratoriet i Kiøbenhavn.

Meddelelser. B. III 1.

Selskabet for Udgivelse af Kilder til Dansk Historie.

Aktstykker og Oplysninger til Rigsraadets og Stændermødernes Historie i Kristian IV:s Tid, udg. ved K. Erslev. D. I—III 1, 2.

Die kais. Leopoldino-Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher.

Verhandlungen. B. LV, LVI.
Leopoldina H. 25—27 (1889—1891).
Katalog der Bibliothek der Akademie Lief 3.

Das germanische Nationalmuseum.

Anzeiger 1891.
Mitteilungen 1891.

Katalog der im germ. Nationalmuseum befindlichen Kunstdrechslerarbeiten des 16—18 Jahrhunderts aus Elfenbein u. Holz. — D:o der Bronzepitaphien des 15—18 Jahrhunderts.

Die deutsche Seewarte zu Hamburg.

Aus dem Archiv d. d. Seewarte. Jahrg. XIII (1890).
Katalog der Bibliothek der d. Seewarte.

Die königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

Abhandlungen 1890.
Sitzungsberichte Jahrg. 1891 I—LIII.

Die königl. Forstakademie zu Neustadt-Eberswalde.

Jahresbericht Jahrg. XVI (1890).

Die kön. physik.-ökonom. Gesellschaft zu Königsberg.

Schriften. Jahrg. XXXI (1890).
Beiträge zur Naturkunde Preussens. 6, 7.

Die Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften.

Neues Lausitzisches Magazin B. LXVII 1, 2.

Der naturwiss. Verein von Neu-Vorpommern u. Rügen.

Abhandlungen Jahrg. XXIII (1891).

Der naturhist. Verein der preuss. Rheinlandes u. Westphalens.

Verhandlungen Jahrg. XLVIII 1, 2.

Der Verein für Naturkunde zu Cassel.

Bericht XXXVI, XXXVII (1889, 1890).

Der Nassauische Verein für Naturkunde.

Jahrbücher Jahrg. 44.

Die Universität zu Kiel.

Chronik der Universität Kiel für d. J. 1888—90.
Verzrichniss der Vorlesungen 1888—91.

Diei natalis Guilielmi II solemnia habenda 1889 (F. Blass Commentatio de Antiphonte sophista Jamblichi auct.); 1890 (R. Fœrsteri Quæstiones physiognomonicæ); 1891 (Blass Commentatio de numeris Isocratis).
Die Idee und die Stufen des Opferkultus, Rede von F. Nitsch 1889. — Ideale und materielle Lebensanschauung, Rede von F. Blass 1889. — Die Kunst in Schleswig-Holstein, Rede von R. Foerster 1890. — Das kategorische Imperativ, Rede von P. Deussen 1891. — Die preuss. Universitäten, Rede von J. Reinke.
Luther und Aristoteles, Festschrift von F. Nitsch 1883.
Dissertationen: 1888 25, 1889 77, 1890 93, 1891 77.

Die Sternwarte zu Kiel.

Publicationen. VII. Der Brorsen'sche Komet Th. I von E. Lamp.

Die kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.

Abhandlungen. Math.-physische Classe B. XVII 3—6, XVIII 1—4. — Philol.-historische Classe B. XII 3, XIII 1—4.
Berichte. Math.-phys. Classe 1891 1—5. — Philol.-hist. Classe 1891 1—3.

Die fürstl. Jablonowskische Gesellschaft zu Leipzig.

Preisschriften H. XXVIII, XXIX.
Jahresbericht 1891, 1892.

Die astronomische Gesellschaft zu Leipzig.

Vierteljahrsschrift Jahrg. XXVI (1891) 1—4, XXVII (1892) 1.

Der Verein für Erdkunde zu Leipzig.

Wissenschaftliche Veröffentlichungen B. I.
Mitteilungen 1890.

Der Verein für Chemnitzer Geschichte.

Mitteilungen VII (1889—90).

Die medic-naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Jena.

Jenaische Zeitschrift. Jahrg. XXV 3, 4, XXVI 1, 2.

Die Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.

Bericht XXVIII.

Der Verein für Naturwissenschaft zu Braunschweig.

Jahresbericht für 1887—1889.

Die königl. Bayerische Akademie der Wissenschaften.

Abhandlungen. Math.-physische Classe B. XVII 1. — Philos. philol. Classe B. XIX 2. — Hist. Classe XIX, 1, 3.

Sitzungsberichte Math.-phys. Classe 1891 1—3. — Philos.-philol. u. hist. Classe 1891 1—4.

Gedächtnissrede auf W. v. Giesebrecht von S. Riezler 1891.

Die physik.-medicinische Societät zu Erlangen.

Sitzungsberichte Jahrg. XXIII (1891).

Die Württembergische Kommission für Landesgeschichte.

Vierteljahrshefte für Landesgeschichte Jahrg. XIII (1890) 3, 4. — Neue Folge Jahrg. I (1892) 1, 2.

Der historische Verein für Schwaben und Neuburg.

Zeitschrift Jahrg. XVIII (1891).

Der Verein für Kunst u. Altertum in Ulm u. Oberschwaben.

Mitteilungen H. 2.

Der naturwissenschaftliche Verein zu Bremen.

Abhandlungen. B. XII 1.

Die industrielle Gesellschaft von Mühlhausen.

Jahresbericht 1889, 1890.

Die Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien.

Denkschriften. Math.-naturwissenschaftliche Classe. B. LVII. — Philos.-historische Classe. B. XXXVIII, XXXIX.

Sitzungsberichte. Philos.-historische Classe. B. CXXII, CXXIII (1891). — Math.-naturwiss. Classe Abth. I B. XCIX 4—10 (1890); Abth. II a) B. XCIX 4—10 (1890); b) B. XCIX 4—10 (1890); Abth. III B. XCIX 4—10 (1890).

Almanach Jahrg. XL (1890).

Der k. k. Centralanstalt für Meteorologie u. Erdmagnetismus, Wien.

Jahrbücher Jahrg. 1889.

Das k. k. naturhistorische Hofmuseum in Wien.

Annalen B. VI 1—4.

Die k. k. geografisehe Gesellschaft in Wien.

Mittheilungen B. XXIII (1890), XXIV (1891).

Die anthropologische Gesellschaft in Wien.

Mittheilungen. Neue Folge B. XI 2—6.
General-Register zu den Mittheilungen B. XI—XX (1881—1890).

Der k. k. geologische Reichsanstalt in Wien.

Abhandlungen B. XV 3.
Verhandlungen Jahrg. 1891 8—14, 1892 1—5.
Jahrbuch Jahrg. XL (1890) 3, 4, XLI (1891) 1.

Die k. k. zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien.

Verhandlungen B. XLI (1891) 1—4.

Die Oesterreichische Gradmessungs-Commission.

Astronomische Arbeiten: Bestimmung der Polhöhe u. des Azimutes auf die Stationen Krakau, Jauerling u. S:t Peter bei Klagenfurt, von W. Tinter.

Der Verein zur Verbreitung naturwiss. Kenntnisse in Wien.

Schriften. B. XXXI (1890—91).

Die kön. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.

Abhandlungen. VII Folge. Classe für Philos., Geschichte u. Philol. B. IV (1890—91). — Math.-naturwiss. Classe B. IV (1890—91).
Sitzungsberichte. Philos.-histor.-philol. Classe 1891. — Math.-naturwiss. Classe 1891.
Jahresbericht 1891.
O Theorii Ploch, napsal E. Weyr.

Der naturforschende Verein in Brünn.

Verhandlungen B. XXVIII (1889).
Bericht der meteorologischen Commission VIII (1888).

L'Académie des sciences de Cracovie.

Bulletin. Comptes rendus des séances 1891 4, 5, 7—9, 12, 1892 1—4.

Der historische Verein für Steiermark.

Mittheilungen H. XXXIX.
Beiträge zur Kunde steierm. Geschichtsquellen Jahrg. XXIII.

Der Verein der Aerzte in Steiermark.

Mittheilungen für Vereinsjahr XXVII (1890).

L'Osservatorio marittimo di Trieste.

Rapporto annuale per l'anno 1888.

A Magyar Tudományos Akadémia Budapesten.

Almanach 1891.
Nyelvtudományi Közlemények Köt. XXII 1, 2.
Értekezések a nyelv- és széptudományok köréből Köt. XV 6—10.
Nyelvemléktár regi Magyar codexek etc. Köt. XIV.
Értekezések a társadalmi tudományok köréből Köt. XI 1—4.
Értekezések a történeti tudományok köréből Köt. XIV 10, XV 1.
Colbert. Irla Ballagi A. Rész II.
Archæologiai Értesitő. Uj foly. Köt. X 3—5, XI 1—3.
Archæologiai Közlemények. Köt. XVI.
Értekezések a mathematikai tudományok köréből Köt. XIV 4.
Értekezések a természettudományok köréből Köt. XX (1890) 1—4, XXI (1891) 1, 2.
Mathematikai és Természettudományi Közlemények. Köt XXIV 1—7.
Mathematikai és természettudományi Értesitő Köt. VIII 6—9, IX 1—9.

Mathematische u. naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, red. von I. Fröhlich B. VIII.
Ungarische Revue — 1890 5—10, 1891 1—7.
A Magyar törvényhatóságok jogszabályainak gyüjteménye Köt. II 2.
Votják Szótár, irta Munkacsi B. Füzet I.
A Magyar Nyelvjárások, irta Balassa J.
Magyarországi Török kincstári Defterek Köt. II (1540—1639).
Érdely és az északkeleti háború, levelek és okiratok, közz. Szilagyi S. Köt. I.
Acta et documenta historiam Gabr. Bethlen Transylvaniæ principis illustrantia ed. A. Gindely.
Irodalomtörténeti Emlékek Köt. II.

Die Gewerbeschule zu Bistritz.

Jahresbericht 16.

Hrvatsko Arkeologičko Družtvo.

Viestnik god. XIII 3, 4, XIV 1, 2.

Die naturforschende Gesellschaft in Zürich.

Vierteljahrsschrift Jahrg. XXXIV 3, 4, XXXV (1890) 1—4, XXXVI (1891) 1--4.
Geschichte der Mammutfunde, von A. Lang.

La Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève.

Mémoires T. XXXI 1. — Vol. supplem. (Centennaire de la fondation de la Société).

La reale Accademia dei Lincei, Roma.

Atti. Memorie della classe di scienze morali, storiche e filolog. Ser. IV:a Vol. VII (1890) 2, IX 2. — Memorie della classe di scienze fisiche, mathematiche e naturali Ser. IV:a Vol. VI (1889) 2, VII (1890) 2. — Rendiconti Ser. IV:a Vol. VII (1891) 1 Sem. 9—12. Ser. V:a Vol. I 1 Sem. 1—7. — Rendiconti della classe di scienze morali, storiche e filol. Ser. V:a Vol. I 1, 2.

L' Accademia reale delle scienze di Torino.

Memorie Serie II:da. T. XLI.
Atti Vol. XXVI 9—15, XXVII 1—6.

La reale scuola normale superiore di Pisa.

Annali. Filosofia e Filologia Vol. VII.

Circolo matematico di Palermo.

Rendiconti T. IV (1890) 6, V (1891) 4—6, VI (1892) 1, 2.

L'Académie des sciences de Paris.

Comptes rendus hebdomadaires T. CXII 20—26, CXIII 1—26.
Oeuvres complètes d'Aug. Cauchy II:de Série T. IX.

L'École polytechnique de Paris.

Journal Cah. 60 (1890).

La Société mathematique de France.

Bulletin T. XIX 4—8, XX 1—2.

La Société de geographie a Paris.

Bulletin. Serie VII T. XII (1891) 1—3.
Compte rendu des séances 1891 12—20, 1892 1—8.

Le Musée Guimet a Paris.

Annales T. XVIII.
Revue de l'histoire des religions T. XXIII 1—3, XXIV 1, 2.

La Société Linnéenne de Lyon.

Annales Nouv. Série T. XXXV—XXXVII (1888—1890).

L'Académie des sciences et lettres de Montpellier.

Mémoires. De la section des lettres T. IX 1, 2. — Section de sciences T. XI 2. — Section de medicine T. VI 2.

La Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux.

Mémoires III:me Série T. V 2 (1890).
Commission météorologique de la Gironde Observations Juin 1889—May 1890.

La Société des sciences de Nancy.

Bulletin Sér. II:de T. X fasc. 24 (1890).
Bulletin des séances 1891 4—7.

La Société des sciences natur. et mathem. de Cherbourg.

Mémoires T. IX, X, XVIII, XXVII.

La Société Linnéenne de Normandie.

Bulletin Sér. IV:e Vol. IV (1890), V (1891) 1—4.

Les Facultés de Lille.

Travaux et Mémoires T. I 4, 5, II 6.

La Faculté des sciences de Marseille.

Annales T. I.

La Commission météorologique de Calvados.

Bulletin mensuel 1890 1—12, 1891 1—12.

L'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique.

Mémoires couronnés et des savants étrangers T. L, LI.
Mémoires couronnés et autres mémoires in 8:o T. XLIII – XLV.
Bulletin III:me Série. T. XVII – XXI.
Annuaire 1890, 1891.
Catalogue de la Bibliothèque de l'Academie II:de partie fasc 3.
Revue des questions scientifiques publiée par la Société scientifique de Bruxelles 1877—86.

La Société Entomologique de Belgique.

Annales T. XXXIV (1890).

La Société Malacologique de Belgique.

Annales T. XXIV (IV:e Sér. T. IV 1889).
Procés-verbaux des séances T. XVIII (Aug.—Dec. 1889), XIX (1890) 1—8.

La Société Geologique de Belgique.

Annales T. XVII 1—4.

La Société royale des sciences de Liège.

Mémoires. Série II:de. T. XVII.

De kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

Verhandelingen. (Afd. Natuurkunde) D. XXVIII. — Afd. Letterkunde D. XVIII, XIX.

Verslagen en Mededeelingen. Afd. Natuurk. 3:de Reeks D. V. – Afd. Letterk. 3:de Reeks D. V, VII.

Jaarboek voor 1888, 1890.

Adam et Christus; Servi Eliezer ad Abrahamum epistola, carmina probata 1889. — Maria virgo in monte Calvariæ, sepulto Domino, elegia A. Sterzae laude ornata 1891.

De Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.

Archives Neerlandaises des sciences T. XXV 2—4.

Oeuvres complètes de Christian Huygens T. IV.

Die accessorischen Geschlechtsdrüsen der Säugethiere von J. Th. Oudemans.

Fondation de P. Teyler van der Hulst a Harlem.

Archives du Musée Teyler. Série II:de Vol. III 5, 6.

L'École polytechnique de Delft.

Annales T. VI (1890) 3, 4, VII (1891) 1.

The royal Society of London.

Philosophical Transactions for y. 1888 A, B, 1889 A, B, 1890 A, B.

Proceedings Vol. XLIX 299—301, L 302—306.

The royal Society 30 Nov. 1888—1890.

The royal Astronomical Society of London.

Monthly Notices Vol. LI 7—9, LII 1—6.

The Zoological Society of London.

Proceedings 1891 1–4. — Index 1881—1890.

Transactions Vol. XIII 1, 2, 4.

The Manchester literary & philosophical Society.

Memoirs and Proceedings. IV Series. Vol. IV 4, 5.

The royal Society of Edinburgh.

Transactions Vol. XXXIV, XXXVI 1.
Proceedings Vol. XVII (1889—90).

The royal Society of Dublin.

Transactions New Series Vol. IV 6—8.
Proceedings New Series Vol. VI 10, VII 1, 2.

The royal Irish Academy of Dublin.

Transactions Vol. XXIX 15—17.
Proceedings III:rd Series Vol. I 5, II 1.

West Hendon House Observatory, Sunderland.

Publications N:o 1.

The Asiatic Society of Bengal.

Journal Vol. LIX p. I 3, 4, p. II 4, 5, suppl. 2, LX p. I 1, p. II 1.
Proceedings 1891 2—6.
Annual address to the Society by the President H. Beveridge 1891.

The Asiatic Society of Japan.

Transactions Vol. XIX 1.

The College of science of the imp. University of Japan.

Journal Vol. IV 1, 2.

The Magnetical and Meteorological Observatory at Batavia.

Observations Vol. XII (1889).
Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jaarg. XI (1889).

The Smithsonian Institution Washington.

Smithsonian Contributions to Knowledge Vol. XXVII.
Annual report 1889 1, 2.

Smithsonian miscellaneous collections Vol. XXIV 1—3. N:o 594, 663, 785.

Bureau of Ethnology. Bibliography of the Iroquoian languages by J. C. Pilling. — Bibliography of the Muskhogean languages by J. C. Pilling. — Textil fabrics of ancient Peru by W. H. Holmes. — The problem of Ohio mounds by Cyrus Thomas. — The circular, square and octogonal earthworks of Ohio by C. Thomas. — Catalogue of prehistoric works east of the Rocky mountains by C. Thomas. — Omaha and Ponka letters, by J. O. Dorsey.

The United States Nationalmuseum.

Proceedings Vol. XIII (1890).

The United States War Department.

Annual report of the Chief Signal Officer for y. 1890.

International Monthly Charts of mean pressures and wind-directions for 1882, 1883.

The United States Department of Agriculture.

North American Fauna n:o 5.

Monthly Weather Review Jul.—Dec. 1891, Jan. 1892.

Special report of Chief of the Weather-Bureau 1891.

Meteorological Work for agricultural Institutions, M. Harrington.

The United States geological Survey.

Tenth annual report for y. 1888—89 by J. W. Powell, 1, 2.

Bulletin n:is 62, 65, 67—81.

The United States Naval Observatory.

Washington Observations 1885 1887.

The United States Bureau of Education.

Report of the Commissioner of Education for y. 1888—89 1, 2.

The Boston Society of natural history.

Proceedings. Vol. XXV 1, 2.

The American Academy of arts and science.
Proceedings. New Series. Vol. XVII.

The Museum of comparative zoology in Cambridge.
Annual report of the Curator 1890—91.
Bulletin Vol. XVI 10, XXI 2—5, XXII 1—4, XXIII 1.

The Academy of natural sciences of Philadelphia.
Proceedings 1891 1—3.

The California Academy of sciences.
Proceedings 2:d Series Vol. III 1.

The Minnesota Academy of natural sciences.
Bulletin Vol. III 2.

The Essex Institute of Salem.
Bulletin Vol. XXI 7—12, XXII (1890) 1—12.
Charter and Bylaws of the Essex Institute.

Johns Hopkins University Baltimore.
American Journal of Mathematics. Vol. XIII 3, 4, XIV 1.
Circulars N:o 89—97.

The astronomical Observatory of Yale University.
Report presented by the Board of Managers for y. 1890—91.

The royal Society of Canada.
Proceedings and Transactions Vol. VIII (1890).

The Canadian Institute, Toronto.
Transactions Vol. I 2, II 1.
Annual report of Sessions 1890—91.

The Nova Scotian Institute of natural science.
Proceedings and Transactions. Vol. VII 4.

Commissão geographica e geologica da prov. de S. Paulo.
Boletin N:o 4—7.

L'Instituto geográfico Argentino, Buenos Ayres.

Boletin T. XI 10—12, XII 1—10.

The royal Society of New-South-Wales.

Journal and Proceedings. Vol. XXIII 2, XXIV (1890) 1, 2.

The Linnean Society of New-South-Wales.

Proceedings. II Series. Vol, III 2, 4, IV 1—4, V 1, 4, VI 1.
Act of incorporation, rules, list of members etc. 1889.

The New-Zealand Institute.

Transactions and Proceedings. Vol. XXIII (1890).

De internationala expeditionerna för polarobservationer.

Beobachtungen der Russischen Polarstation auf Nowaja-Semlja. Th. I Magnetische Beobachtungen bearbeitet von K. Andrejeff.

Enskilda.

Revista Argentina de historia natural p. F. Ameghino. T. I 2—6. — *Af författaren.*

Lesni Püdoznalstvi, sepsal J. ev. Chadt. — Vliv Hornin na vzrüst lesních dřevin, seps. J. ev. Chadt. — *Af författaren.*

Time-reckoning for the tiventieth century, by S. Fleming. — *Af författaren.*

Svenska och Finska Medicinalverkets Historia 1663—1812 af O. E. A. Hjelt. D. 1. — *Af författaren.*

Handlingar rörande Finska kyrkan och presterskapet, utg. af K. G. Leinberg. Saml. I (1535—1627) — Hertig Johans af Finland Diarium öfver utgångna bref, meddel. af K. G. Leinberg. — *Af utgifvaren.*

Sur les triangles orthologiques et sur divers sujets de la geometrie du triangle, par E. Lemoine. — Contributions a la geometrie du triangle, par E. Lemoine. — *Af författaren.*

Wattles and Wattlebarks by J. H. Maiden. — *Af författaren*

The stellar cluster $\varkappa$ Persei micrometrical surveyed by O. A. L. Pihl. — *Af författaren.*

Ueber einige russische Hemipteren von O. M. Reuter. — Species Capsidarum regionis palæarcticæ descr. O. M Reuter. — Ad cognitionem Lygæidarum palæarcticarum scripsit O. M. Reuter. 1885. — Reduviidæ novæ et minus cognitæ descr. ab O. M. Reuter. — Ad cognitionem Heteropterorum Madagascariensium scrips. O. M. Reuter. 1887. — Notes additionelles sur les Hémiptères Hétéroptères des environs de Gorice (Illyrie) par O. M. Reuter. — Nytt tillägg till Prof. Schiödtes „Fortegnelse over de i Danmark levende Tæger", af O. M. Reuter. — Nya rön om Myrornas omtvistade medlidande och hjälpsamhet, af O. M. Reuter. 1888. — En ny Ceratocombus från Finland beskr. af O. M. Reuter. 1889. — Heteroptera nova in Græcia a D:no E. v. Oertzen lecta descripsit O. M. Reuter. 1888. — Griechische Heteroptera gesammelt von E. v. Oertzen u. J. Emge, verz. von O. M. Reuter. — Species novæ generis Acanthia F., Latr. ab O. M. Reuter. — Ad cognitionem Capsidarum scripsit O. M. Reuter. — Hétéroptères de Suez par O. M. Reuter. — De skandinaviskt-finska Acanthia(Salda-)arterna af saltatoria-gruppen, af O. M. Reuter. — Thysanoptera funna i finska orangerier, af O. M. Reuter. — Ein falscher und ein echter Sthenarus (Capsidæ) von O. M. Reuter. 1891. — Ängsmasken, dess härjningar i Finland och medlen till deras bekämpande, af O. M. Reuter. 1892. — Synonymische Bemerkungen über Hemipteren von O. M. Reuter. — Notes synonymiques par O. M. Reuter. — Hemiptera Amurensia enumerant E. Autran et O. M. Reuter, novas species descripsit O. M. Reuter. — Ad cognitionem Nabidarum scripsit O. M. Reuter. — Notes géographiques sur les Hétéroptères paléarctiques par O. M. Reuter. — Collembola in caldariis viventia enumeravit novasque species descripsit O. M. Reuter. — *Af författaren.*

La priorité des noms de Plantes par Dr Saint-Lager 1890. — Considerations sur le polymorphisme de quelques espèces du genre Bupleurum, par Saint-Lager 1891. — La guerrre des Nymphes, suivie de la nouvelle incarnation de Buda, par Saint-Lager 1891. — *Af författaren.*

Om frossan i Finland af R. Sievers. — *Af författaren.*

Om dödligheten bland barn under ett år i Finland 1872—1886 af F. W. Westerlund. — *Af författaren.*

A. Moberg.



